

II-16 エントロピー法を用いた降雨流出成分の分離法に関する研究

北海道大学・工学部 正員 藤田 睦博
同上 学生員 林 薫

1. はじめに

従来、山腹斜面の雨水の集中経路は、概念的に表面流、中間流、地下流の3流出成分に分離されていた。また、洪水時には、表面流が卓越するというのが一般的な集中の概念であった。しかし、最近の国内外の実験流域における詳細な観測によると、平水時のみならず洪水時にも中間流出成分が卓越することが報告されている。

図1・1は、流出成分 $q_i(t)$ とこの成分に対応する降雨量 $r_i(t)$ の関係を示している。日野ら^{1,2)}は、 $r_i(t)$ と $q_i(t)$ の関係が、線形であるが、有効雨量 $r_e(t)$ を各 $r_i(t)$ に分割する過程が非線形であることを報告している。一方、藤田ら^{3~7)}は、エントロピー法を用いて非常単位図の特性を調べ、降雨開始時および降雨終了時の単位図は、同一流域であれば、出水例毎の変動が小さく、これはこれら両時刻では特定の流出成分が卓越しているものとした流出成分の分離法を提案している。本研究では豊平峡ダム流域の実測資料を用いて、同様な手法で流出成分を分離した結果について報告する。

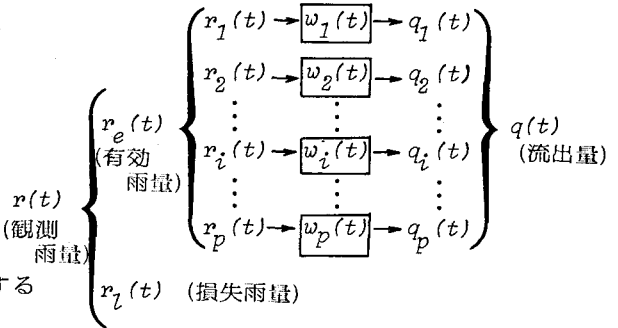


図- 1・1 降雨とその流出成分

2. 基礎理論

i 時刻の降雨量 r_i のうち $j(j \geq i)$ 時刻に流域末端に流出する成分を $h_{i,j}$ とすると表-2・1に示すマトリックスを構成できる。 q_j は j 時刻の流出量で、 m, n はそれぞれ降雨、流出量の継続時間である。また、表-2・1の最下端の $h_{i,n+1}, i=1, 2, \dots, m$ は、 r_i の損失雨量 r_{li} に相当する。したがって、対象としている流出量 $q_j, j=1, 2, \dots, n$ に直接関与する有効雨量 r_{ei} は、次式で与えられる。

$$r_{ei} = r_i - h_{i,n+1} \quad (2.1)$$

表-2・1に関して、定義により式(2・2)、(2・3)が成立する。

$$r_i = \sum_{j=i}^{n+1} h_{i,j} \quad (2.2)$$

$$q_j = \sum_{k=1}^s h_{k,j} \quad s = \begin{cases} j & j \leq m \\ m & j > m \end{cases} \quad (2.3)$$

既知の $r_i, i=1, 2, \dots, m, q_j, j=1, 2, \dots, n$ (一般に $n > m$ としてよい)より、表-2・1の $h_{i,j}$ を求めようとすると、条件式が式(2・2)、(2・3)の $(n+m)$ 個となり、未知数が $m(2n-m+3)/2$ 個

表-2・1 降雨の配分過程

	r_1	r_2	$\dots$	r_i	$\dots$	r_m
q_1	$h_{1,1}$					
q_2	$h_{1,2}$	$h_{2,2}$				
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
q_i	$h_{1,i}$	$h_{2,i}$	$\dots$	$h_{i,i}$		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
q_m	$h_{1,m}$	$h_{2,m}$	$\dots$	$h_{i,m}$	$\dots$	$h_{m,m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
q_n	$h_{1,n}$	$h_{2,n}$	$\dots$	$h_{i,n}$	$\dots$	$h_{m,n}$
$\sum R_i - \sum q_j$	$h_{1,n+1}$	$h_{2,n+1}$	$\dots$	$h_{i,n+1}$	$\dots$	$h_{m,n+1}$

