

II-17 降雨時における河道横流入量の 推定法に関する研究

北海道大学・工学部 正員 藤田 睦博
同 上 学生員 丸山 隆英

1. はじめに

一般の流出解析と言えば、最終的には降雨量より流出量を求めることを目的としているが、最近、この逆の過程の流出解析も行なわれている。¹⁾ 一方、実験流域などで詳細な流出観測で斜面流出量の特性が明らかになりつつある。実測では、斜面からの流出量の河道に沿っての分布までも測定することが困難である。したがって、流域末端の河道流出量より、河道横流入量もしくは斜面流出量を逆算する手法について検討した。具体的には、藤田²⁾の貯留関数法を修正し、それによって河道の横流入量を推定しようとするものである。

2. 基礎式

図-1に示すような、河道上の流れに関する基礎式を次のように kinematic waveモデルで与える。

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = q_c(x, t) \quad q_s = \alpha a^m \quad 0 \leq x \leq l \quad (1)$$

$$q_s(x, 0) = 0 \quad q_s(0, t) = 0 \quad q_s: \text{河道内流量}$$

ここに、 t : 時間 a : 流積 q_c : 単位幅横流入量 x : 河道上流端からの距離 l : 河道長 α, m : kinematic wave定数である。式(1)を藤田³⁾の手法に従って無次元化する。

$$x = x_* X \quad t = t_* T \quad a = a_* A \quad q_c = q_{c*} Q_c$$

$$q_s = q_{s*} Q_s \quad \bar{q}_c: \text{基準となる横流入量} \quad (2)$$

$$x_* = l \quad q_{c*} = \bar{q}_c \quad t_* = (l \bar{q}_c^{1-m} / \alpha)^{1/m} \quad q_{s*} = l \bar{q}_c \quad a_* = (l \bar{q}_c / \alpha)^{1/m}$$

式(2)において*印の量は無次元化基準量で、大文字の英字は小文字の英字の量の無次元量を示す。式(2)を用いると、式(1)は次式ようになる。

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial Q_s}{\partial X} = Q_c(X, T) \quad Q_s = A^m \quad 0 \leq X \leq L = 1 \quad (3)$$

$$Q_s(0, T) = 0 \quad Q_s(X, 0) = 0$$

河道内の無次元貯留量 S および S の無次元化基準量 s_* は次式で表せる。

$$S = \int_0^1 A(X, T) dX \quad s_* = a_* x_* \quad (4)$$

また、斜面からの無次元横流入量は、次式で表せる。

$$Q_c(T) = \int_0^1 Q_c(X, T) dX \quad (5)$$

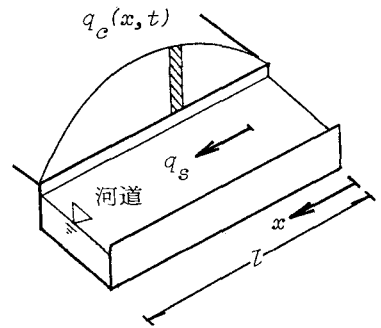


図-1 河道モデル

3. 貯留方程式の誘導

式(3)に $Q_c(X, T) = f_1(T) \cdot f_2(X)$ の波形の横流入量を与えることによりシミュレーションする。図-2は、 $f_2(X)$ の一例であり式(6)に表す。

$$\begin{aligned} f_2(X) &= X(1-X)\exp\{-(1+X)^2\} \\ f_2(X) &= X^2(1-X)\exp\{-(1+X)^2\} \\ f_2(X) &= X^3(1-X)^{1/2}\exp\{-(1+X)^2\} \end{aligned} \quad (6)$$

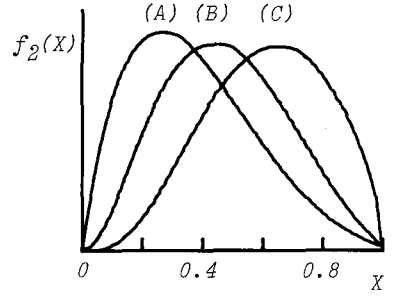


図-2 $f_2(X)$ の波形

図-3は、横流入量の無次元ピーク値 0.571150 無次元ピーク値生起時刻 1.0, $m=1.6$ で図-2で示した (A), (B), (C) を与えた場合の河道内貯留量 S と流出量 Q_s との関係を示したものである。

