

I—31 測定データの曲線補間に関する一考察

計測技販(株)	正員	佐藤 良一
室蘭工業大学	同	岸 徳光
同	同	田中 功
同	同	松岡 健一

1. はじめに

土木構造物の設計に当っては、その基礎となる理論的考察のもとに、種々の仮定を設けて設計理論を見だし設計を行なっている。従って設計理論は実際の構造物や、模型構造物による実験により設計値と実測値の比較検討を行ない、その有効性を議論することが必要であることは云うまでもなく、また実際に各分野で研究されている。

一方、近年土木構造物の大型化、複雑化に伴ない現場管理の面から、施工段階における各種計測を行ない設計条件等との比較検討により設計段階での仮定の妥当性を検証し、以後の施工に役立てようとする研究も行なわれるようになってきている。¹⁾

このような問題では、最小の労力で最大の効果を挙げるため出来るだけ少ない測定値から出来るだけ多くの結果を得る必要があり、測定値の合理的な処理が必要となる。すなわち測定値からいかに真値に近いデータを得るか云うことであり、測定値の合理的な曲線補間が必要となる。与えられた点を通る曲線補間としては、各種多項式やスプライン関数を用いる方法など数多く提案されている。しかし多項式近似は、かなり多くの点を、少し高次まで含んだ多項式であてはめた場合、余分な振動を生じこれを利用した数値微分は、精度良く求められないことが指摘されている。一方スプライン関数は区分的な関数であり、かなり多くの点の実測データを余分な振動を生ずることなく精度良く近似でき、しかも関数や導関数の不連続性までも表現できることが示されており²⁾、測定データの処理に有効であるが、高次の導関数まで必要な場合には決定すべきパラメータ数が多くなり、解析に多くの労力を要することとなる。

多項式近似の一種に、フーリエ級数近似が考えられるがこのパラメータの決定は容易であり、導関数も簡単に求られる。この場合級数を多くすれば多くの点を精度良く近似することはできるが、高次の導関数の精度には多少問題がある。高次の導関数はむしろ少ない級数で近似の方が良い精度を与えるようである。ここではフーリエ級数近似を上手に利用することにより上に述べた欠点を補うことが出来ることを最近都市における開削工事に多く用られている土留め壁を例に示す。

2. フーリエ級数による関数近似

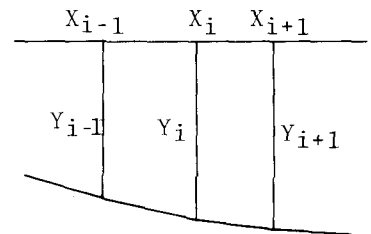
今、一次元座標上の測定データを取り扱うものとし、測定点の座標を小さい方から順次 X_i 、測定データを、 Y_i ($i=0, 1, \dots, n$) とする。測点の始点と終点で 0 となるように全体の直線成分を取り除いたデータを Y'_i とすれば

$$Y'_i = Y_i - \{Y_0 + (Y_n - Y_0)(X_i - X_0)/L\} \quad \dots (1)$$

となる。ただし、 $L = X_n - X_0$ 。また測定データは $i, i+1$ 間では直線的に変化するものとすれば、 X の任意の位置の値 Y_x は X_i, X_{i+1} 間に対して

$$Y_x = Y_0 * (1 - X/L) + Y_n * X/L + Y'_x \quad \dots (2)$$

$$Y'_x = Y'_i * \{1 - (X_{i+1} - X)/(X_{i+1} - X_i)\} + Y'_{i+1} * (X_{i+1} - X)/(X_{i+1} - X_i) \quad X_i < X < X_{i+1} \quad (3)$$



図—1. 座標と測定値

と表せるから、測定データを測定区間全体を半周期とするSINE級数に展開すれば

$$\int_0^L Y x \sin(m\pi x/L) dx = (L/m\pi) \{Y_0 - Y_n (-1)^m\} + \sum_{i=0}^{n-1} [(L/m\pi) \{Y'_i \cos(m\pi x_i/L) - Y'_{i+1} \cos(m\pi x_{i+1}/L)\} + (Y'_{i+1} - Y'_i)/(x_{i+1} - x_i) * (L/m\pi) \{\sin(m\pi x_{i+1}/L) - \sin(m\pi x_i/L)\}] = (L/m\pi) \{Y_0 - Y_n (-1)^m\} + S_m[Y'] = S_m[Y] \quad \dots \dots \dots (4)$$

となる。また、測定値の近似値 $\bar{Y}$ はこれを用いて

$$\bar{Y} = Y_0 * (1 - X/L) + Y_n * X/L + (2/L) \sum_{m=1}^{\infty} S_m[Y'] * \sin(m\pi x/L) \quad \dots \dots \dots (5)$$

と表せる。これの導関数は

$$\left. \begin{aligned} d\bar{Y}/dx &= (Y_n - Y_0)/L + (2/L) \sum_{m=1}^{\infty} (m\pi/L) S_m[Y'] * \cos(m\pi x/L) \\ d^2\bar{Y}/dx^2 &= -(2/L) \sum_{m=1}^{\infty} (m\pi/L)^2 S_m[Y'] * \sin(m\pi x/L) \\ d^3\bar{Y}/dx^3 &= -(2/L) \sum_{m=1}^{\infty} (m\pi/L)^3 S_m[Y'] * \cos(m\pi x/L) \\ d^4\bar{Y}/dx^4 &= (2/L) \sum_{m=1}^{\infty} (m\pi/L)^4 S_m[Y'] * \sin(m\pi x/L) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (6)$$

