

II-20 斜面流出のモデル化に関する研究

北海道大学・工学部 正 員 藤田 睦博
同 上 学生員 武藤 秀男

1. はじめに

近年、山腹斜面内の水移動について観測および理論の両面からその特性を明らかにしようとする試みが行われている。このような研究においては、一般に土壌内部には不飽和領域が存在するところから、この領域における水移動の解析が必要である。この水移動を記述する物理則として、不飽和領域に拡張されたダルシー則を連続の式と組み合わせたリチャーズの式が一般に用いられる。電子計算機の発達により、この式は直接的に解くことができるようになった。そこで水文学における次の課題の一つは、野外における複雑な水移動を理解するための基礎として、土の物理特性、地形特性、降雨特性などの諸条件が土壌内の水移動にどのような影響を及ぼすのかを明らかにすることである。本研究では、上述の観点より土壌中の水移動及び地下水供給量と、土壌の物理特性、降雨特性の関連について検討した。

2. 基礎式

均質な土壌における一次元鉛直不飽和浸透現象に関する基礎式は、不飽和領域に拡張されたダルシー則 (1) 式と連続の式 (2) 式を組み合わせたリチャーズの式 (3) 式である。

$$q = -k(\theta) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (2)$$

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k(\theta) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \right\} \quad (3)$$

q : 単位面積当りの流量 ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}^2$), θ : 容積含水率, ψ : 圧力水頭 (m), z : 下向きを正とする鉛直座標 (m), $k(\theta)$: 透水係数 (m/s), t : 時間 (s), C : 比水分容量 $C = \frac{d\theta}{d\psi}$
これらの式を解くには、比水分容量と透水係数の関数形を確定する必要がある。まず、土の保水特性を表わす ψ と θ の関係だが谷¹⁾の式 (4) 式はパラメータ数が少なくここではこの式を用いる。(5) 式は (4) 式を積分したものである。

$$C = \frac{d\theta}{d\psi} = -(\theta_s - \theta_r) \frac{\psi}{\psi_0} \exp\left(-\frac{\psi}{\psi_0}\right) \quad (4)$$

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{\psi}{\psi_0} + 1 \right) \exp\left(-\frac{\psi}{\psi_0}\right) + \theta_r \quad (5)$$

θ_s : 飽和含水率, θ_r : 移動可能な水がほとんど無いとみなせる含水率, ψ_0 : C の最大値を与える ψ の値
透水係数にも谷¹⁾の用いた次式 (6) 式を用いる。

$$k(\theta) = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (6)$$

k_s : 飽和透水係数 (m/s), β : 無次元の係数

本論文では取扱いを簡単化するため基礎式を無次元

化し、無次元化変数を次のように定義した。

大文字は小文字の量の無次元量である。

$$\Psi = \frac{\psi}{d} \quad (7)$$

$$Z = \frac{z}{d} \quad (8)$$

$$Q = \frac{q}{k_s} \quad (9)$$

$$\Theta = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (10)$$

$$T = \frac{t k_s}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (11)$$

以上の無次元量を用いると

$$Q = -\Theta^\beta (\partial \Psi / \partial Z - 1) \quad (12)$$

$$\partial \Theta / \partial T = -\partial Q / \partial Z \quad (0 \leq Z \leq 1)$$

$$\Theta = (\alpha \Psi + 1) \exp(-\alpha \Psi) \quad (13)$$

$$\alpha = d / \psi_0 \quad d: \text{土層厚}(\text{m})$$

無次元化された基礎式 (12) 式は非線形方程式なので岡、角屋²⁾の方法と同様に差分展開し土層を n 個に区分し数値的に解くことにする。以下に差分展開式を示す。

$$Q_{i,i-1} = -P^\beta \{ (\Psi_i - \Psi_{i-1}) / (\Delta Z_i + \Delta Z_{i-1}) / 2 - 1 \} \quad (14)$$

$$\Theta_{i,T+\Delta T} = -\Delta T / \Delta Z_i (Q_{i+1,i} - Q_{i,i-1}) + \Theta_{i,T} \quad (15)$$

$$P^\beta = (\Delta Z_i + \Delta Z_{i-1}) / (\Delta Z_i / \Theta_i^\beta + \Delta Z_{i-1} / \Theta_{i-1}^\beta) \quad (16)$$

土壌表面の境界条件は

$$\Theta_1 < 1.0 \text{ の時} \quad (17)$$

$$\Theta_{1,T+\Delta T} = -\Delta T / \Delta Z (Q_{2,1} - R) + \Theta_{1,T}$$

$\theta_1 \geq 1.0$ の時 (17) 式で $R = 0$ とおく。

添字 i は第 i 層での値を、 $i, i-1$ は第 $i-1$ 層から i 層への移動量を示す。 T, R はそれぞれ無次元時間、無次元降雨量を示す。また、土層の下端に常に地下水面が存在するものとし、土層下端の境界条件として、 $\Psi = 0$ (18) とした。初期条件は圧力水頭が平衡状態にあるものとする。すなわち $\Psi = Z-1$ (19) で与える。詳しい計算手順は岡、角屋²⁾ の論文を参照されたい。なお間隙空気の影響や θ と ψ の関係を表わす土壌水分特性曲線のヒステリシスを無視した。図-1 は (5) 式で与えられる土壌水分特性曲線を表わしたものである。