藤田は、河道による時間遅れの効果を見出し、時間的に一様である矩形降雨を対象に定常状態における貯留方程式で、2価性の斜面内貯留量～流量曲線を1価関数で近似し、式(7)を示した。

$$S = KQ_s^{1/m} \quad K = \frac{m}{m+1} \quad (7)$$

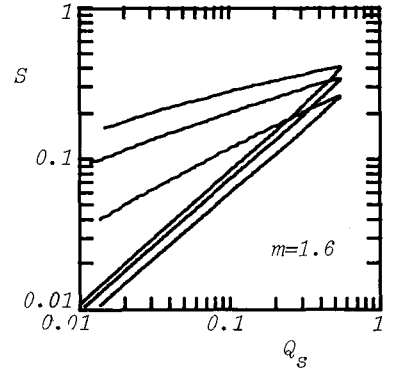


図-3 $S \sim Q_s$ 曲線

そこで本研究では、まず式(7)に X に関する項を付け加えることにより、河道においても同様に $S \sim Q_s$ 曲線のピークを連ねた1価関数の貯留方程式を誘導する。式(7)は、降雨量および降雨波形によらず成立するので X 方向に一樣な横流入量を与えた場合に式(7)が成り立つことを制約条件として、式(3)を数値計算した結果より次式を得た

$$\begin{aligned} S &= b \cdot \frac{m}{m+1} Q_s^{1/m} \\ b &= -K_1 \cdot \mu^m + K_2 \\ K_1 &= 1.93757 \cdot m^{-0.684096} \\ K_2 &= 1 + 0.5^m \cdot K_1 \end{aligned} \quad (8)$$

μ : 横流入量の重心位置

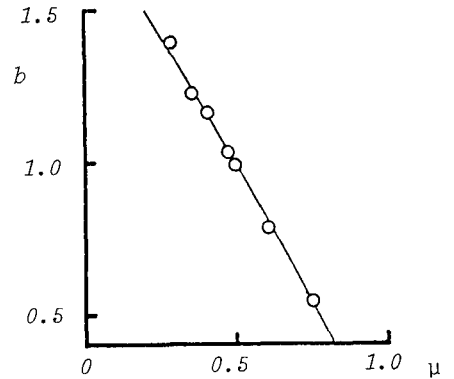


図-4 b と μ の関係

なお、上述のように $\mu=0.5$ において $b=1$ となることを制約条件とした。図-4は $m=1.2$ の場合の式(8)の係数 b と m との関係を、図-5は式(8)の係数 K_1 と μ との関係をそれぞれ示したものである。本研究では、図中の点を最小2乗法で近似したものを一般化した。図-6の実線は $m=1.2$ のとき波形 $f_1(T)$ が異なる横流入量の無次元ピーク値 0.22, 0.57, 2.15 で $f_2(X)$ が図-2の (A) である場合 ($\mu=0.365701$) の $S \sim Q_s$ 曲線である。破線は実線のピークを式(8)により連ねたものであり、式(8)は十分な精度をもっていること

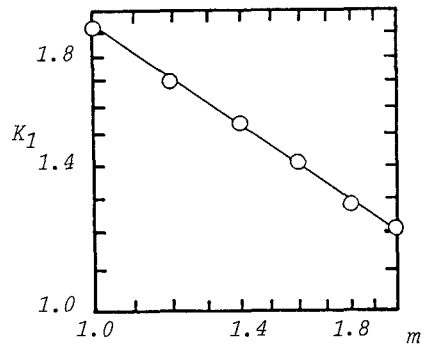


図-5 K_1 と m の関係

が理解できる。しかし、横流入量を推定するに際しては図-6の $S \sim Q_s$ 曲線から明らかなように、ハイドログラフの上昇部で特に、2価性が強く式(8)による逆算は非常に困難である。そこで式(9)に示すような2価関数の貯留方程式を導入する。なお、ハイドログラフの減衰部では、式(8)を採用する。

