

II-11 地表面伝熱の実用的算定法

北見工業大学 正員 佐渡公明

1. まえがき

河川、貯水池、冷却池等の水温には水体に接触する地盤からの伝熱量が影響する。また、積雪下面で起こる地温融雪量の算定にも地表面伝熱量が必要となる。この地表面伝熱量の実用計算法としてPivovarov¹⁾やJobson²⁾の方法がある。Pivovarov式は半無限地盤を対象にしているため、初期平均地温の決定には地温変化が消失する不易層までの地温測定が必要であり、また熱定数が深さ方向に変化する場合には適用できない。熱定数の変化に対しては有限厚さとして扱わなければならない。Jobson式は地表面から断熱された深さまでの厚さの推定が困難であり、また計算が繁雑である。

本論文では、地表面下の地盤を半無限および有限厚さの熱伝導場と扱い、 Δt 時間内の地温変化を一定値および一次変化と近似して、4種類の地表面伝熱量の実用的算定式を導く。次に、半無限地盤のときに解析的な誤差評価を行う。また北見工大敷地内における地表面伝熱量の実測値に対する計算値の誤差を比較検討する。

2. 半無限地盤に対する地表面伝熱量

地表面を原点とし深さ方向を x 座標とすると、地温 $\theta(x, t)$ は式(1)の1次元熱伝導方程式に従う。 t は時間で、 k は熱拡散率である。地表面における境界条件および初期条件をそれぞれ式(2)、(3)とする。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \text{--- (1)}$$

$$x = 0, \quad \theta(0, t) = f(t) \quad \text{--- (2)}$$

$$t = 0, \quad \theta(x, 0) = C_0 \quad \text{--- (3)}$$

ここに、 $f(t)$ は t の任意関数、 C_0 は定数である。式(2)、(3)の条件を満足する式(1)の解は、

$$\theta(x, t) = C_0 \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{kt}} \right) + \frac{x}{2\sqrt{\pi k}} \int_0^t \frac{f(\xi)}{(t-\xi)^{3/2}} e^{-\frac{x^2}{4k(t-\xi)}} d\xi \quad \text{--- (4)}$$

と得られている。 $\operatorname{erf}()$ は誤差関数であり、 $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$ である。

2-1 Δt 時間の地表面温度変化が一定値の場合

式(2)の $f(t)$ として、次式のように Δt 時間ごとに任意の一定値となる場合すなわち階段状変化を考える。

$$\theta(0, t) = \bar{\theta}_m; \quad (m-1)\Delta t \leq t \leq m\Delta t \quad (m=1, 2, \dots) \quad \text{--- (5)}$$

このとき式(5)を式(4)に代入して、 $t = K\Delta t$ ($K=1, 2, \dots$)のときの地温は、

$$\theta(x, K\Delta t) = C_0 \operatorname{erf} \frac{\alpha}{\sqrt{K}} + \sum_{i=1}^{K-1} \bar{\theta}_i \left(\operatorname{erf} \frac{\alpha}{\sqrt{K-i}} - \operatorname{erf} \frac{\alpha}{\sqrt{K-i+1}} \right) + \bar{\theta}_K (1 - \operatorname{erf} \alpha) \quad \text{--- (6)}$$

$$\alpha = x / 2\sqrt{k\Delta t}$$

と得られる。 $t = K\Delta t$ のときの地表面伝熱量 $H_b(K\Delta t)$ は、 $H_b(K\Delta t) = \lambda \partial \theta(x, K\Delta t) / \partial x|_{x=0}$ より

$$H_b(K\Delta t) = \sqrt{\frac{c\rho\lambda}{\pi\Delta t}} \left\{ \frac{C_0}{\sqrt{K}} + \sum_{i=1}^{K-1} \bar{\theta}_i \left(\frac{1}{\sqrt{K-i}} - \frac{1}{\sqrt{K-i+1}} \right) - \bar{\theta}_K \right\} \quad \text{--- (7)}$$