3. 計算結果

上述の無次元化により基礎式は土壌特性を表わす 2 個の無次元パラメータ α, β によって支配される。本論文では $\alpha = -6.0, -5.5, -5.0, -4.5$ $\beta = 2.0, 2.5, 3.0, 3.5$ の場合について、土層を等間隔に区分し $n = 10, \Delta Z = 0.10, \Delta T = 0.0025$ として計算した。また降雨波形特性の影響をみるため図-2 のようにピーク時刻の異なる 3 個の降雨波形 A, B, C を想定した。表面流については、その発生条件を次式 (20) 式で定義し、表面流出量をこの式の両辺の差で表わすことにした。

$$R > (1 - \theta_1) \frac{\Delta Z_1}{\Delta T} + Q_{2,1} \quad (20)$$

式 (20) の右辺の第 1 項は土層第 i 層を飽和させるのに必要な降雨強度を意味する。また T 時刻に発生した表面流出量は直ちに流下するものとし以後の時刻に影響を与えないとした。図-3 は α, β と表面流の発生領域を示したもののだが、降雨のピークが早いほど発生しやすいようである。 $\psi_0 < 0$ で ψ_0 は一般に粒径が粗になるとゼロに近づく。土層厚が一定ならば α が小さいと粒径が粗になるが、計算結果によると表面流の発生、非発生は α の値だけでは決まらないようである。また、式 (6) より β が大きくなると透水性が減少し表面流は発生しやすくなると思える。これについては図でも同じことがいえる。図-4, 5 は降雨波形 C で $\alpha = -5.0, \beta = 3.5$ の場合の土中の各位置での θ と浸透流量 Q の時間変化を示した一例だが、他の計算結果も含めて上層ほど θ の

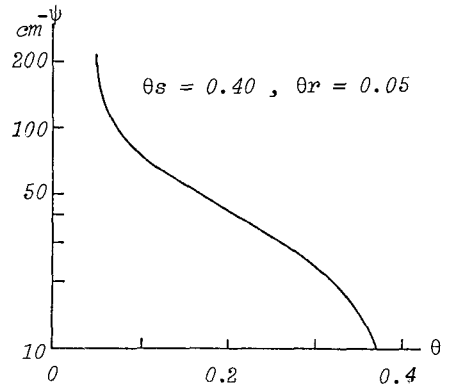


図-1, θ と ψ の関係

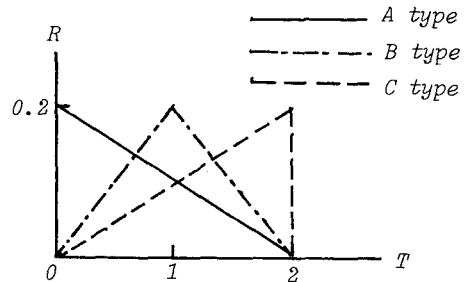


図-2, 採用した降雨波形

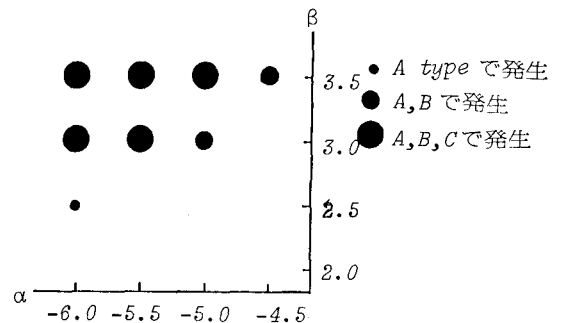


図-3, α, β と表面流の発生領域

変動が大きく下層ほど小さくなっている。また下層では水分貯留の形をとらずに下方へ浸透していく様子や降雨終了後、各時刻における浸透流量の最大の位置がしだいに下方へ移っていくのが認められる。また β が大きいほど上層部での θ の変動が大きい。これは、 β が小さいと透水性が大きくなり水分が十分に貯留されないうちに下方へ浸透するためと思える。 α の影響がはっきりあらわれたのは、 $\beta = 3.5$ の場合でどの降雨波形においても α が小さくなると θ と Q の変動は小さくなり $\alpha = -6.0$ の場合では雨水は上層部に貯留され下方へほとんど浸透しなかった。降雨波形が Q の時間変化に与える影響については図-7, 8 に後述する。他には、 θ が時間を経るにしたがい初期条件での値より若干

Figure 1 shows a graph with time t on the horizontal axis (0 to 6) and heat flux R, Q_z on the vertical axis (0 to 0.2). A triangular pulse R starts at $t=0$, peaks at $t=1$ with a value of 0.2, and returns to zero at $t=2$. A rectangular pulse Q_z starts at $t=1$, reaches a peak value of 0.1 at $t=2$, and remains constant at 0.1 until $t=6$. A horizontal line at the level of 0.1 is labeled Q_p . The width of the rectangular pulse is indicated as T_L .