$$S = b \frac{m}{m+1} Q_s^{1/m} + S_0(T) \quad (9)$$

図-7の実線は、 $m=1.6$ の場合に $\mu=0.365701$ の横流入量を与えたときの、式(3)のkinematic waveモデルの解と式(8)の解との差の時間的な変化を表したものである。図示したように上述の差の値がピーク値をとる時刻を T_{lp} とし、その前後の上昇部と減衰部とをそれぞれ式(10)のように近似する。

$$S_0(T) = \begin{cases} p_1 T^m & T \leq T_{lp} \\ p_2 (T_p - T)^{2m} & T_{lp} < T \leq T_p \\ 0 & T_p < T \end{cases}$$

$$p_1 = 10^{-K_3 T_{lp} + K_4} \quad p_2 = p_1 T_{lp}^m / (T_p - T_{lp})^{2m}$$

$$T_{lp} = \begin{cases} K_5 T_p + K_6 & T_p > T_{el} \\ 2T_p + K_7 & T_{el} \geq T_p \end{cases} \quad (10)$$

式(10)は、シミュレーションの結果を最小2乗法で近似し、それを一般化したものである。なお、式中の T_p はハイドログラフのピーク流量生起時刻を示し各係数は式(11)のように定義した。

$$T_{el} = (K_7 - K_6) / (K_5 - 2)$$

$$K_3 = \{0.60634(m-1)^{3.69351+2.1331}\mu + 1.322m^{-1.806145}$$

$$K_4 = K_3 \cdot \{-3.99(m-1)^{0.601}\mu + 0.905746 + 8.46 \log m\} - 1$$

$$K_5 = -\{0.022m^{3.80869+0.126}\mu + 0.408m - 0.368$$

$$K_6 = -\{1.73216(2-m)^{2.8711+0.6139}\mu^{-1} + 0.744m + 0.313$$

$$K_7 = \{13.45 - 14.5417(m-1)^{0.094726}\mu + 2.2366 \log(m-0.96) - 1.7687$$

$$(11)$$

図-7の破線は、式(10)の解であり、よく適合していることがわかる。

以上のようにして、式(10)、(11)によって、河道内の流れに関して次のような貯留方程式が得られる。

$$\frac{dS}{dT} = Q_c - Q_s$$

$$S = K Q_s^{1/m} + S_0(T) \quad K = b \frac{m}{m+1} \quad (12)$$

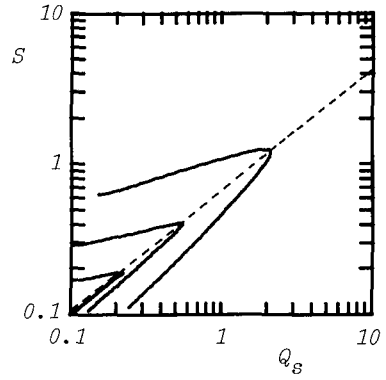


図-6 $S \sim Q_s$ 曲線と式(8)の解

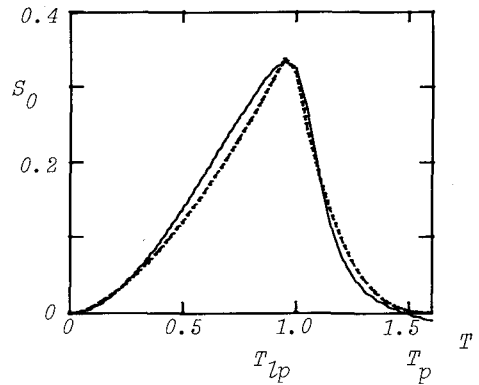


図-7
実線：式(3)と式(8)との差
破線：式(10)

図- 8,9,10は、 $m=1.6$ $\mu=0.365701$ および $m=2.0$ $\mu=0.613102$ の場合についてそれぞれシミュレーションした結果である。図- 8は、kinematic waveモデルと式(12)の貯留型モデルとの $S \sim Q_s$ 曲線を比較したものである。また、図- 9は、入力した式(5)に示す $Q_c(T)$ と式(12)によって逆算したものとを比較したものである。図- 10は、図- 9で実線および破線で表した横流入量を図- 11に示すように μ の値から横流入量がピーク値をとる場所の X 座標を求め、波形を三角形に