と求まる。ここに c, ρ, λ はそれぞれ地盤の比熱、密度、熱伝導率である。 H_b の正負は、地中から地表面へ熱伝導する場合が正であり、積雪や水体があるときはこれらへの加熱を表わす。

2-2 Δt 時間の地表面温度変化が線形の場合

この場合はPivovarov¹⁾が解いているので結果のみを記す。式(2)の $f(t)$ として、式(8)のように Δt 時間ごとに t の1次式を考える。

$$\theta(0, t) = \theta_{m-1} + (\theta_m - \theta_{m-1}) \{ t - (m-1)\Delta t \} / \Delta t; \quad (m-1)\Delta t \leq t \leq m\Delta t \quad \text{--- (8)}$$

すなわち $t = (m-1)\Delta t$, $m\Delta t$ のときの地表面温度 θ_{m-1} と θ_m を直線で結んでいる。このとき地表面伝熱量は次のように求められている。

$$H_b(K\Delta t) = 2\sqrt{\frac{C\rho\lambda}{\pi\Delta t}} \left\{ \frac{C_0 - \theta_0}{2\sqrt{K}} + \sum_{i=0}^K \theta_i \psi_{i,K} \right\} \quad \psi_{i,K} = \begin{cases} \sqrt{K} - \sqrt{K-1} & \dots i=0 \\ \sqrt{2/K-i} - \sqrt{K-i-1} - \sqrt{K-i+1} & \dots 1 \leq i \leq K-1 \\ -1 & \dots i=K \end{cases} \quad (9)$$

3. 有限地盤厚に対する地表面伝熱量

熱伝導場を半無限とすると熱定数が深さ方向に変化する地盤を扱えない。熱定数が変化する場合でも任意の l に対し、 $x=0 \sim l$ の間は一定とみなせるときは本節の結果が適用できる。次の境界条件と初期条件を設定し、

$$\left. \begin{aligned} x=0, \quad \theta(0, t) &= f(t) \\ x=l, \quad \theta(l, t) &= g(t) \end{aligned} \right\} \quad t=0, \quad \theta(x, 0) = C_0 \quad (10) \quad (11)$$

これらの条件を満足する式(1)の解は、次のように得られている³⁾。

$$\theta(x, t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{kn^2\pi^2 t}{l^2}\right) \sin \frac{n\pi x}{l} \left[\frac{C_0}{n\pi} (1 - (-1)^n) + \frac{n\pi}{l^2} \int_0^t \exp\left(\frac{kn^2\pi^2 \xi}{l^2}\right) \left\{ f(\xi) - (-1)^n g(\xi) \right\} d\xi \right] \quad (12)$$

3-1 $f(t)$, $g(t)$ が区分的一定値の場合

式(10)の境界条件として、 Δt ごとに任意の一定値をとる場合、

$$\theta(0, t) = \bar{\theta}_m, \quad \theta(l, t) = \hat{\theta}_m; \quad (m-1)\Delta t \leq t \leq m\Delta t \quad (m=1, 2, \dots) \quad (13)$$

を考える。式(13)を式(12)に代入しても解 $\theta(x, K\Delta t)$ が得られるが、 $\theta(x, K\Delta t)$ に対する $\bar{\theta}_i$ と $\hat{\theta}_i$ の寄与分を先に計算し、この総和を $i=1$ から K まで求めてもよい。いずれにしても解は次のように得られる。

$$\begin{aligned} \theta(x, K\Delta t) &= \frac{2C_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (1 - (-1)^n) \sin \frac{n\pi x}{l} e^{-K\beta n^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{K-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{l} \left(e^{-(K-i)\beta n^2} - e^{-(K-i+1)\beta n^2} \right) (\bar{\theta}_i - (-1)^n \hat{\theta}_i) \\ &\quad - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{l} e^{-\beta n^2} (\bar{\theta}_K - (-1)^n \hat{\theta}_K) + \left\{ \bar{\theta}_K - (\bar{\theta}_K - \hat{\theta}_K) \frac{x}{l} \right\} \quad (14) \quad \beta = \frac{K\pi^2 \Delta t}{l^2} \end{aligned}$$

