

II-18 あ い ま い 推 論 の 流 出 予 測 へ の 応 用

北海道大学・工学部 正 員 藤田 睦博
同 上 学生員 角 浩美

1. はじめに

Zadeh¹⁾によって提案されたfuzzy集合の理論は、現在、非常に多くの分野で実際の問題について応用研究がなされている。本研究は、fuzzy理論に基づく「あいまい制御論」を流出予測問題に適用したものである。

2. 基礎理論

集合 $X=\{x\}$ を対象とするとき、fuzzy集合はそのメンバーシップ関数 $M_A(x)$ によって特性づけられた集合である。 $M_A(x)$ は x の A に帰属する度合を示し、この意味で $M_A(x)$ を帰属度関数と呼ぶ場合もある。 $M_A(x)$ は、区間 $[0,1]$ で定義され、 $M_A(x)$ の値が1に近づくとき A に帰属する度合が強くなり、0に近づくときその度合が弱くなる。一般的なfuzzy理論については成書²⁾を参考にしてもらうことにして、ここでは必要事項についてのみ記述する。

あいまい推論は、条件付命題 *If x is A then y is B .* を R_{AB} と表わすと x is A' が与えられたとき $B'=A'$ の R_{AB} によって $y=B'$ を推定するものである。演算「 $\circ$ 」はfuzzy合成と呼ばれるもので、これについては後述する。 R_{AB} の定義としては、種々の方法があるが、ここではMamdani³⁾の提案した式と著者らの提案した式の2つの方法を採用した。それぞれ、式(2.1.a)と式(2.1.b)に示す。両式において、 X は積集合を $M_A(x), M_B(y)$ はメンバーシップ関数を表わす。式(2.1.b)は、fuzzy集合が $\cup$ (和集合), $\cap$ (積集合) の下で分配束をなすことから、その論理命題の定義 $a \rightarrow b = \text{Max}\{x | \text{Min}(a, x) \leq b\}$ から導いた式である。ところで、実際の推論の段階では、式(2.1.a), 式(2.1.b)の積集合が x と y の要素の異なる集合であることから、式(2.1.a), 式(2.1.b)は x と y の直積空間で定義され、それぞれ式(2.2.a), 式(2.2.b)に書き直される。一方、式(2.2.a), 式(2.2.b)で R_{AB} が求まると、前述のように x is A' が与えられた場合 $y=B'$ はfuzzy合成により式(2.3)のように求められる。

3. 流出予測への応用

t 時刻の流出量 $Q(t)$ が、 $(t-1)$ 時刻の流出量 $Q(t-1)$ と降雨量 $r(t-1)$ のみに関係するものとして式(3.1)を仮定する。式(3.1)の関数形は必要でなく、式(3.1)より、式(2.1.a), 式(2.1.b)を用いるとその条件付命題は、それぞれ式(3.2.a), 式(3.2.b)になる。両式において、 $M_{r(t-1)} \circ M_Q(t-1) \circ M_Q(t)$ は、降雨量 $r(t-1)$, 流出量 $Q(t-1), Q(t)$ のメンバーシップ関数である。降雨量や流出量の観測値を近似値と考えると、当然、これらの観測値が近似値に帰属する度合が考えられ、この意味でメンバーシップ関数を導入できる。一方、 t 時刻迄の観測値より得られる条件付命題である $R_1, R_2, \dots, R_t$ を用いて式(3.3.a)で与えられる Π_t を求める。但し、 R_t として式(3.2.b)を採用した場合は、 Π_t を式(3.3.b)のように定義した。従って、 $Q(t+1)$ を推論するには、式(2.3)から式(3.4)のようになって、 $(t+1)$ 時刻の流出

量 $Q(t+1)$ のメンバーシップ関数 $M_{Q(t+1)}$ が得られる。図-4・4,4・7に示すように得られた結果は、流出量そのものではないので、 $M_{Q(t+1)}$ から $(t+1)$ 時刻の推定値 $\hat{Q}(t+1)$ を求める場合、常識的にはメンバーシップ関数 $M_{Q(t+1)}$ のグレードが最大のときの $Q(t+1)$ を $\hat{Q}(t+1)$ とする。また最大値がある区間に渡っているときは、その中間値を $\hat{Q}(t+1)$ とする。