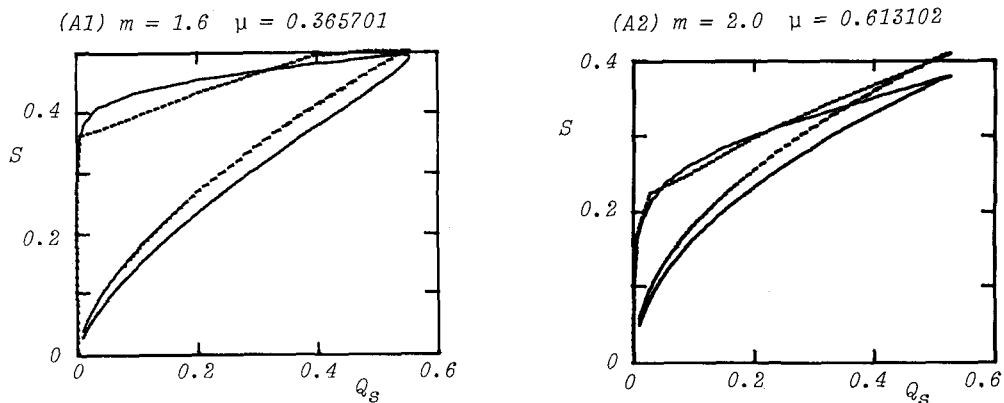


図- 8 Kinematic Waveモデルと貯留型モデルとの $S \sim Q_s$ 曲線の比較
実線：Kinematic Waveモデル 破線：貯留型モデル 式 (12)