となり、 $(2n-m)(m-1)/2$ 個の条件式が不足しており、このままでは $h_{i,j}$ を求めることができない。一方、竹内⁸⁾は $h_{i,j}$ の計算に際して、交通流の分野におけるOD表の交通量配分のエントロピー的手法を、流出解析に初めて応用した。竹内の手法は、表-2・1の r_i を有効雨量としたものであるが、その後、藤田は r_i を観測雨量とし、損失雨量までも求めることができるように竹内の手法を改良、修正している^{4,5)}。

エントロピー法を用いた $h_{i,j}$ の計算手法はすでにいくつか報告しているのでそれら文献を参照してもらうこととして、ここではその説明を省略する。 i 時刻の単位図は、次式で与えられる。

$$u_{i,j} = \frac{h_{i,j}}{r_i - h_{i,n+1}} \quad (1 \leq j \leq n) \quad (2.4)$$

図-1・1に示すように、流域末端の流出量 $q(t)$ は各流出成分 $q_k(t)$ の和であり、この流出成分に対応する降雨量 $r_k(t)$ と $q_k(t)$ に線形関係を仮定すると次式を誘導できる。

$$q(t) = \sum_k q_k(t) = \sum_k \int r_k(\tau) w_k(t-\tau) d\tau \quad (2.5)$$

$w_k(t)$ は、 k 番目の流出成分のインパルス応答関数である。いま、 $r_k(t)$ を次のように表わすと

$$r_k(t) = G_k(t) r_e(t) \quad (2.6)$$

$$\sum_k G_k(t) = 1 \quad (0 \leq G_k(t) \leq 1)$$

3. 豊平峡ダム流域における解析とまとめ

豊平川上流部豊平峡ダム流域（流域面積134km²）の4出水例を解析した。降雨量は流域平均雨量を採用し、流出量はハイドログラフの立上り時刻と降雨終了後約20時間後を直線で結んで直接流出量を分離した。採用した資料は総降雨量にして100mm以上のものを対象とした。

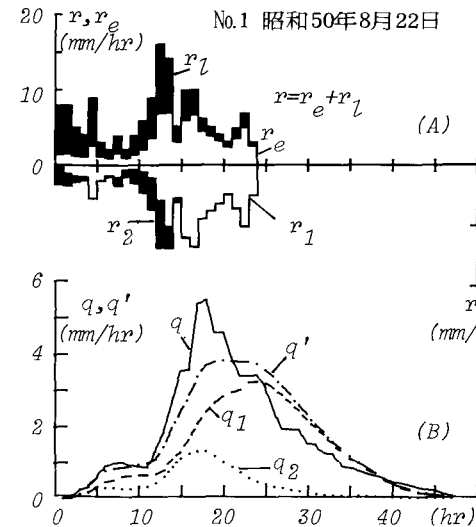


図-2・1 豊平峡ダム流域の計算結果

式(2・5)は、次のように書くことができる。

$$q(t) = \int r_e(\tau) \sum_k G_k(\tau) w_k(t-\tau) d\tau \quad (2.7)$$

式(2・7)は、形式上 $r_e(t)$ と $q(t)$ の関係を示しているが、たたみ込み積分とは異なり式(2・7)右辺の $\sum$ の内容が $(t-\tau)$ だけの関数になっていないことが特徴である。すなわち、式(2・7)のインパルス応答関数に相当する部分が、次の様に表わされるので、 $r_e(t)$ と $q(t)$ の関係は非線形になっている。

