

II—6 直立透水層堤の反射率推定に関する基礎的考察

室蘭工業大学 正会員 近藤 俊郎
室蘭工業大学 学生員 倉内 公嘉

1. まえがき

透水層を有する構造物による波の反射率や伝達率を、入射波や構造物の諸性質から推定することは、透水層を有する防波堤などの計画・設計上で欠くことのできない重要な問題である。一様な透水性材料で構成された透水層を有する直立防波堤などの反射率、伝達率を推定する理論的方法は、浅水波を対象とした井島ら^{1),2)}と Sollitt³⁾、長波理論によるMadsenと近藤⁴⁾などによって提案されている。しかしながら、これらの理論の適合性については計算法が異なるため、不明確な点が多い。そこで計算の手法としては、定常流の抵抗係数を用いて繰り返し計算により非線形摩擦抵抗の近似値を得て、反射率などを推定する近藤⁴⁾の方法に従い両理論の適合性を検討することにした。又、従来の計算法では無視していた鉛直水粒子速度を考慮した抵抗による計算法についても検討するものとする。ここで対象とした構造物は直立の透水層を有する不透過堤であり、その水理模型実験によって得られた反射率と、上出の理論による計算値を比較して考察した。

1. 堤体模型の概要

実験は、2次元造波水路において、透水層と後壁（不透過）との間に遊水部を有する不透過堤の模型（図-1）を用いて行った。堤体の各寸法は、図-1に示す通りである。また、直立透水層は、ジュゴンブロックの模型（約1kg）を用い、それを金属製の格子枠中に乱積みして作製した。

なお、反射率は、入射波の波高3cm、周期0.7~2.0秒の範囲に対して、ヒーリーの方法を用いて測定した。

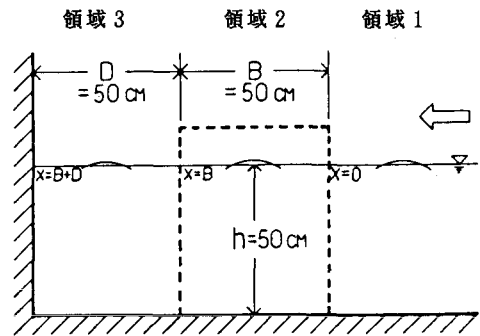


図-1 堤体側面

3. 反射率推定理論

1) 長波理論による方法⁴⁾

透水性の堤体内の長波の連続、運動の方程式は下式で表現される。

$$\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + f \frac{\sigma}{\lambda} u = 0 \quad \dots (2)$$

ここで、 u は水平水粒子速度（流量流速）、 η は水位、 h は水深、 λ は堤体の空隙率、 f は抵抗係数、 σ は角周波数 $=2\pi/T$ 、 T は周期、 τ は一種の慣性係数である。

今、図-1のように、領域1、領域2、領域3とし、入射波の進行方向に x 軸をとり、堤体前面の位置を $x=0$ とすると、各領域でいずれも進行波が存在することを考慮すれば、領域1の解は、 $\tau=1$ 、 $f=0$ とおくことで次のようになる。

$$\eta_1 = a_1 e^{i(\sigma t - k_1 x)} + b_1 e^{i(\sigma t + k_1 x)} \quad \dots (3)$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{g}{h}} [a_1 e^{i(\sigma t - k_1 x)} - b_1 e^{i(\sigma t + k_1 x)}] \quad \dots (4)$$

同様にして、領域3の解は、次の式で与えられる。

$$\eta_3 = a_3 e^{i\{\sigma t - k_3(x-B)\}} + b_3 e^{i\{\sigma t + k_3\{x-(B+D)\}\}} \quad \dots(5)$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{g}{h}} [a_3 e^{i\{\sigma t - k_3(x-B)\}} - b_3 e^{i\{\sigma t + k_3\{x-(B+D)\}\}}] \quad \dots(6)$$

