

II—35 流体中を流下する粒子に作用する乱流流体力の評価

北大・工 正会員 森 明 巨

北大・工 正会員 岸 力

北大・工 学生員 山 本 徹

北大・工 学生員○柴 野 正 一

砂粒の運動過程を河床からの離脱過程と流体中を移流する過程に分けて考える。まず、離脱過程において粒子を河床から離脱させる主要因を、岸、黒木らは運動粒子をストロボ撮影したものの解析から、河床を離脱して、僅かに上昇した後に上昇速度が最大となることから揚圧力と考えた。これに対して、土屋らは、揚圧力は小さく衝突時の反発力によって粒子は従属的にSaltationを行うと考え、運動粒子を高速度カメラで撮影し、軌跡の説明を行っている。この二つの研究は、異なったメカニズムを考えているが、いずれがより妥当であるかを判定するのは容易ではない。芦田らは離脱過程を乱れによるものと衝突時の反発によるものを考え、これを確かめるために、染料を用いて流れを可視化して、これと粒子の運動を同時撮影し、粗面上の粒子の離脱過程を観察して、前者については河床付近のEjectionの際、発生する揚圧力と関連づけて説明しているが、後者については十分な説明がなされていない。そこで本研究では、離脱過程において、乱れによる揚圧力と反発力の双方を考えて離脱のメカニズムを調べる。

次に、移流過程について考える。流砂理論では、粒子の移動形態をSaltation、又は浮遊にわけ、各形態毎に運動特性を解析するのが普通であるが、両者の境界は明確ではない。浮遊は乱れによる擾乱を受けながら流下するものであるが、Saltation運動は河床を離脱した砂粒が乱れの影響を受けずに、平均流に乗って流下するものとして、軌跡が解析される。しかし、流砂のある流れでは乱れがあるのが普通であり、その強度は流砂運動の起こる河床付近で最も大きい。従って、Saltationとしての軌跡の解析は、近似的な取扱いであるから、予め乱れの果す効果を評価する必要がある。これを行うには、砂粒の移動軌跡と同時に粒子周辺の乱れ速度も知る必要があるが、両者の同時測定は極めて困難である。そこで本研究では、測定された粒子の軌跡から逆に粒子に働く流体力を求め、乱れが粒子に及ぼす効果を調べた。

1 解析方法

砂粒の流下方向、鉛直方向の運動方程式を(1)、(2)式で与え、 U_d 、 W_d を既知数として、乱れ速度 U' 、 W' を求める。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho_s + \frac{\rho}{2} \right) \frac{dU_d}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D q_d (U' - U_d) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho_s + \frac{\rho}{2} \right) \frac{dW_d}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D q_d (W' - W_d) - \frac{\pi}{6} d^3 \rho s g \quad (2)$$

ここに、 U_d : 砂粒の流下方向速度、 W_d : 砂粒の鉛直方向速度、 d : 運動砂粒径

$$C_D = 24 / Re + 0.4, \quad Re = q_d \cdot d / \nu, \quad q_d = \sqrt{(U' - U_d)^2 + (W' - W_d)^2}, \quad s = \rho_s - \rho$$

上式には U_d 、 W_d の微分が入っているため、これらの測定値及び読み取りの誤差が流体力の評価では増幅される。これを避けるために、本研究では以下の様な誤差を補正するスプライン関数を考え、これにより軌

跡を近似した。

データ点 (t_j, y_j) を通るスプライン関数 $S(t)$ は (3) 式で与えられる。

$$S(t) = M_{j-1} \left[\frac{(t_j - t)^3}{6h} - \frac{t_j - t}{6} h \right] + \frac{t_j - t}{h} y_{j-1} + M_j \left[\frac{(t - t_{j-1})^3}{6h} - \frac{t - t_{j-1}}{6} h \right] + \frac{t - t_{j-1}}{h} y_j \quad (3)$$