図-6, $R(B \text{ type})$ と Q_s の時間曲線

の関係について降雨波形ごとに整理したものである。

Figure 4 is a graph showing the time evolution of θ . The vertical axis is labeled Z (0 to 1.0) and the horizontal axis is labeled θ (0 to 1.0). Several curves are plotted, labeled 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Arrows indicate the direction of increasing time. A label $T=1$ points to curve 2. A label "(降雨終了時)" (End of Rain) points to curve 6. Parameters $\alpha = -5.0$ and $\beta = 3.5$ are noted at the bottom.

図-4, θ の時間変化

Figure 5 is a graph showing the time variation of Q . The horizontal axis is labeled Q and ranges from 0 to 0.10. The vertical axis is labeled Z and ranges from 0 to 1.0. Several curves are plotted, labeled 1 through 6. Curve 1 is the uppermost, labeled "2(降雨終了時)". Curve 2 is labeled $T=1$. Curves 3, 4, 5, and 6 are labeled with numbers. Arrows indicate the direction of time progression from curve 1 down to curve 6. The parameter values are given as $\alpha = -5.0$ and $\beta = 3.5$.

図-5. Q の時間変化

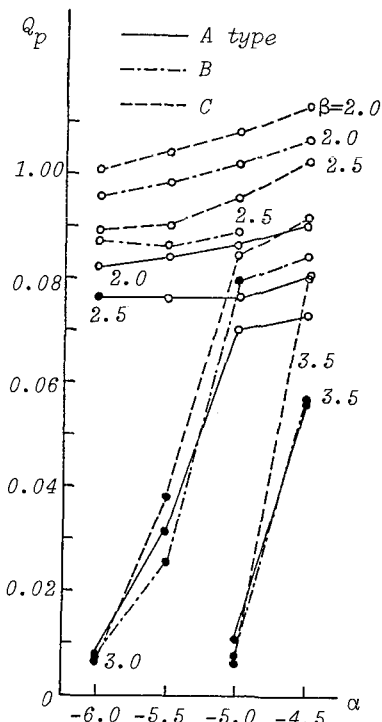


図-7, Q_p と α の関係

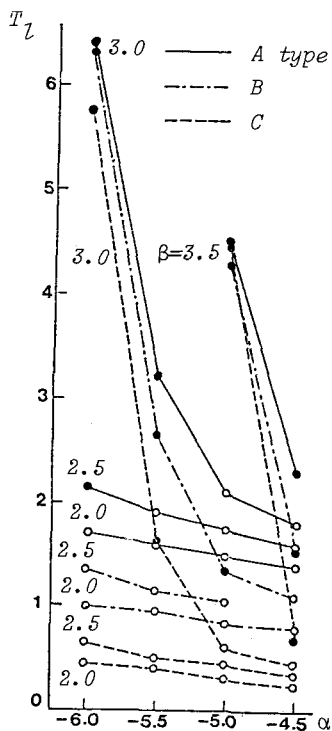


図-8, T_L と α の関係

大きな土ほど T_L が小さくなる。表面流が発生した場合(α の値が小さいとき)には、当然、 T_L が大きくなる。また表面流の生起しない場合、降雨のピーク時刻が早いほど T_L は大きくなる傾向がある。なお表面流の発生した場合に α の影響が大きくなると述べたが、むしろ表面流の影響で上述のような結果がでたと考えるべきかもしれない。

4. まとめ

本論文では一次元不飽和浸透を記述する、拡張されたダルシー則と連続の式を無次元化し、土壌物理特性を表わす2個の無次元パラメータを用いた式を誘導した。次に、降雨波形特性と上述の2個の無次元パラメータを通じて、表面流の発生や土壌中の水分移動及び地下水供給量との関連を調べた。以下にその結果をまとめる。

(1) 表面流の発生について

α が小さいほど、また β が大きいほど表面流は発生しやすい。降雨波形については、当然、降雨のピーク時刻が早いほど表面流は発生しやすい。

表-1は、表面流が発生した場合について総降雨量に占める、表面流に寄与する降雨量の割合を計算したものである。最も大きい場合には50%程度の値を示している。
 A, B, C は降雨波形を表わす。

(2) 土壌中の水分移動について

β の値が大きくなると土層上層部での土壌水分量の変動が大きくなる。

(3) 地下水面への供給量について

表面流の発生しない場合のみについて述べる。地下水供給量のピーク流量は α が小さく β が大きくなると小さくなる。降雨のピーク時刻と地下水供給量のピーク時刻との差は、 α が小さく β が大きくなると大きくなる。降雨波形については、降雨のピーク時刻が早いほど地下水供給量のピーク流量は小さく、降雨のピーク時刻と地下水供給量のピーク時刻との差は大きい。

今回の計算では α の値の範囲を小さくとりすぎたようなので、今後はこの点も考慮しさらに多くのデータを得て検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) 谷 誠：一次元鉛直不飽和浸透流によって生じる水面上昇の特性,日林誌,64：409～418,1982
- 2) 岡 太郎・角屋 睦：裸地斜面域における雨水の浸入と地下水流出(2)
,京大防災研究所年報第17号B,1974