そして、領域2の解は次のようになる。

$$\eta_2 = a_2 e^{i(\sigma t - \bar{k}_2 x)} + b_2 e^{i\{\sigma t + \bar{k}_2(x-B)\}} \quad \dots(7)$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{\lambda}{\sqrt{\tau - i f}} [a_2 e^{i(\sigma t - \bar{k}_2 x)} - b_2 e^{i\{\sigma t + \bar{k}_2(x-B)\}}] \quad \dots(8)$$

ここに、 $a_1 \sim a_3$ 、 $b_1 \sim b_3$ はそれぞれ各領域に対する進行波、後退波の複素振幅である。 k_1 、 k_3 は堤体外の波数で $= 2\pi / L$ 、 $\bar{k}_2$ は堤体内の波数で $\bar{k} = (2\pi / L) \cdot (\tau - i f)^{1/2}$ で与えられる。

また、各領域における境界条件は、下式となる。

$$\begin{array}{llll} x=0 \text{ で } & u_1 = u_2 & x=B \text{ で } & u_2 = u_3 \\ & \eta_1 = \eta_2 & & \eta_2 = \eta_3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} x=B+D \text{ で } & u_3 = 0 \end{array} \quad \dots(9)$$

であり、この条件を式(3)~(8)に適用し、 $R_j = b_j / a_1$ 、 $T_j = a_j / a_1$ ($j=1,2,3$) とし、

$$\xi = \frac{\lambda}{\sqrt{\tau - i f}} \quad , \quad F_+ = 1 + e^{-2ik_3 D} \quad , \quad F_- = 1 - e^{-2ik_3 D} \quad \dots(10)$$

とすると、 $R_1 \sim R_3$ 、 T_2 、 T_3 は、

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(1-\xi)(F_- + F_+ \xi) e^{i\bar{k}_2 B} - (1+\xi)(F_- - F_+ \xi) e^{-i\bar{k}_2 B}\} / W \\ R_2 &= -2(F_- - F_+ \xi) / W \quad , \quad R_3 = 4\xi e^{-ik_3 D} / W \\ T_2 &= 2(F_- + F_+ \xi) e^{i\bar{k}_2 B} / W \quad , \quad T_3 = 4\xi / W \end{aligned} \quad \dots(11)$$

ここに、

$$W = (1+\xi)(F_- + F_+ \xi) e^{i\bar{k}_2 B} - (1-\xi)(F_- - F_+ \xi) e^{-i\bar{k}_2 B} \quad \dots(12)$$

また、堤体内の水平水粒子速度の振幅は、次のように求められる。

$$U_2 = 2a_1 \sqrt{\frac{g}{h}} \xi [(F_- + F_+ \xi) e^{i\bar{k}_2(B-x)} + (F_- - F_+ \xi) e^{-i\bar{k}_2(B-x)}] / W \quad \dots(13)$$

反射率 K_R は、次の式で求められる。

$$K_R = |R_1| \quad \dots(14)$$

次に、堤体の透水部の抵抗 f の一周期を代表する値を、ローレンツの等価仕事の原則に基づいて決めると、

$$f = (\lambda/\sigma) \cdot [\alpha + (8/3\pi) \cdot \beta U_2] \quad \dots (15)$$

なお、 α 、 β についてはエンゲラントの表現を用いることにする。

$$\alpha = \alpha_0 \frac{(1-\lambda)^3}{\lambda^2} \frac{\nu}{d_r}, \quad \beta = \beta_0 \frac{(1-\lambda)}{\lambda^3} \frac{1}{d_r} \quad \dots (16)$$

ここに、 α は層流に関する抵抗(1/sec)、 β は乱流に関する抵抗(1/cm)、 α_0 は層流に関する抵抗係数、 β_0 は乱流に関する抵抗係数、 λ は空隙率、 d_r はジュゴンの代表径(cm)、 ν は水の動粘性係数(cm^2/s)である。図-2に、本計算の流れ図を示した。