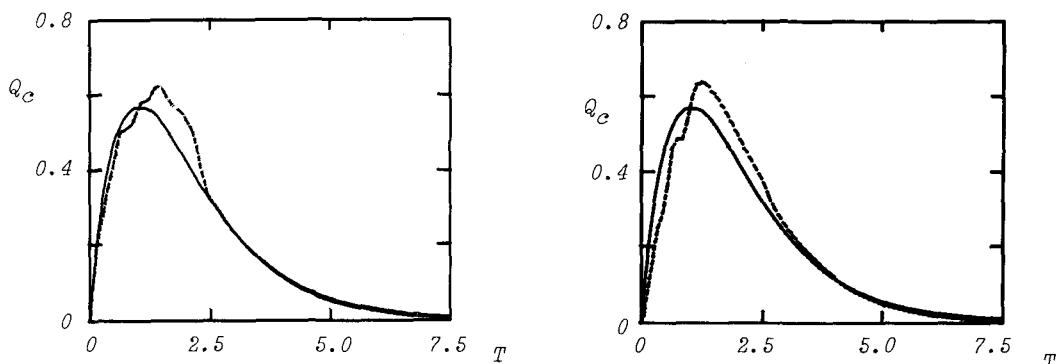


図- 9 入力した横流入量と逆算した横流入量との比較
実線：入力した横流入量 破線：逆算した横流入量

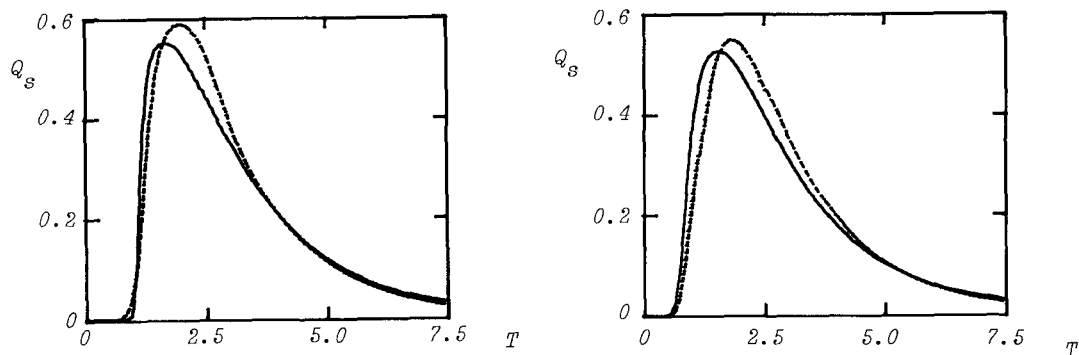


図- 10 逆算した横流入量によるハイドログラフ
実線：入力した横流入量によるハイドログラフ 破線：逆算した横流入量によるハイドログラフ

置いた $Q_c(X, T)$ を式(3) 与えたときの解である。図より式(12)は、実用上十分な精度をもっていると考えられる。

これまでの結果は、いずれも無次元表示によるもので、これを次元のある量に書き直す。

$$\frac{ds}{dt} = q_c - q_s$$

$$s = 1000L(\frac{1}{\alpha})^{1/m} K q_s^{1/m} \tag{13}$$

$$+ (1000L)^{1/m} (\frac{1}{\alpha})^{(1-m)/m} \bar{q}_c^{(1-m+m^2)/m} 3600^m s_0(t)$$

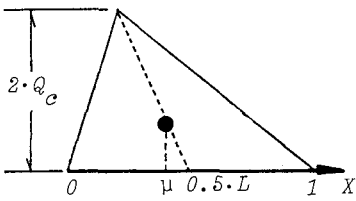


図- 11

$$L:km, q_s:m^3/sec, \bar{q}_c:m^2/sec, t:sec, \alpha:メートル・秒単位, s:m^3, s_0:hr^m$$

最後に、 μ の値を推定する。シミュレーションの結果では、ハイドログラフの下降期における単位時間あたりの減衰の割合および、河道末端の流出量が大きく現れ始める時刻は、 μ の値に影響されて若干変化するが、実際の流出解析で定量的に評価することは非常に困難である。そこで本研究では地形データから μ を求めた。本流に対して流域で最大の支流が流入している河道上の点を、横流入量が最も大きい場所と定めて、図- 11に示す方法で μ を算定した。

4. 実流域における解析

上述の方法を、空知川金山ダム流域に適用した結果を示す。図- 12は、金山ダム流域の概要である。この流域は、支流のシーソラブチ川,ルーオマンソラブチ川が中流部の落合で合流し、本流である空知川となって流出している。ここでは、空知川およびシーソラブチ川を本流と見なし、ルーオマンソラブチ川を支流とした。それによって落合を横流入量が最大値をとる地点と定めた。ここで用いた水文資料は、北海道開発局による昭和50年および昭和56年の洪水例である。流域の地形量を表- 1に示す。河道の粗度係数 n は、水理公式集⁴⁾の自然流路に対する山地流路値を用いた。 m の値は、流れがManning則にはば従っているととして $m=1.6$ を採用した。なお、計算にあたって式(12)は、ハイドログラフの無次元ピーク流出量が0.5付近であるときに最も良く適合するため、それに合わせて $\bar{q}_c$ を定め式(13)に代入した。図-13の実線は、上述の水文資料の流出量データより式(13)の貯留方程式を用いて逆算した横流入量の、河道流下方向に関する積分値である。破線は、比較のために式(7)を有次元化した式を用いた計算結果であり、横流入量が河道の流下方向に関して一様であると仮定した場合である。図で実線のピーク時刻が、破線よりも5時間程度早いのがわかる。これは、式(13)でハイドログラフの上昇期に2価関数をあてはめたため、1価関数の場合よりも河道内貯留量を大きく見積ったためと考えられる。図-14は、図-13に示す逆算した横流入量の検証のために、それぞれをkinematic waveモデルに入力した解と実測値とを比較したものである。図より、横流入量の x 方向