地表面伝熱量は、2-1と同様に次のように表わされる。

$$\begin{aligned} H_b(K\Delta t) &= \frac{2\lambda C_0}{l} \left\{ a(K\beta) - b(K\beta) \right\} + \frac{2\lambda}{l} \sum_{i=1}^{K-1} \left\{ \bar{\theta}_i [a((K-i)\beta) - a((K-i+1)\beta)] - \hat{\theta}_i [b((K-i)\beta) - b((K-i+1)\beta)] \right\} \\ &\quad - \frac{2\lambda}{l} \left\{ \bar{\theta}_K a(\beta) - \hat{\theta}_K b(\beta) \right\} - \frac{\lambda}{l} (\bar{\theta}_K - \hat{\theta}_K) \quad (15) \\ a(\beta) &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta n^2}, \quad b(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\beta n^2} \end{aligned}$$

式(14), (15)において、第1項は初期平均地温 C_0 の寄与を示し、第2項は $\bar{\theta}_i$, $\hat{\theta}_i$ ($i=1, 2, \dots, K-1$) の影響であり、第3項は $(K-1)\Delta t \leq t < K\Delta t$ のときの $\bar{\theta}_K$, $\hat{\theta}_K$ の寄与を示し、最後の第4項は $t=K\Delta t$ の $\bar{\theta}_K$, $\hat{\theta}_K$ の影響を表わしている。

3-2 $f(t)$, $g(t)$ が区分的線形の場合

時刻 $t = m\Delta t$ における両端 $x=0, l$ の地温を u_m, v_m とし、次の境界条件を考える。

$$\left. \begin{aligned} \theta(0, t) &= u_{m-1} + (u_m - u_{m-1}) \{ t - (m-1)\Delta t \} / \Delta t \\ \theta(l, t) &= v_{m-1} + (v_m - v_{m-1}) \{ t - (m-1)\Delta t \} / \Delta t \end{aligned} \right\}; \quad (m-1)\Delta t \leq t \leq m\Delta t \quad (16)$$

この境界条件を式(12)に代入し積分を行い、最終的に地温に対し式(17)、地表面伝熱量に対し式(18)が得られる。

$$\begin{aligned} \theta(x, K\Delta t) = & \frac{2C_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (1-(-1)^n) \sin \frac{n\pi x}{\ell} e^{-K\beta n^2} \\ & + \frac{2}{\pi\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{\ell} \left[(U_0 - (-1)^n V_0) (e^{-(K-1)\beta n^2} - e^{-K\beta n^2} - \beta n^2 e^{-K\beta n^2}) \right. \\ & + \sum_{i=1}^{K-1} (U_i - (-1)^n V_i) (e^{-(K-i-1)\beta n^2} - 2e^{-(K-i)\beta n^2} + e^{-(K-i+1)\beta n^2}) + (U_K - (-1)^n V_K) e^{-\beta n^2} \left. \right] \\ & - \frac{\pi^2 x}{6\beta \ell} (1 - \frac{x}{\ell}) \left\{ U_K (2 - \frac{x}{\ell}) + V_K (1 + \frac{x}{\ell}) \right\} + U_K - (U_K - V_K) \frac{x}{\ell} \quad \dots \dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_b(K\Delta t) = & \frac{2\lambda C_0}{\ell} \{ a(K\beta) - b(K\beta) \} \\ & + \frac{2\lambda}{\beta \ell} \left[U_0 \{ C((K-1)\beta) - C(K\beta) - \beta a(K\beta) \} - V_0 \{ d((K-1)\beta) - d(K\beta) - \beta b(K\beta) \} \right. \\ & + \sum_{i=1}^{K-1} U_i \{ C((K-i-1)\beta) - 2C((K-i)\beta) + C((K-i+1)\beta) \} \\ & - \sum_{i=1}^{K-1} V_i \{ d((K-i-1)\beta) - 2d((K-i)\beta) + d((K-i+1)\beta) \} + U_K C(\beta) - V_K d(\beta) \left. \right] \\ & - \frac{\pi^2 \lambda}{6\beta \ell} (2U_K + V_K) - \frac{\lambda}{\ell} (U_K - V_K) \quad \dots \dots (18) \end{aligned}$$

$$C(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\beta n^2}, \quad d(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\beta n^2}$$