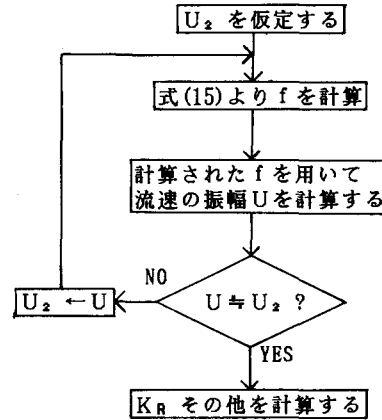


図-2 fの決定のための流れ図

2) 浅水波を対象とした理論^{2),3)}

図-3に示すように静水面に原点0、水平および鉛直上方にx軸およびz軸を取り、透水層幅 $B = 2l$ 、遊水部の幅 $D = (p-1)l$ 、水深 h とし、図のように各水域を、領域1、2、3とする。各領域に対して速度ポテンシャル $\phi_i(x, z; t) = \phi_i(x, z) e^{i\omega t}$ ($i=1, 2, 3$)を仮定すると、 $\phi_i(x, z)$ は次のラプラスの方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots (17)$$

領域1での水面条件と水底条件は、

$$z=0 \text{ で } \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{\sigma^2 \phi_1}{g}, \quad z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \dots (18)$$

で、これに対する ϕ_1 は、次のように求められる。

$$\phi_1(x, z) = (A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-kn(x-l)} \frac{\cosh kn(z+h)}{\cosh knh} \quad \dots (19)$$

ここに、 A 、 B 、 C_n はそれぞれ入射波、反射波、散乱波を表す複素定数で、 k と kn は次式で決まる固有値である。

$$kh \tanh kh = -k_{nh} \tanh k_{nh} = \sigma^2 h / g \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad \dots (20)$$

領域3では、領域1の条件の他に、 $x = -p$ で $\partial \phi_3 / \partial x = 0$ の条件が入り、次式で表される。

$$\phi_3(x, z) = F \frac{\cosh k(x+p\ell)}{\cosh p k \ell} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{\cosh kn(x+p\ell)}{\cosh p k n \ell} \frac{\cosh kn(z+h)}{\cosh knh} \quad \dots (21)$$

ここに、 $\bar{p} = 1 - p$ 、 F および G_n は複素定数である。

領域2では、空隙 λ 、慣性係数 τ 、抵抗係数 f とすると、水底と水面での境界条件は、

$$z=0 \text{ で } \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = (\tau - if) \frac{\sigma^2 \phi_2}{g}, \quad z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad \dots (22)$$

これに対する ϕ_2 は次のように表される。

$$\phi_2(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} (D_r \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r \ell} + E_r \frac{\sin \bar{k}_r x}{\sin \bar{k}_r \ell}) \frac{\cosh \bar{k}_r (z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \quad \dots (23)$$

ここに、 D_r 、 E_r は複素定数、 $\bar{k}_r$ は次式により決まる複素固有値である。

$$\bar{k}_r h \tanh \bar{k}_r h = (\tau - if) \frac{\sigma^2 h}{g} \quad (r=0, 1, 2, \dots) \quad \dots (24)$$

以上の各領域の速度ポテンシャルは、 $x = \pm \ell$ で力学的な連続条件を満たさなければならない。すなわち、

$$x = \ell \text{ で } \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}, \quad \text{および}, \quad \phi_1 = \varepsilon \phi_2 \quad \dots (25)$$

$$x = -\ell \text{ で } \frac{\partial \phi_3}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}, \quad \text{および}, \quad \phi_3 = \varepsilon \phi_2 \quad \dots (26)$$

ここに、 $\varepsilon = (\tau - if) / \lambda$ である。

式(25)、(26) に式(19)、(21)、(23)を代入し得られた各式の両辺に、 $\cosh k(z+h)$ 、 $\cos k_n(z+h)$ を乗じ、 z について $-h$ から 0 までの積分を行なって得られる8個の関係式から、 B 、 F 、 C_n 、 G_n を消去し、

$$\zeta_0 = kh, \quad \zeta_n = k_n h, \quad \bar{\zeta}_r = \bar{k}_r h, \quad N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\zeta_0}{\sinh 2\zeta_0} \right) \quad \dots (27)$$

$$N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\zeta_n}{\sin 2\zeta_n} \right), \quad d_r = -i \frac{(1-\tau+if)}{2N_0} \cdot \frac{D_r}{A}, \quad e_r = -i \frac{(1-\tau+if)}{2N_0} \cdot \frac{E_r}{A}$$