ここに、 M_j : (t_j, y_j) における加速度、 $h = \Delta t = 1/190$ (離脱過程)、 $1/64$ (移流過程)

$$y_j = \hat{y}_j + \varepsilon_j$$

とおく。ここに、 $\hat{y}_j$ は測定値で、 ε_j は補正值である。我々は ε_j を知ることはできないが、これの推定値 $\hat{\varepsilon}_j$ を (4) 式で定義される δ が最小となるもので与えることにする。

$$\delta = \sum (\hat{N}_j^2 + \alpha \hat{\varepsilon}_j^2) \quad (4)$$

ここに、 $\hat{N}_j$ は N_j の推定値で N_j は次式で定義される。

$$N_j = y_{j+1} - 2 y_j + y_{j-1}$$

ε_j と y_j の間に相関がない場合、 N_j の測定値 $\hat{N}_j$ の二乗和は N_j のものより大きくなるから、 δ が最小になる様に α を選ぶのは合理的である。

N_j と M_j の間には (5) 式の関係がある。

$$M_{j-1} + 4 M_j + M_{j+1} = \frac{6}{h^2} N_j \quad (5)$$

N_j は近似的に M_j に比例する量である。

(4) 式における α は、 $|\varepsilon_j|$ の最大値 $\varepsilon_{\max}$ が予測される誤差以下になる様に定める。

$$|\varepsilon_j^{(n)}|_{\max} < 0.1 \text{ cm (離脱過程)}、\quad |\varepsilon_j^{(n)}|_{\max} < 0.04 \text{ cm (移流過程)}$$

2 実験方法

実験水路は幅 10 cm、長さ 10 m、離脱過程における実験では、河床には、粒径 0.41 cm の鉛玉が均一に敷かれている。実験条件は、流量 $Q = 1.93$ (l/sec)、勾配 1/435 であり、水深 $h = 4.5$ cm、摩擦速度 $U_* = 2.30$ (cm/sec) である。上流から粒径 $d = 0.273$ cm、比重 $\rho_s = 1.12$ の粒子を投入し、その運動を 16 mm フィルム (毎秒 190 コマ) で撮影した。又、本実験の限界摩擦速度 U_{*c} は、岩垣の式によれば、 1.04 (cm/sec) である。移流過程における実験では、河床には 0.12 cm のポリスチレン粒子が均一に貼られている。実験条件は流量 $Q = 0.78$ (l/sec)、勾配 1/435 であり、水深 $h = 3.1$ cm、摩擦速度 $U_* = 2.18$ (cm/sec) である。投入する粒子は、上述と同じでありその運動を 16 mm フィルム (毎秒 64 コマ) で撮影した。

3.1 離脱過程における流体力の考察

流体力を、無視して砂粒の運動軌跡から反発係数をつぎの様にとめた。

図 1 に示すように、落下砂粒 A の静止砂粒 B への衝突前後の速度を、それぞれ V_2 、 V_1 とおく。衝突地点 C を通って、砂粒 B に接する直線 $D-D'$ と X 軸 (水平面間流下方向) に平行な直線 $E-E'$ のなす角度を γ 、 $E-E'$ と V_1 、 V_2 のなす角度をそれぞれ α_1 、 α_2 とおく。この時、砂粒 A の $D-D'$ に直角な方向の運動

量保存の関係は、砂粒の反発係数を e とおくと

$$V_1 \sin(\alpha_1 - r) = e V_2 \sin(\alpha_2 + r) \tag{6}$$

一方 $D-D'$ 方向については、

$$V_1 \cos(\alpha_1 - r) = \frac{5}{7} V_2 \cos(\alpha_2 + r) \tag{7}$$

(但し、砂粒の回転は無視し、衝突の途中で滑りが止まるものとする。)

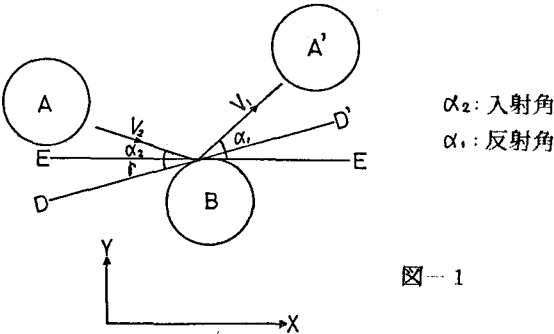
図-2 に軌跡の代表例を、表-1 にその衝突点における反発係数、入射角、反射角、平均流下方向速度を示す。