4. 実測値を用いた計算例

神流川流域における3出水例と豊平峡ダム流域における1出水例を解析した。降雨量としては流域平均雨量を採用し、流出量は実測値をそのまま用いた。さらに、ここでは式(3.1)のほかに比較のため式(4.1)に示すシステムも導入した。式(4.1)を用いた「あいまい推論」では $\Delta Q(t+1)$ のメンバーシップ関数 $M_{\Delta Q(t+1)}$ を推論することになり、予測値 $\hat{Q}(t+1)$ を式(4.2)のように書くことができる。ここで R_t として式(3.2.a)を用い、システムを式(3.1),式(4.1)とした場合をそれぞれ、method a-1, method a-2とし、 R_t に式(3.2.b)を用いて、式(3.1),式(4.1)のシステムを考えた場合をそれぞれ、method b-1, method b-2とする。藤田は、指数関数形のメンバーシップ関数を採用して、method a-1, a-2の計算例を既に報告した。⁴⁾⁵⁾ここでは、method b-1, b-2との比較のためその計算例を載せた。メンバーシップの関数形としては、図-4・1に示す種々の関数を用いられているが、ここでは図-4・1(1)の指数関数形のメンバーシップ関数を採用した。降雨量 $r(t)$ のメンバーシップ関数を式(4.3),式(4.4)に示す。式(4.4)は、降雨量の単位変動幅を2mm/hrとしたことを意味する。また $Q(t)$, $\Delta Q(t)$ のメンバーシップ関数は、それぞれ式(4.5),式(4.6)を用いた。 $Q(t)$, $\Delta Q(t)$ の単位変動幅は、それぞれ1mm/hr, 0.5mm/hrとした。

図-4・2,図-4・5は、それぞれのメンバーシップ関数を図示したものである。図-4・3(A),4・4(A)と図-4・3(B),4・4(B)は、同一の資料を用いたmethod a-1, a-2の計算結果を示す。同様に図-4・6(A),4・7(A)と図-4・6(B),4・7(B)は、method b-1, b-2の計算結果を示す。図-4・4,4・7は、流出量のピークの前後12時間のメンバー

シップ関数 $M_{Q(t+1)}$, $M_{\Delta Q(t+1)}$ を図示したものである。図-4・3,4・6の実測流出量上に描かれている棒状の印は、メンバーシップ関数の最大グレードの範囲を示し、一点でグレードが最大になるときは、黒丸印で表わしている。図-4・3,4・6と同様、図-4・8~4・10はmethod a-1, a-2をそれぞれ(A), (B)に、図-4・11~図-4・13はmethod b-1, b-2をそれぞれ(A), (B)に示している。method a-1, b-1とmethod a-2, b-2でそれぞれ比較してみると、いずれも予測値についてはさほど大差ないが、図-4・4,4・7のように予測値のメンバーシップ関数の形については顕著な違いが認められる。また、システムとして式(4.1)を用いたmethod a-2, b-2はいずれも良好な結果を与えている。本研究では、 R_t の与え方として、式(3.2.a)と式(3.2.b)の2つを採用したが、式(3.3.a),式(3.3.b)のように、 R_t の定義によって Π_t の定義が異なることが特長なことである。尚、 R_t として、式(3.2.b)を採用した場合は Π_t の構造上、マイコンによる計算時間が、式(3.2.a)を採用した場合の約半分で済む

ことを付記しておく。

参考文献

- 1) L. A. Zadeh: Fuzzy Sets, Information and Control, 8, 338-353, 1965
- 2) 浅居喜代治, 他: あいまいシステム入門, オーム社, 1978
- 3) 西田俊夫, 竹田英二: ファジ集合とその応用, 森北出版, 1978
- 4) E. H. Mamdani: Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant, Proc. IEEE 121-12, 1585-1588, 1974
- 5) 藤田睦博: Fuzzy理論を用いた流出予測, 第21回自然災害総合シンポジウム講演会要旨集, 1984
- 6) 藤田睦博: Fuzzy集合理論の流出予測問題への応用, 第29回水理講演会論文集, 1985
- 6) A. Kaufman: Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets, Vol. 1, Academic Press, 1975