とおくと、 d_r と e_r に関する次の連立方程式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{1 - (\bar{\zeta}_r / \zeta_0)^2} \left\{ \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_0} \tan \bar{k}_r \ell - i\varepsilon \right) d_r - \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_0} \cot \bar{k}_r \ell + i\varepsilon \right) e_r \right\} &= -1 \\ \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{1 - (\bar{\zeta}_r / \zeta_0)^2} \left\{ \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_0} \tan \bar{k}_r \ell - \varepsilon \tan \bar{p} k \ell \right) d_r + \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_0} \cot \bar{k}_r \ell + \varepsilon \tan \bar{p} k \ell \right) e_r \right\} &= 0 \\ \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{1 + (\bar{\zeta}_r / \zeta_n)^2} \left\{ \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_n} \tan \bar{k}_r \ell - \varepsilon \right) d_r - \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_n} \cot \bar{k}_r \ell + \varepsilon \right) e_r \right\} &= 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \\ \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{1 + (\bar{\zeta}_r / \zeta_n)^2} \left\{ \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_n} \tan \bar{k}_r \ell + \varepsilon \tanh \bar{p} k_n \ell \right) d_r + \left(\frac{\bar{\zeta}_r}{\zeta_n} \cot \bar{k}_r \ell - \varepsilon \tanh \bar{p} k_n \ell \right) e_r \right\} &= 0 \\ &\quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad \dots (28)$$

適当な n と r の有限個について上式を解いて d_r と e_r を求めると、 K_R は次のようになる。

$$K_R = \left| -1 + 2i\varepsilon \sum_{r=0}^{\infty} \frac{d_r + e_r}{1 - (\bar{\zeta}_r / \zeta_0)^2} \right| \quad \dots (29)$$

入射波を $\eta_1 = a \cos(kx + \sigma t)$ とすると、 $A = i e^{ik\ell} a g / \sigma$ であるから、水粒子速度は、

$$u = -\frac{2agN_0}{(1-\tau+if)\sigma} e^{i(k\ell+\sigma t)} \sum_{r=0}^{\infty} \left(-d_r \frac{\sin \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r \ell} + e_r \frac{\cos \bar{k}_r x}{\sin \bar{k}_r \ell} \right) \bar{k}_r \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \quad \dots (30)$$

$$w = -\frac{2agN_0}{(1-\tau+if)\sigma} e^{i(k\ell+\sigma t)} \sum_{r=0}^{\infty} \left(d_r \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r \ell} + e_r \frac{\sin \bar{k}_r x}{\sin \bar{k}_r \ell} \right) \bar{k}_r \frac{\sinh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \quad \dots (31)$$

と表される。実際の計算では、図-2の流れ図に示した方法でfの値を決定した。

4. 結果及び考察

反射率はすべて、堤体幅員一定であるので、入射波の波長に対する水深の比h/Lの関数として表した。

図-4は、空隙率 $\lambda=0.614$ 、慣性係数 $\tau=1.448$ に対して代表流速を堤体の中心の水平水粒子速度Uとして計算した結果と実験値とを比較したものである。h/Lが0.20前後までは、長波理論及び浅水波理論による計算結果は実験値と同様の値をとっていることがわかる。しかし、それ以後は浅水波理論による値が実験値よりもやや大きな値を示しているものの、ほぼ同様の変動性をもっているのに対して、長波理論による値は、実験値に比べてかなり大きな値になっており、周期による変動性も異なっている。図-5は、 $\lambda=0.6076$ 、 $\tau=1.455$ に対する図であるが、これも同様な傾向があることが認められる。周期による変動性のこのような差については、h/Lが大きくなると、長波理論では波長が正しく見積られないことに原因があると考えられる。また、計算は水平水粒子速度の振幅のみを考慮して行ったので、波長が短くなり水平水粒子速度に比べて鉛直水粒子速度が無視できなくなると、流体抵抗に問題が生じてくると思われる。