CASE: A 軌跡の曲率と河床粒径は合致し、さらに平均流下方向速度が 10 (cm/sec) 程度と小さいので河床粒子を乗り越えた、すなわち Rolling といえる。

CASE: B, D 浮上しているようにみえるが、平均流下方向速度が CASE: A に近く、また飛高、飛距離が浮上しているものに比べて小さいので Rolling と判断される。

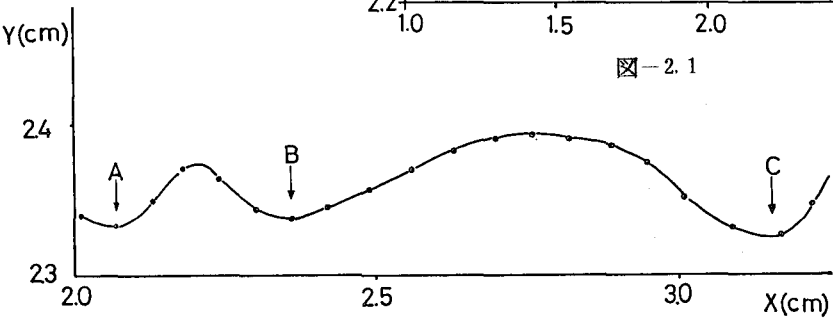
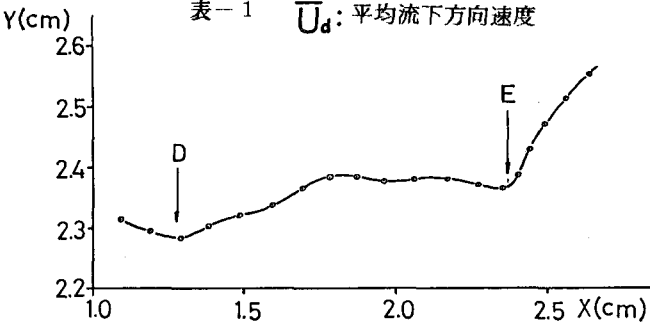
CASE: C, E 一番多いケースで入射角 $\alpha_2 \ll$ 反射角 α_1 であり、反発係数の計算値は 2 以上となる。よって流体力により高く浮上していることがわかる。

本実験では河床には鉛玉を敷いてある。反発係数はほぼ 0 であるが表からわかるように反発係数の計算値は優に 1 を越えている。反発のみでは離脱現象が説明できない。



衝突点	e	α_2	α_1	$\bar{U}_d \text{ (cm/sec)}$
A	1.79	18°	18°	10.7
B	1.19	3.9°	11°	12.8
C	2.24	7.4°	42°	23
D	1.7	13.4°	13.4°	18.1
E	2.62	4.1°	44°	25

表-1 $\bar{U}_d$: 平均流下方向速度



3.2 Saltation軌跡 (移流過程)

粒子がSaltation運動すると仮定した場合の粒子の軌跡を求めこれと実測値とを比較して乱れの効果を調べる。Saltation軌跡は、(1)式において U' の代わりに平均流速の測定値を与え(2)式において $W'=0$ とおいた式を、Runge-Kutta法により解いて求めた。以後、この軌跡を理論軌跡と呼ぶ。砂粒の初速度には実軌跡のスプライン近似から計算される値を与える。

以下に軌跡の計算例を示す。

図3は軌跡の典型的な例について、実測値と理論軌跡(点線)の比較を行ったものである。実測値はスプライン関数で結んである(実線)。図中には、計算された乱れ成分速度 U' 、 W' も示した。