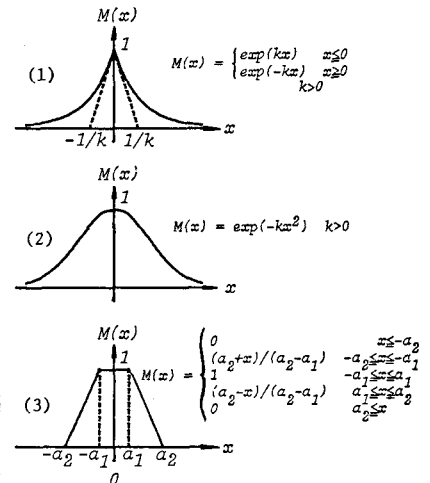
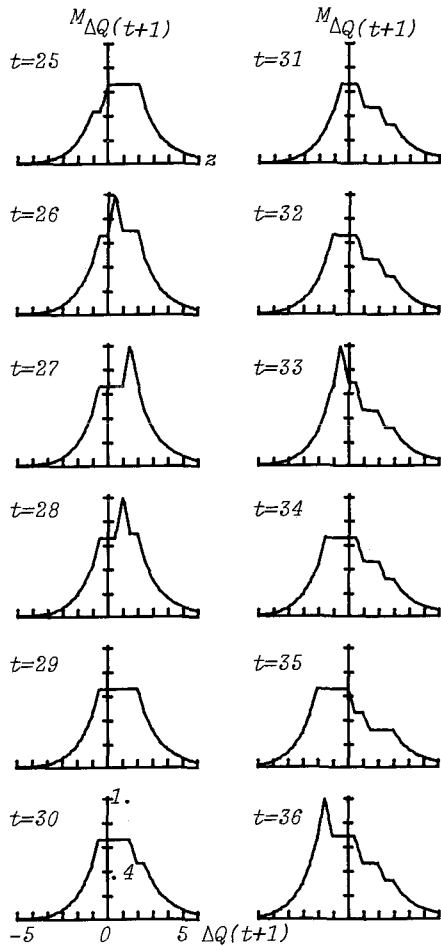
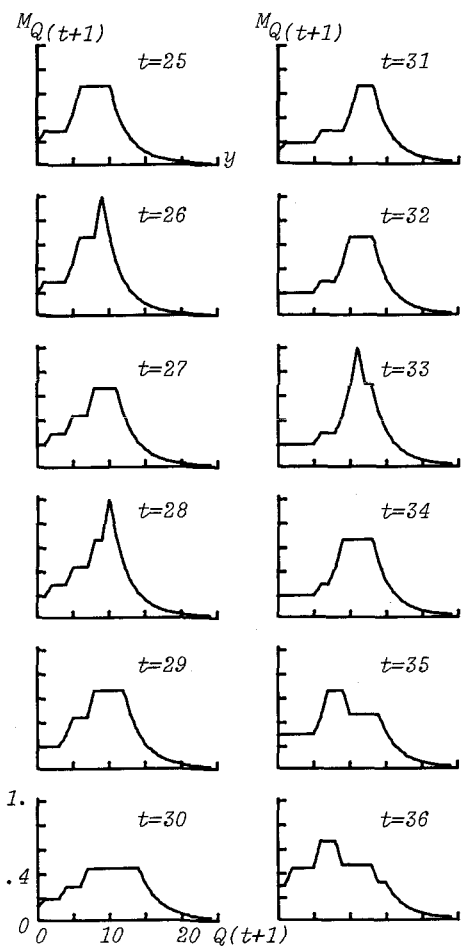
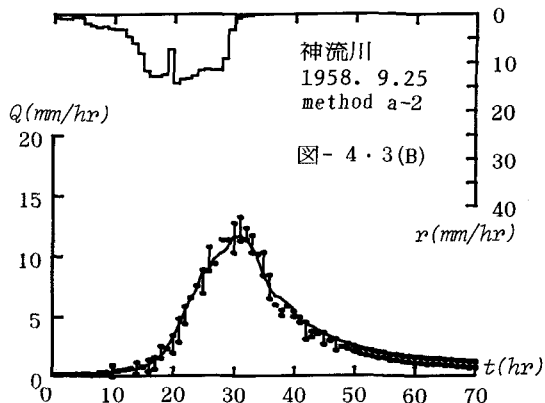
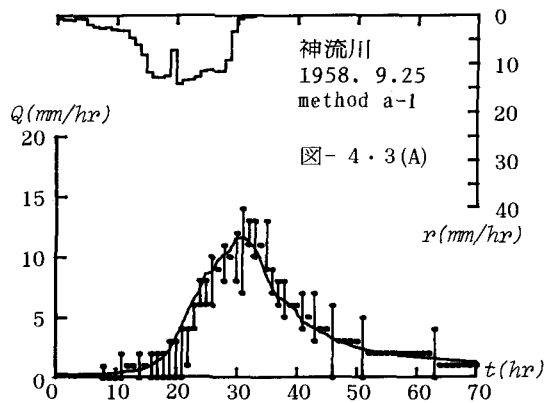