地温の時間変化が消失する不易層の深さは日変化で数10cm～50cmであり、年変化で数m～9mである^{4), 5)}。地温日変化の場合不易層の深さを10～50cmとし、 $k = (3 \sim 8) \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$, $\Delta t = 1 \text{ hr}$, $K = 1 \text{ hr} \sim 7 \text{ 日}$ とすると、 $K\beta$ は0.0426～477の範囲である。同様に地温年変化の場合、不易層の深さを1～9m, $k = (3 \sim 8) \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$, $\Delta t = 1 \text{ 日}$, $K = 1 \sim 365 \text{ 日}$ とすると、 $K\beta$ は0.00316～249である。級数 $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $d(x)$ の値を表-1に示す。

表-1 $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $d(x)$ の値

x	a(x)	b(x)	c(x)	d(x)
0.001	27.52	-0.5000	1.589	-0.8220
0.005	12.03	-0.5000	1.522	-0.8200
0.01	8.362	-0.5000	1.473	-0.8175
0.05	3.463	-0.5000	1.274	-0.7975
0.1	2.302	-0.5000	1.134	-0.7725
0.5	0.7533	-0.4820	0.6416	-0.5739
1	0.3863	-0.3497	0.3725	-0.3633
5	0.6738×10^{-2}	-0.6738×10^{-2}	0.6738×10^{-2}	-0.6738×10^{-2}
10	0.4540×10^{-4}	-0.4540×10^{-4}	0.4540×10^{-4}	-0.4540×10^{-4}

4. 数値計算例

4-1 半無限地盤で地面温度がcosine関数の場合

この4-1においては半無限地盤を対象に、初期条件を $\theta(x, 0) = 0$ とし、地表面の境界条件を $\theta(0, t) = A \cos 2\pi t/T$ (A : 任意定数, T : 周期) とする。まず、地表面伝熱量 $H_b(t)$ は解析的に簡単に得られ、任意の半周期 $nT/2 \sim (n+1)T/2$ の間の伝熱量の積算値 $Q_b(n)$ は、次のように得られる。

$$Q_b(n) = \int_{\frac{nT}{2}}^{\frac{(n+1)T}{2}} H_b(t) dt = A \sqrt{c\rho\lambda T} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\sqrt{n} - \sqrt{n+1} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{2}} \right), \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (19)$$

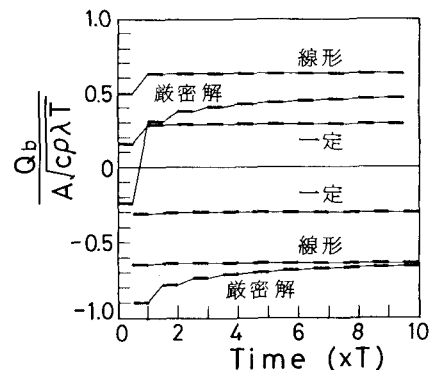
() 内の第1, 2項は n の増加とともに0に近づく非定常成分であり、第2項は定常成分である。いま、地温日変化を対象に、 $T = 24 \text{ hr}$, $\Delta t = 1 \text{ hr}$ とする。2-1で述べた地面温度が Δt の間一定の場合、式(5)の $\bar{\theta}_m$ は $0.5A (\cos(m-1)\pi/12 + \cos m\pi/12)$ となり、 $Q_b(n)$ は次のように得られる。

$$\frac{Q_b(n)}{A\sqrt{CP\lambda T}} = \sqrt{\frac{\Delta t}{\pi T}} \sum_{k=1}^{12} \left\{ \sum_{i=1}^{12n+k-1} 0.5 \left(\cos(i-1) \frac{\pi}{12} + \cos i \frac{\pi}{12} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{12n+k-i}} - \frac{1}{\sqrt{12n+k-i+1}} \right) \right. \\ \left. - 0.5 \left(\cos(12n+k-1) \frac{\pi}{12} + \cos(12n+k) \frac{\pi}{12} \right) \right\} \quad \text{----- (20)}$$