図- 12 金山ダム流域地形概略図

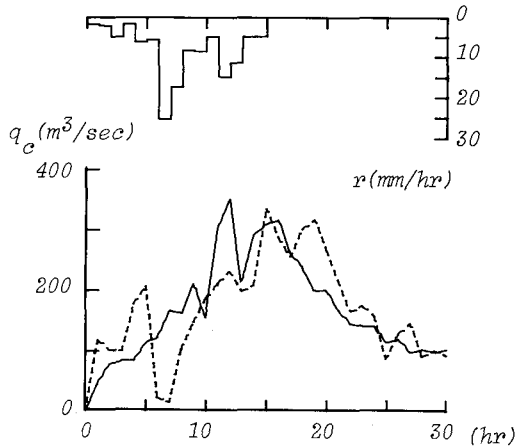
$A (km^2)$	$L (km)$	i	n	m
470.0	56.10	0.012	0.09	1.6

$$d = 15 (m)$$

$$\mu = 0.4786$$

表- 1 金山ダム流域地形データ

(a) 洪水 NO.1 (昭和50年8月)



(b) 洪水 NO.2 (昭和56年8月)

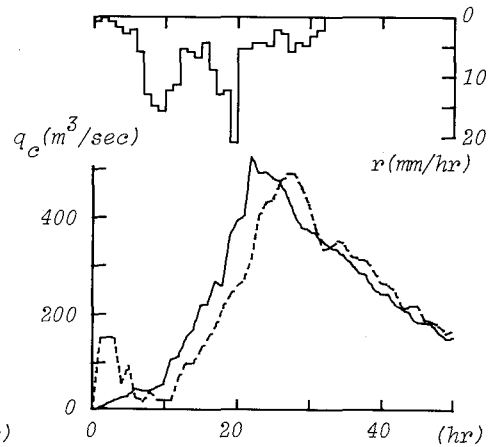


図-13 逆算した横流入量の計算結果

実線：式(13)

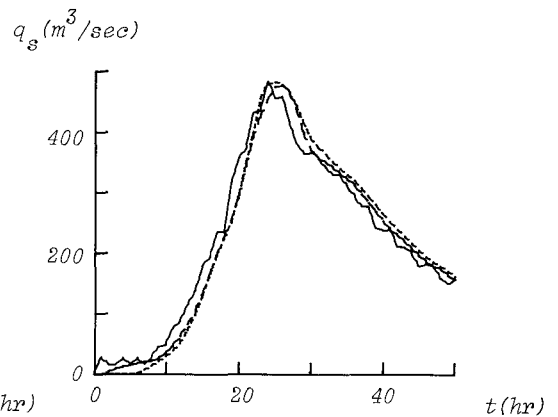
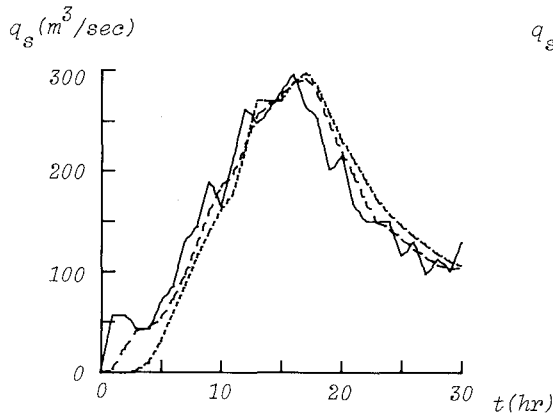
破線： x 方向の波形を一樣とした横流入量

図-14 Kinematic waveモデルによる横流入量の計算値の検証

実線：実測値

点線：式(13) による横流入量を入力

破線：河道流下方向の横流入量の分布無視

の分布を考慮した場合と無視した場合とが同程度に適合していることが理解できるが、これは、次のような理由によると考えられる。

- 1) 横流入量の大きさに比して河道長が大きいため、単位幅あたりの横流入量が小さくなり、分布の影響が少なくなる。
- 2) μ の値が0.5に近く、式(13)の1価関数の項に分布の効果が反映しない。

以上の結論より、本研究の手法は、小流域の急激な洪水に対して有効であることがわかる。

参考文献

- 1) 日野・長谷部：流出時系列のみによる流出解析，土木学会論文報告集，Vol.300，1981
- 2) 藤田睦博：流域の地形構造を考慮した貯留関数法に関する研究，北海道大学 博士論文，1982
- 3) 藤田睦博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集，第314号，1981
- 4) 土木学会編：水理公式集，1971