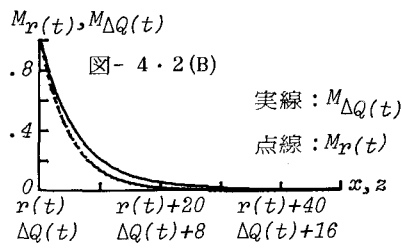
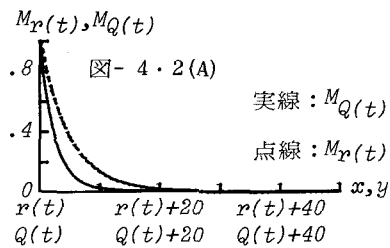
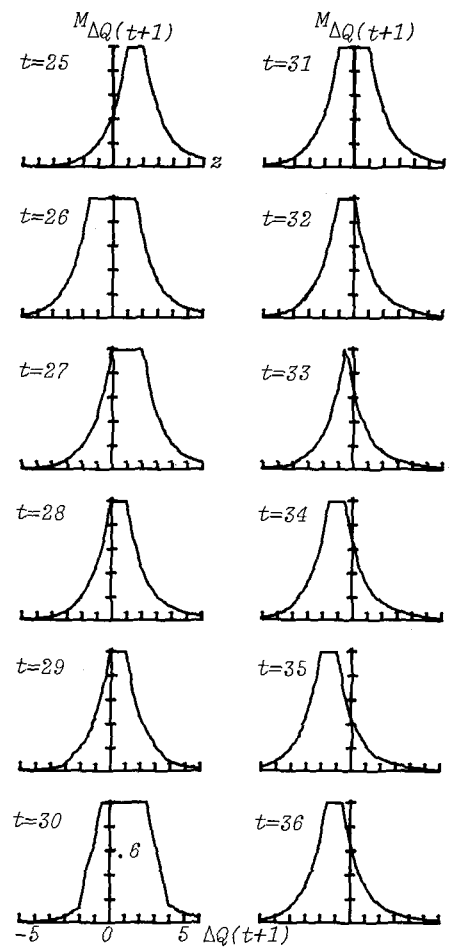
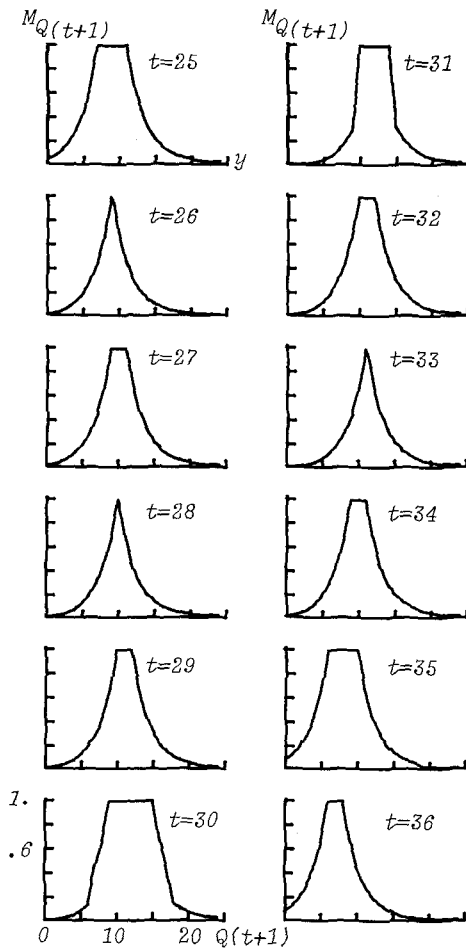
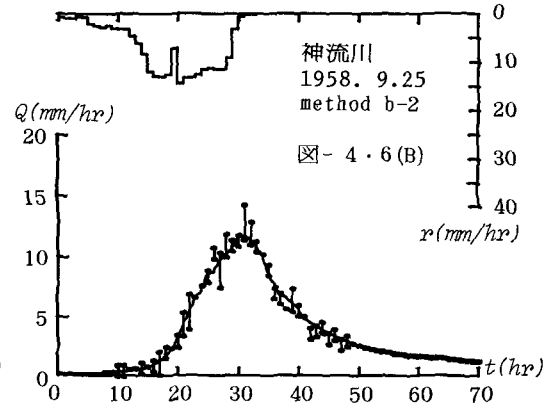