図-3.1は、飛び出し直後に上向きの大きな乱れ速度が働いた場合で理論軌跡に比べて、砂粒をより高く上昇させている

図-3.2は、他の軌跡と比較して飛び出し速度、飛距離、高さとも小さな軌跡であるが、継続的に上向きの乱れが働いている例である。

図-3.3は、飛び出した後ピークの前に下向きの乱れ速度が働き下降に転じている。理論軌跡が実軌跡よりも大となっている例である。

図-3.4は、ピーク付近で上向きの乱れが働いている例である。

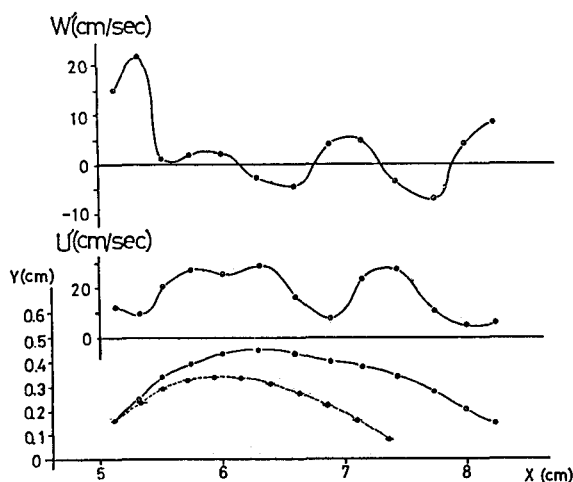


図-3.1

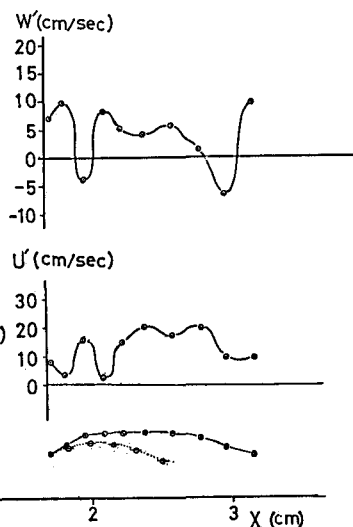


図-3.2

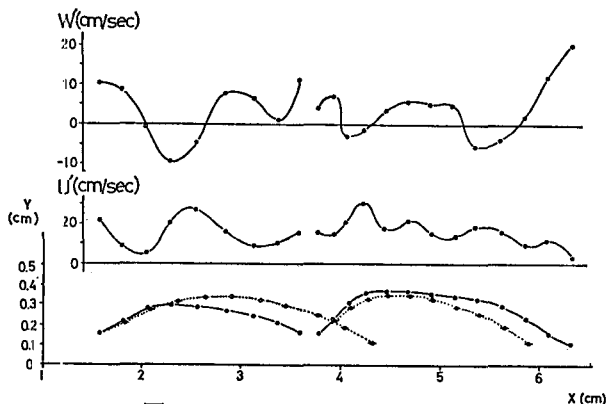


図-3.3

図-3.4

4 移動粒子に作用する乱れの構造

前節で示した軌跡は、初期の上昇期に W' が大の場合、 U' は小さな値を取る傾向がみられる。このことを確かめるために、軌跡を上昇期と下降期に分けて、 U' と W' の関係を調べた。その結果図-4に示す様に（上昇期（○印）、下降期（△印）） U' と W' は全体的に逆位相の関係が見られるが、この関係は上昇期の方が強い。それぞれについて U' 、 W' 間の相関係数を求めると、上昇期では-0.7~-0.8となり、下降期では-0.4程度であった。

これらのことから砂粒の運動の典型的なパターンは、『河床からの上昇時には $U' \rightarrow$ 小、 $W' \rightarrow$ 大なる乱れを受けて上昇し、ピークを過ぎるとよりランダムな乱れを受けながら流下する。』である。これは、芦田らの提案しているモデルとほぼ一致している。

図-5は実測値の飛距離 L_o と理論軌跡の飛距離 L_c を比較したものである。また図-6は飛高について同様の比較を行ったものである。図から、ばらつきは大きいのが、どちらも平均的には実測値の方が大きくなっていることがわかる。

図-7は L_o/L_c と河床離脱時の $W' = W_o'$ との関係を見たものである。図から W_o' とともに L_o/L_c が、増大する傾向が見られるが、ばらつきは大きい。