$$U(t, \tau) = \sum_k G_k(\tau) w_k(t-\tau) \quad (2.8)$$

式(2・8)は、 t 時刻の入力に対するインパルス応答関数が、時刻 t にも依存しているとも解釈できる。

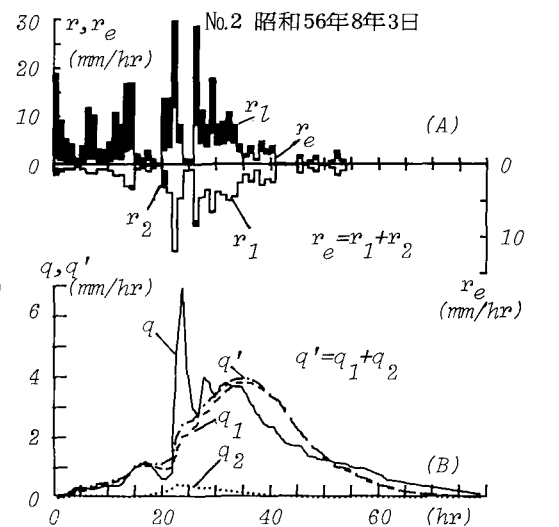


図-2・2 豊平峡ダムの計算結果

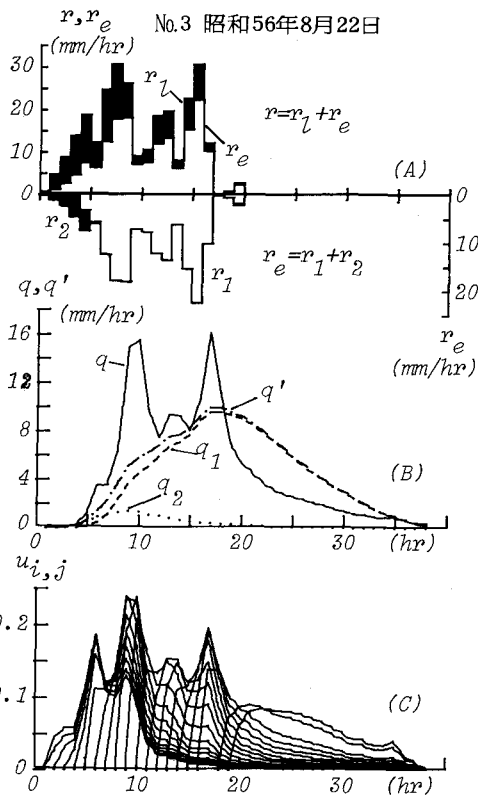


図-2・3 豊平峡ダム流域の計算結果

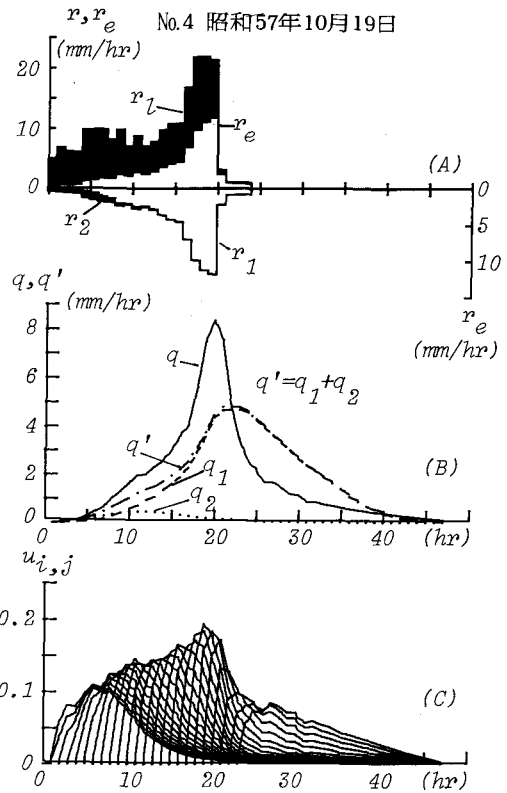


図-2・4 豊平峡ダム流域の計算結果

図-2・1~4(c)は、前章の理論を用いて計算した単位図 $u_{i,j}$ を示す。各出水毎に、また、各時刻毎に大きく変動していることがわかる。図-2-5は累加有効雨量と累加損失雨量を示している。図中の洪水番号は図-2・1~4の洪水生起年月日に対応している。図-2・6は、計算した4出水例について、降雨開始時および終了時の単位図をまとめたものである。図によるとこれらは、非常に類似した形状を呈している。いま、図-2・6の降雨開始時および終了時の各 $u_{i,j}$ の平均の単位図を2つの流出成分の単位図と仮定する。ここでは、図-1・1の $w_1(t)$ に相当するものとして降雨終了時の平均の単位図を、 $w_2(t)$ として降雨開始時の平均の単位図を用いることにする。この区別は、平均の単位図のピークの生起時刻の大小によった。式(2・8)の左辺 $U(t, \tau)$ の代りに $u_{i,j}$ を用いて次式を得る。

$$u_{i,j} = G_1(i) \{ w_1(j-i) - w_2(j-i) \} + w_2(j-i) \quad (3.1)$$

$j = i, \dots, n$

上式を最小自乗法によって $G_1(i)$ を求めた結果を図-2・7に示す。機械的に最小自乗法を適用したので、 $G_1(i)$ の定義域をはずれた結果が得られ、藤田の天塩川、神流川での解析結果^{6,7)}と比較するとその変動が激しい。この原因の1つは、図-2・1~4(B)に示すように採用した流出資料が高周波成分に富んでいるためと思われる。 $G_1(i)$ が求まると、式(2・6)より容易に $r_1(i), r_2(i)$ を計算できる。また、 $q_1(i), q_2(i)$ は、式(2・7)より得られる。これらの結果は、図-2・1~2・4の(A), (B)に示されている。ハイドログラフの高周波成分までは再現していないが、低周波成分はほぼ再現していると思われる。しかし、 q_1 の流出成分が卓越し、これは図-2・7において $G_1(i)$ が1を越えたときには1とし負の場合には $G_1(i)$ をゼロとして計算した影響が大である。すなわち、 r_1 を過大に推定しているためと思われる。今後は式(3・1)の $G_1(i)$ の求め方を再検討する必要がある。