そこで、Nasserら⁵⁾の方法に準じ、透水層内の代表流速を堤体中心での鉛直方向速度の振幅Wを導入して、 $(U^2 + 1/2 \cdot W^2)^{1/2}$ として計算した値と実験値との比較を図-6、7に示した。図はそれぞれ、空隙率 $\lambda=0.614$ 、0.6076に対する反射率である。図-6、7をそれぞれ図-3、4と比較してみると、主としてh/Lの後半において、理論値の実験値に対する精度は向上している。しかしながら、依然として、長波理論による値は実験値とのかなりのひらきが見られる。

反射率に関する上記の結果を検証するために、水粒子速度を測定し、理論値と比較した。透水層の中央での水粒子速度の測定が困難であるため、透水層の前面と後面において測定した最大水粒子速度と、計算によって推定したものとを比較した。その結果、水平水粒子速度が卓越している後面での流速が周期が短くなるにつれて、実測値と計算値の差が大きくなるようである。これには、さきにも述べたように、鉛直水粒子速度を無視した影響もあると思われる。図-8、9は、透水層前面と後面において流速の計算値と実験値を比

以下の図で ——— 長波理論による理論値
 ----- 浅水波理論による理論値
 ○ 実験値

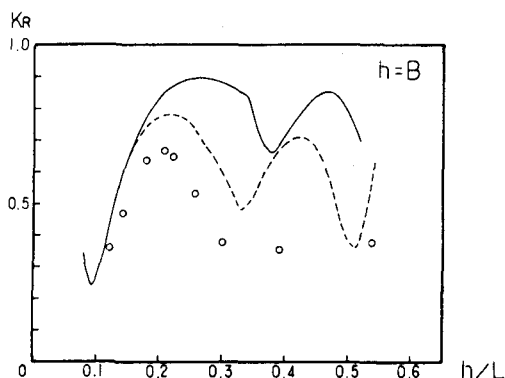


図-4 反射率 ($\lambda=0.614$, $\tau=1.448$)

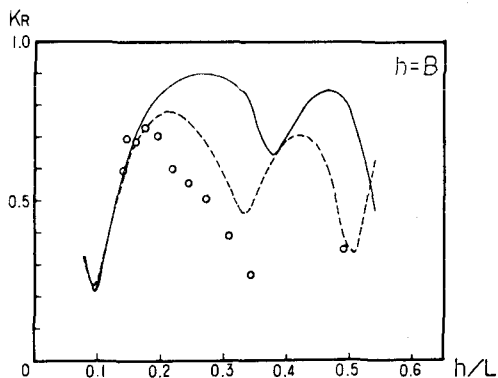


図-5 反射率 ($\lambda=0.6076$, $\tau=1.455$)

較したものである。それぞれ、 $T=1.77s$ ($h/L=0.143$) と $T=0.99s$ ($h/L=0.334$) に対する図で縦軸が水深 (cm) 横軸が流速 (cm/s) である。図-9の一点鎖線は代表流速を $(U^2 + 1/2 \cdot W^2)^{1/2}$ としたときの浅水波理論による計算値である。わずかながら、後部において精度があがっている。一方、 W を無視してもある程度の精度があった $T=1.77s$ については、 W を導入しても流速の計算値に変化はなかった。このことと、図-4~7の結果を考えあわせると、鉛直水粒子速度の強い影響を受けるのは反射率が合わなくなる $h/L=0.2$ 以降であると予想される。

5. むすび

以上のような、長波理論及び浅水波理論による計算値と実験値との比較からの結論をまとめると以下のようになる。

- 1) 長波理論の適用範囲は、 h/L の値が約0.20付近までである。言い換えると、長波理論においても、 h/L が約0.20付近までは十分に反射率を推定することができる。しかしながら、 h/L がそれ以上になると、理論値と実験値はしだいに離れて行き、実際の反射率の極大値及び極小値が現れる h/L の地点をも予測できない。
- 2) 浅水波理論であるが、これは長波理論に比べて、実験値により近い値を示しており、 h/L に対する周期性も実験値とはほぼ同様の形状を示している。しかし、 h/L の値が大きくなると、やはり精度が悪くなる。
- 3) 鉛直水粒子速度を考慮した場合、すなわちここでは、代表流速を $(U^2 + 1/2 \cdot W^2)^{1/2}$ と見積もった場合は、 h/L が大きいところで若干近似度がよくなる。