次に、2-2の地面温度が線形変化の場合、式(8)の θ_m は $A \cos m\pi/12$ となり、 $Q_b(n)$ は、

$$\frac{Q_b(n)}{A\sqrt{CP\lambda T}} = 2\sqrt{\frac{\Delta t}{\pi T}} \sum_{k=1}^{12} \left\{ -\frac{1}{2\sqrt{12n+k}} + \sum_{i=0}^{12n+k} \cos i \frac{\pi}{12} \psi_{i, 12n+k} \right\} \quad \text{----- (21)}$$

と求まる。以上の式(19)~(21)を $n=0, 1, \dots, 19$ について比較したのが図-1である。 n が偶数のとき Q_b が正の3本の直線であり、 n が奇数のときは Q_b が負となる下の3本の直線である。式(20)、(21)の Δt の地面温度が一定、線形の場合、 $n=4$ すなわち $t=(2-2.5)T$ 以上の半周期では定常となり、1周期の積算値は0となる。しかし、厳密解の式(19)は(9.5~10) T の半周期でも非定常成分が残っている。 n が奇数のときおよび $n=16, 18$ のときに線形の方が厳密解に近い。その理由は、線形の方が一定の場合より地表面温度の近似がよいからである。



4-2 北見工大敷地における実測値との比較

1984年7月24日17:00~8月1日10:00の期間、北見工大敷地において地表面伝熱量の測定を行った。地温測定にCC熱電対を用い、測定深さは0, 1, 1.4, 2, 2.5, 3.4, 4.6, 6.4, 8.6, 12, 16, 22, 30, 40, 54, 74, 100 cmである。熱流板は5.5, 10.3 cmの深さに埋設し、気温は地面上10, 25, 60, 150 cmで測定した。地面から7 cmの深さまでは黒土で芝の根が延びており、7~15 cmの間は砂利混入土であり、15 cm以上の深さでは粘土混じりの火山灰である。

図-2は観測期間の地温の時間変化を示している。深くなるにつれて日変化の振幅が減少し、54 cm以上では日変化が消失している。不易層より浅い所では、日最高あるいは日最低となる時刻が深さとともに遅れている。直射日光を遮らなかったので、地表面温度が40℃近くまで上がっている。

図-3は、7月27日の地温の深さ方向分布を2時間おきに示している。

浅い所ほど日変化の振幅が大きいことが分かる。さて、体積熱容量 CP の測定は、上層7~20 cmと下層71~90 cmに分けて行った。砂置換法により湿潤比重 γ を求め、後で乾燥比重 γ_d を測定し、 $CP = \gamma - 0.8\gamma_d$ (cal/(cm³°C))を用いて、上層と下層に対しそれぞれ $CP = 0.53, 0.55$ cal/(cm³°C)と得られた。半無限地盤のときは $CP = 0.54$ とし、 $\ell = 6.4$ または12 cmの

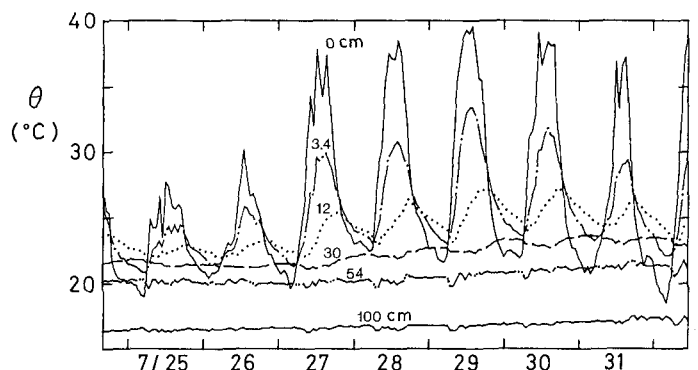


図-2 地温の時間変化 (図中の数字は深さを示す)