本研究は、昭和59年度文部省科学研究費特定研究(2)「比較河川学の研究」代表岸 力の補助を受けた。記して関係各位に謝意を表する。

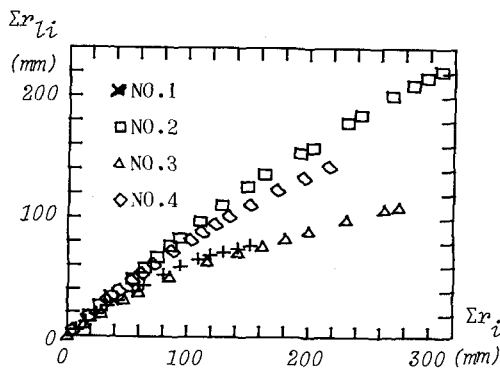


図-2.5 累加雨量と累加損失雨量

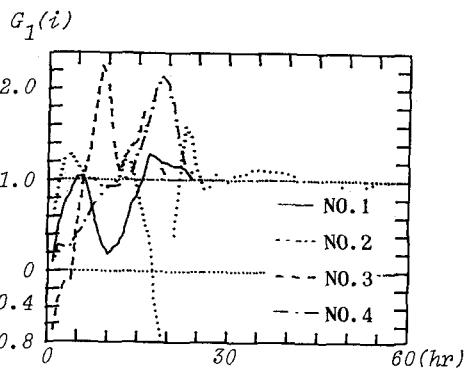


図-2.7 $G_1(i)$ の時間変化

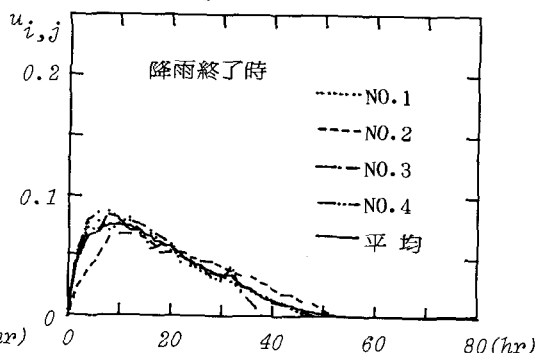
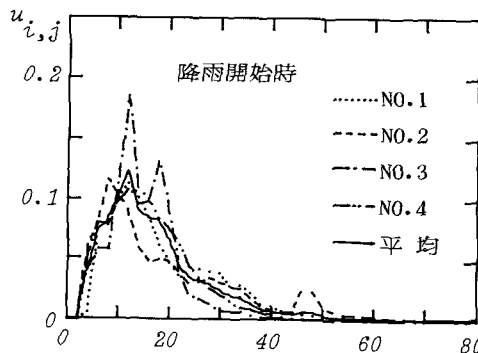


図-2.6 降雨開始時および終了時の単位図

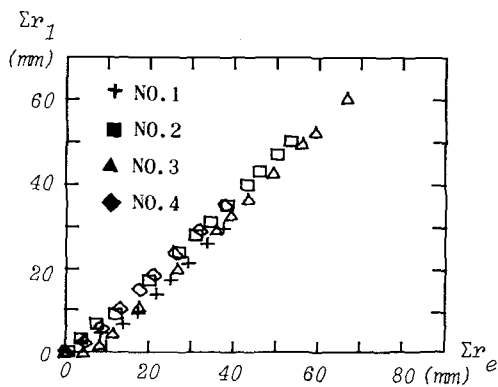


図-2.8 累加 r_1 と累加有効雨量

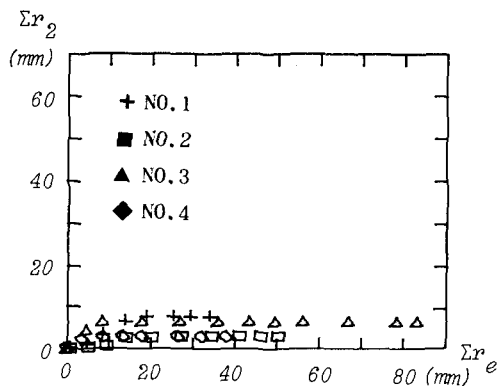


図-2.9 累加 r_2 と累加有効雨量

参考文献

- 1) 日野幹雄, 長谷部正彦: 流量時系列のみによる流出解析, 土木学会論文報告集, 第300号, 1981
- 2) 日野幹雄, 長谷部正彦: フィルター分離AR法による非線形流出系の同定と予測(時間単位), 土木学会論文報告集, 第324号, 1982
- 3) 山岡勲, 藤田睦博, 中平淳: エントロピー法を用いたユニットグラフに関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 第39号, 1983
- 4) 道口敏幸, 藤田睦博: エントロピー法を用いた有効雨量の推定について, 土木学会第38回年次学術講演会講演概要集, II, 1983
- 5) 藤田睦博, 道口敏幸, 山岡勲: エントロピー法による有効雨量の推定, 北海道大学工学部研究報告, 第118号, 1984
- 6) 藤田睦博, 道口敏幸: エントロピー法を用いた流出解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第40号, 1984
- 7) 藤田睦博, 道口敏幸: エントロピー法を用いた流出解析, 土木学会第39回年次学術講演会講演概要集, II, 1984
- 8) Kuniyosi Takeuchi: The law of Entropy Increase Governing Rainfall-Runoff Process, 3th. Int. Symp. on Stoch. Hy. 1980