本研究の理論計算において土木工学科河海講座 藤間 聡 助教授の御指導を頂き、また実験その他において、谷野賢二 助手、山岸等 技官、そして58年度卒業生 井川毅、岸一彦及び4年目学生 苦米地庄吾ら諸君の協力を得たことを記して感謝いたします。

参考文献

- 1) 井島武士・江口泰彦・小林彰：透過性防波堤と岸壁に関する研究、第18回海岸工学講演会論文集、1971。
- 2) 井島武士・奥田英明・湯村やす・坂井久雄：遡水部を持つ直立消波堤と護岸、第19回海岸工学講演会論文集、1972。
- 3) Charles K. Sollitt and Ralph H. Cross, III.: Wave Reflection and Transmission at Permeable Breakwaters, RALPH M. PERSONS LABORATORY FOR WATER RESOURCE AND HYDRODYNAMICS, REPORT No. 147, MIT, 1972。
- 4) 近藤保郎・竹田英章：消波構造物、森北出版、1983。
- 5) H.S. Nasser and J.A. McCorquodale: Analysis of wave action in permeable structures, Canadian Jr. of Civil Eng., Vol. 3, No. 3 1976。

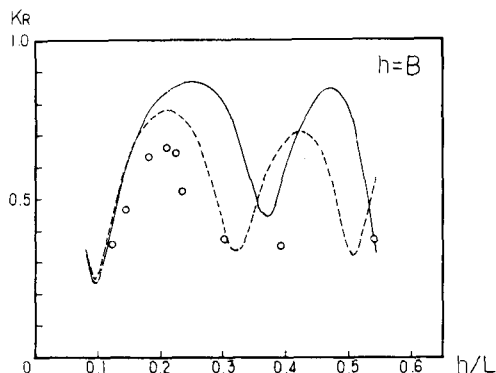


図-6 反射率 ($\lambda=0.614$, $\tau=1.448$)

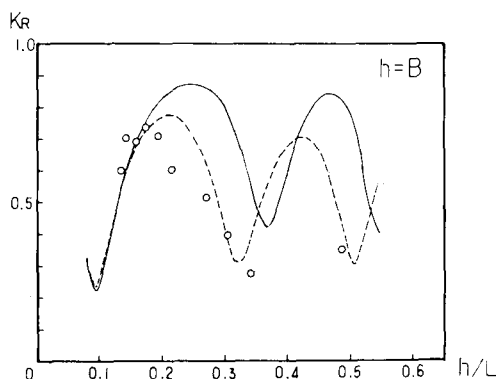


図-7 反射率 ($\lambda=0.6076$, $\tau=1.455$)

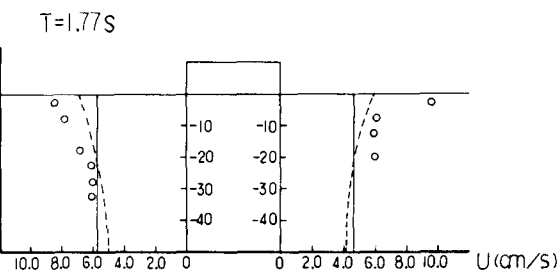


図-8

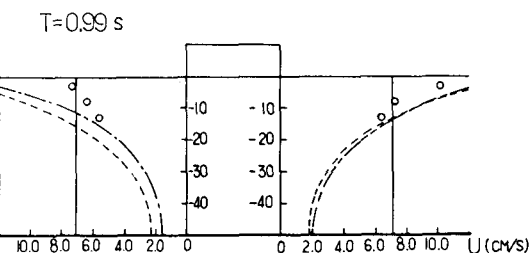


図-9