有限厚さの場合は $cp = 0.53$ を用いた。半無限地盤の熱拡散率 k は $0 \sim 100$ cm の間の 17 地点の温度についての位相差、日隔差より求め平均値として $k = 0.00493$ cm^2/s を用い、有限地盤厚の場合は $0 \sim 12$ cm の 10 地点の温度について同様の方法で $k = 0.00484$ cm^2/s を採用した。なお、熱伝導率 $\lambda = cpk$ より得られる。

さて、図-4 は半無限地盤とみなしたときの地表面伝熱量の 1 時間ごとの計算値と実測値の比較を示している。計算値は式(7)を用いたときを一定とし、Pivovarov の式(9)を用いたときを線形としている。いずれも Δt を 30 分とし、30 分ごとの H_b を用い台形公式により 1 時間平均の計算値を求めたものである。実測値は、 $0 \sim 10.3$ cm を 9 層に分割し各土層について 1 時間の地温変化から貯熱量を求め、これら 9 層の 1 時間ごとの土層貯熱量と 10.3 cm にある熱流板の 1 時間ごとの平均熱流束との和から求めた。地表面伝熱量は昼間に負、夜間に正となり図-2 の地温の時間変化と逆位相になっている。これは図-3 から、昼間の地表面付近の地温は地表面が高く、夜間は逆に地表面が低くなっているからである。一定、線形のどちらも実測値と同様の傾向を示しているが、線形の場合は振幅が大きく変化している。

図-5 は、図-4 と同じ 1 時間ごとの実測値と、有限厚さとみなしたときの計算値の比較である。計算値は有限厚さ 12 cm とし、式(15)による $\Delta t = 30$ 分間の境界面の地温が一定の場合および式(18)による 30 分間の境界面の地温変化が線形の場合であり、図-4 と同様の方法で 1 時間平均値を求めている。図-4 についても言えるのであるが、一定の場合は地表面伝熱量の日変化が平滑化され線形の場合は鋭敏な日変化を示している。

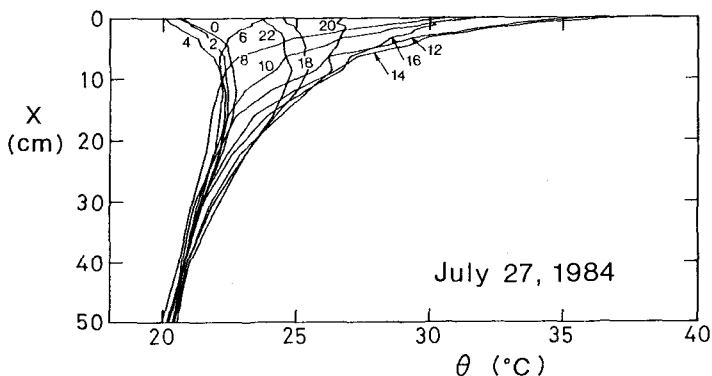


図-3 地温の深さ方向分布 (図中の数字は時刻を示す)