これらのことから初期上昇時の乱れが、軌跡の大きさに与える影響は大きいのが、それだけでは決まらず移動中の乱れも大きな影響を与えていることが解る。

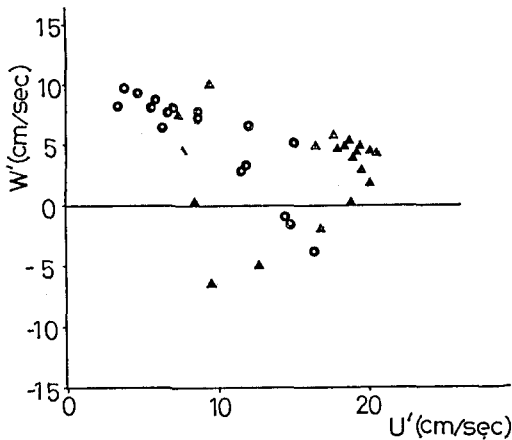


図-4

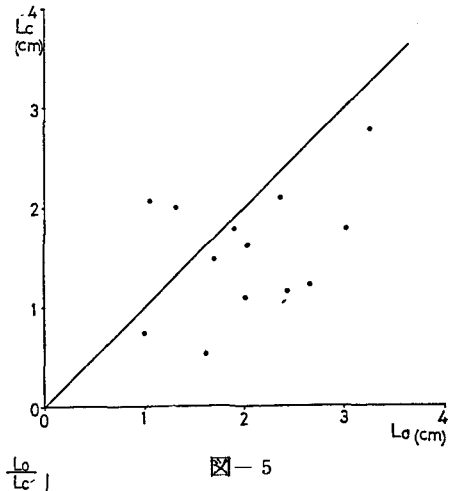


図-5

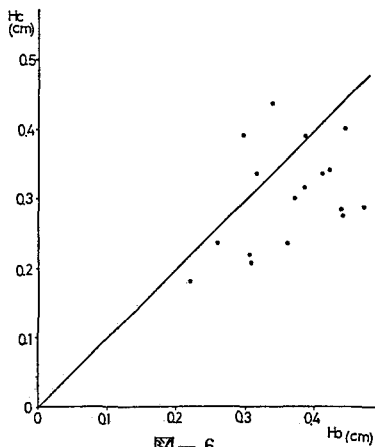


図-6

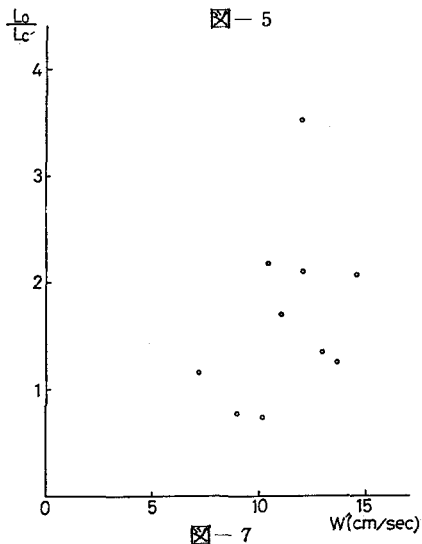


図-7

5 結論

離脱過程の解析を行った実験では、 $U^*/W0=0.184$ であり、掃流砂が卓越する値であるにもかかわらず、離脱過程のほとんどが乱れによって強い揚圧力を受けて上昇することがわかった。このことは、離脱過程の主要な力が、衝突による反発ではなく、乱れによるものであることを意味する。移流過程において、Saltation運動と見える軌跡でも乱れの影響を受ける。それによって、飛距離や飛高が、変化することがわかった。以上のことをまとめると、砂粒移動の全過程に渡って、乱れが主要な働きをしていることになる。

参考文献

- 1) 山本 徹、森 明巨、岸 力 : 運動砂粒子の移動形態、第29回水理講演会論文集
- 2) 土屋義人 : 水流による砂粒の転動機構 S 44年京大防災研年報
- 3) 芦田和男、藤田正治 : 粒子の浮遊運動と河床付近の流れ S 59年京大防災研年報