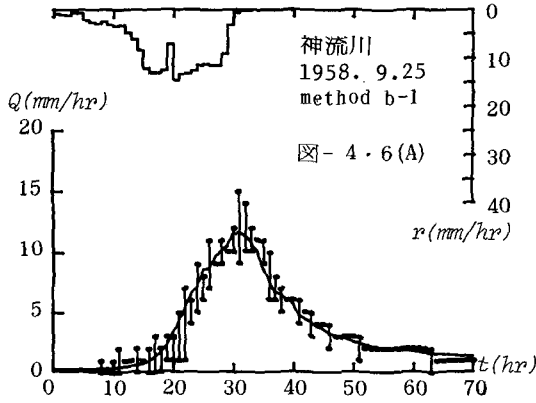
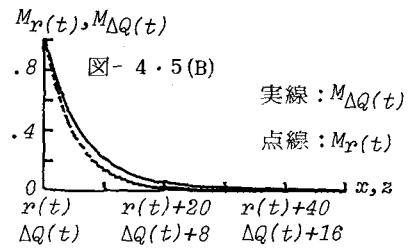
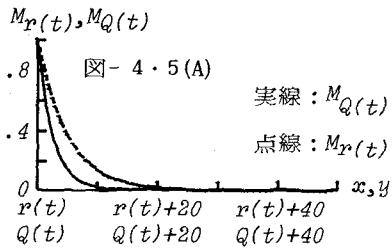
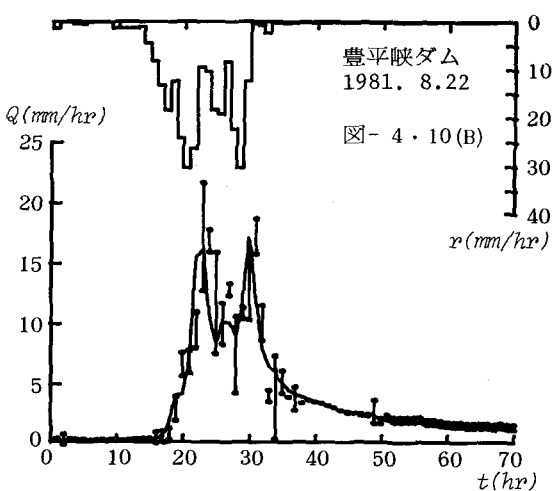