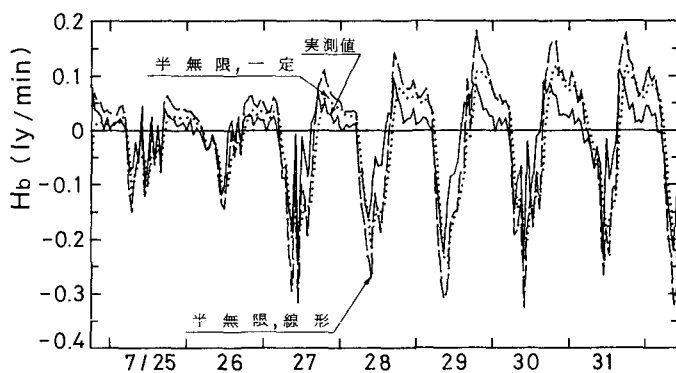


図-4 半無限地盤の計算値と実測値

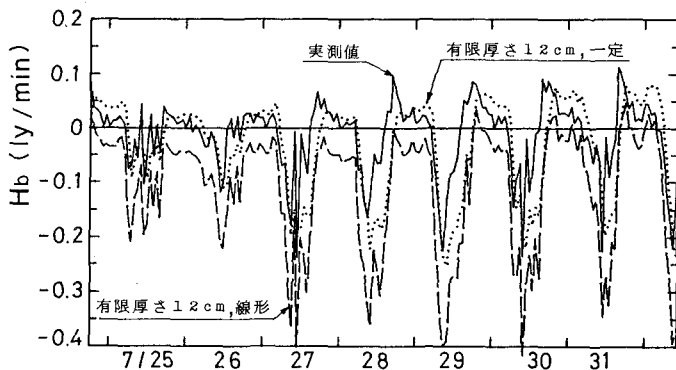


図-5 有限厚さ 12 cm の計算値と実測値

表-2 計算値の実測値に対する誤差

(1) 熱流板の深さ 5.5 cm			(単位 $\times 10^{-2}$ ly/min)			
絶対誤差	半無限		有限厚さ 6.4 cm		有限厚さ 12 cm	
	一定	線形	一定	線形	一定	線形
平均	-0.928	-0.351	-3.25	-7.73	-1.94	-10.1
標準偏差	6.05	6.83	9.29	9.37	6.44	6.66

(2) 熱流板の深さ 10.3 cm			(単位 $\times 10^{-2}$ ly/min)			
絶対誤差	半無限		有限厚さ 6.4 cm		有限厚さ 12 cm	
	一定	線形	一定	線形	一定	線形
平均	-0.706	-0.130	-3.03	-7.50	-1.72	-9.83
標準偏差	5.93	6.21	9.31	9.05	6.48	6.23

表-2は、計算値から実測値を引いた絶対誤差について、その平均値と標準偏差を示している。実測値として(1)は5.5 cmの熱流板と0~5.5 cmを7層に分割した場合であり、(2)は10.3 cmの熱流板と0~10.3 cmを9層に分割した場合である。実測値が地表面伝熱量の真値をどの程度表わしているのか分からないが、他の条件を一定にして深い熱流板を用いるとき実測値に対する計算値の誤差は少くなり、また有限厚さの場合も厚さが大きいき計算値の誤差は少い。さらに、有限厚さよりは半無限にした方が計算値の誤差が少い結果となっている。境界条件の地温変化を30分の間一定とすべきか線形とすべきかは、線形にした方が当然地温の近似がよいのであるが、地温の微係数である地表面伝熱量については一定とした方がよい場合が多い結果となっている。最終的には、10.3 cmの熱流板を用いた実測値を使い、半無限地盤で境界条件の変化を階段状変化としたときが最も誤差が少く標準偏差は0.0593 ly/minである。

5. あとがき

地盤の熱伝導場を半無限地盤と有限地盤厚に分け、それぞれに対し境界条件の地温を階段状変化と線形変化とする場合について、地表面伝熱量の实用的計算式を導いた。半無限地盤のときの解析的誤差評価では、線形変化の方が階段状変化より精度がよいことが示された。北見工大敷地における地表面伝熱量の実測値との比較では半無限地盤で30分間の地表面温度を一定としたとき、すなわち計算式が最も簡単な式(7)を用いた場合が最も精度がよい結果となった。今の所、実測値が真値をどの程度表わしているのか不明なので表-2の結果は断定できないが、簡単な計算式でも結構使えるのではないかとと思われる。今後は地盤の c_p 、 ρ および地表面伝熱量のより正確な測定法を研究していきたい。

参考文献

- 1) Pivovarov, A. A. : Thermal Conditions in Freezing Lakes and Rivers, John Wiley & Sons, 1973.
- 2) Jobson, H. E. : Bed conduction computation for thermal models, Proc. ASCE, Vol. 103, No. HY10, 1977.
- 3) Carslaw, H. S. & J. C. Jaeger : Conduction of Heat in Solids, Oxford Univ. Press, 1959.
- 4) 土壌物理性測定法委員会編：土壌物理性測定法，養賢堂，1972。
- 5) 新編農業気象ハンドブック編集委員会編：新編農業気象ハンドブック，養賢堂，1977。