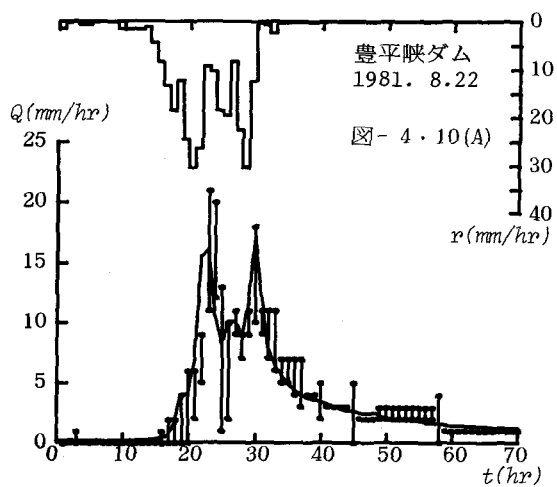
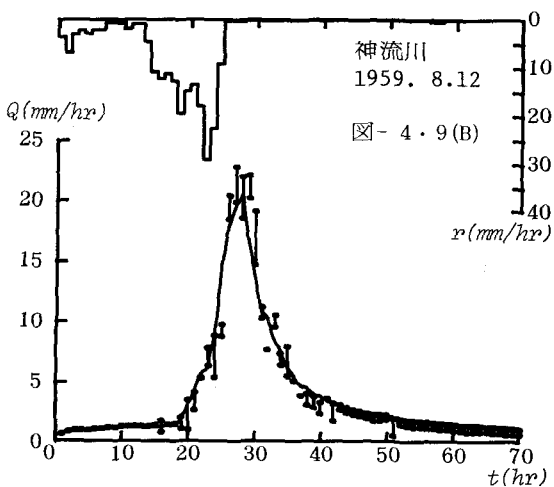
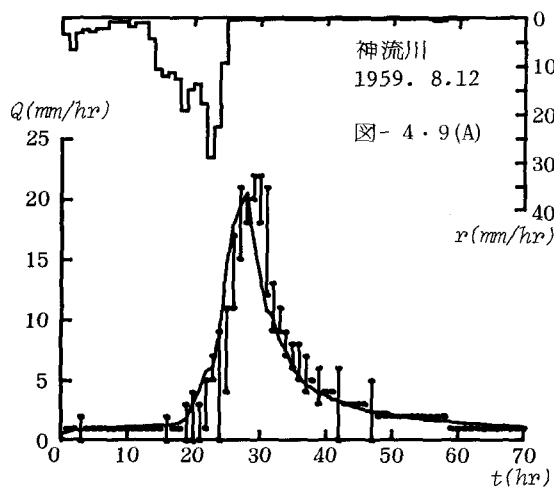
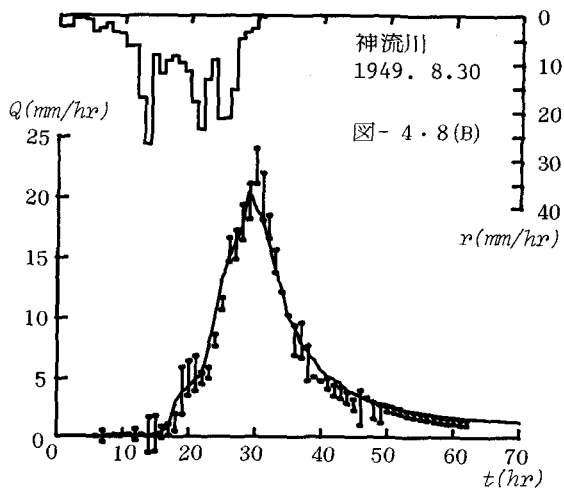
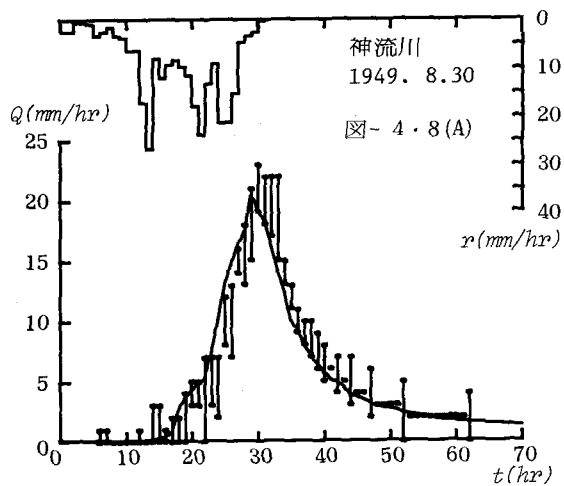


図-4・1 近似値0のメンバーシップ関数⁶⁾

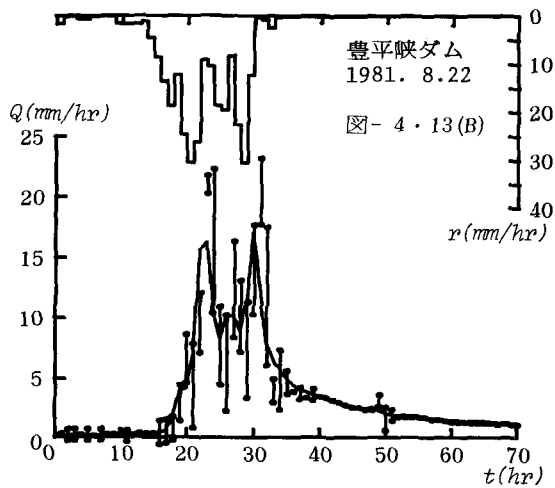
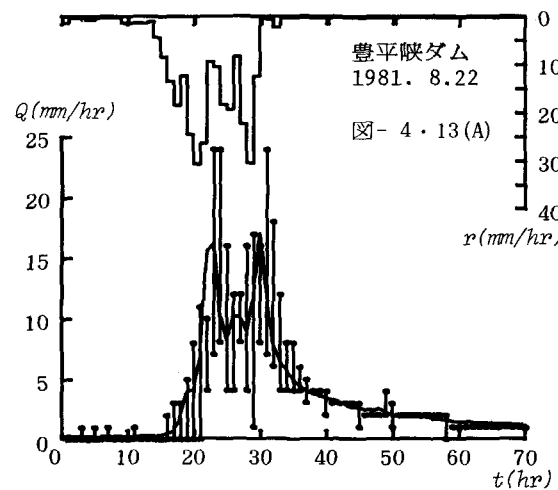
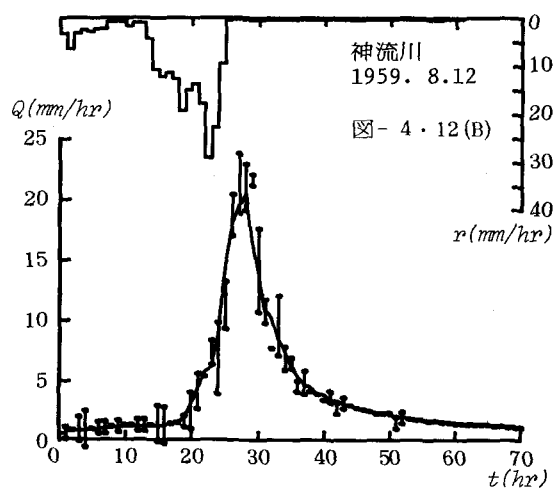
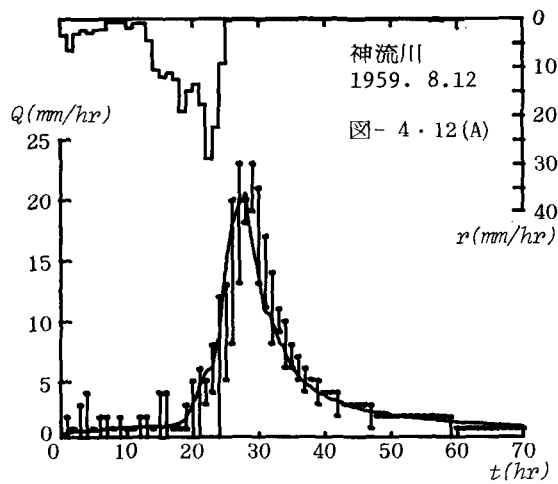
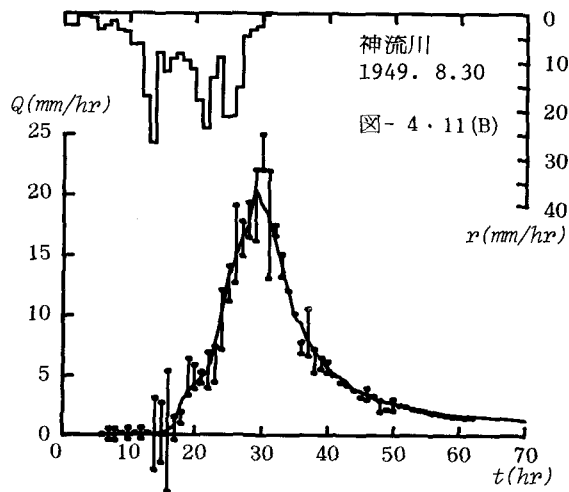
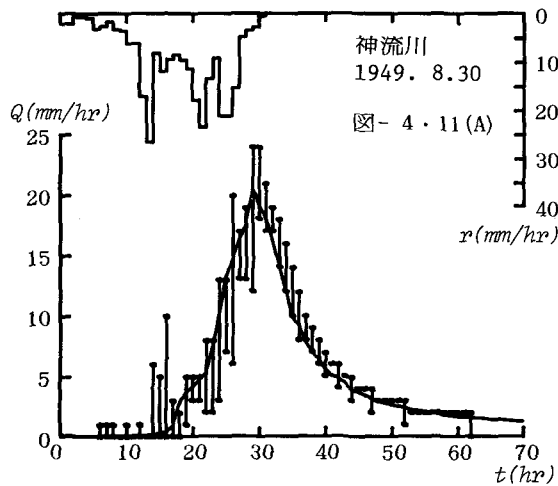






method a-1

method a-2



method b-1

method b-2