となる。

3. 土留め壁の測定データへの適用

ここでは上の一つの適用例として開削工事における土留め壁の実測データへ適用した場合について述べる。最近都市における開削工事で多く用いられている土留め壁は

- (1) 土留め壁の根入れは有限長として扱い、先端は地質条件によりヒンジ、固定、自由とする。
- (2) 土留め壁背面の土圧は、掘削面以上においては三角形分布、掘削面以下においては矩形分布とする。
- (3) 掘削面以下の土留め壁の横抵抗は壁の変位に一次的に比例するものとし、かつ受動土圧を越えない。
- (4) 切りばり設置後の同切りばり支点は弾性支承とする。
- (5) 掘削に伴い切りばり架設時にすでに発生している地中先行変位を考慮する。

などの仮定によりはりとして設計されている。^{3), 4)}したがってその設計に当っては、土圧および水平地盤反力係数を正確に把握することが重要となるが、土質条件の複雑性のためこれを実際に十分合うように決定することは困難である。このような仮定が実際に合っているかどうかは、やはり実験的に検証されることが大切であること、また現場管理の面からも最近現場計測が行われるようになってきている。土留め壁の解析理論を検証するためには、各掘削段階での土留め壁の変位、応力や土留め壁に作用する土圧、水圧、切りばり軸力など、出来るだけ多くのデータを得ることが望ましく、これらの計測結果の報告もある。¹⁾

しかしこれらのデータを直接計測することは必ずしも容易ではない。特に、土圧は現在まだ十分信頼できる方法がないようであるし、土留め壁の応力も測定点が多くなれば計測に多大の経費と労力を要し、手軽に行うことはできない。これに対して土留め壁の変位や切りばり軸力は比較的簡単に測定することが出来る。

従って土留め壁の変位から他のデータを合理的に推定できれば、現場計測の省力化につながりその有効性は多い。土留め壁は土圧、水圧を受けるはり構造として設計されているので、土留め壁の変位を測定し任意点の変位を確定できれば、その導関数から曲げモーメント、剪断力、荷重(土圧、水圧)を求めることが出来る筈である。

しかし、(5)式のように機械的に微分を行う場合、各段階で定数項を含むようなときそれ以後の微分が正しく評価されなくなる。たとえば集中荷重Pを受けるはりのたわみをこのように処理すれば、理論的には

$$d^4\bar{Y}/dx^4 = q = 0 \quad (\text{ただし、载荷点を除く})$$

となるべきところ

$$d^4\bar{Y}/dx^4 = (2/L) \sum P * \sin(m\pi a/L) \quad (a: \text{载荷点の座標})$$

となり計算上は大きな誤差が残る。このような不合理を取り除くためには、これらの成分を分離し閉じた形とし、微分を行うことが必要となる。単純ばりに集中荷重Pが作用したとすれば、そのときのたわみ $Y_a(X)$ は、はりの曲げ剛性をEIとして

$$EI Y_a(X) = P b X (a + 2 a b - X) \quad X < a, \quad P a X (b + 2 a b - X) \quad X > a \quad \dots \dots (7)$$

このフーリエ級数展開は

$$S_m[Y_a(X)] = P \cdot (L/m\pi) / EI \cdot \sin(m\pi a/L) \dots\dots\dots (8)$$

となる。

今、土留め壁の上端からの座標を X_i とし、その点の変位を Y_i ($i=0,1,\dots,n$)、切りばり位置の座標を A_j 、軸力を P_j ($j=1,2,\dots,r$) とすれば、(4)、(8) 式から

$$S_m[Y'] = S_m[Y] - \sum_{j=1}^r P_j \cdot (L/m\pi) / EI \cdot \sin(m\pi A_j/L) \dots\dots\dots (9)$$

として、土留め壁の変位の近似値 $\bar{Y}$ は

$$\bar{Y} = Y_0 \cdot (1 - X/L) + Y_n \cdot X/L + \sum Y_{aj}(X) + \sum S_m[Y'] \cdot \sin(m\pi X/L) \dots\dots (10)$$

と表され、土留め壁の曲げモーメント、剪断力、荷重は

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -(2/L) \sum S_m[Y'] \cdot (m\pi/L) \cdot \sin(m\pi X/L) + \sum M_{aj}(X) \\ Q_x &= -(2/L) \sum S_m[Y'] \cdot (m\pi/L) \cdot \cos(m\pi X/L) + \sum Q_{aj}(X) \\ q_x &= (2/L) \sum S_m[Y'] \cdot (m\pi/L) \cdot \sin(m\pi X/L) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ただし $M_{aj}(X)$ 、 $Q_{aj}(X)$ は P_j による値である。

q_x は、壁背面の主働土圧、間隙水圧、壁前面の受働土圧、地盤反力、間隙水圧を全て含んだものとして与えられるのでこれらはまた別な方法で分離することを考えなければならない。

4. 数値計算例

数値計算例として、現在札幌市の地下鉄工事で行なわれている開削工事の土留め壁の設計および実測データを用い、フーリエ級数近似させた場合と比較検討した結果を示す。

設計データは、 $L = 28.3$ mで19.6 mまで掘削した場合のものであるが、節点数67、切りばり数7で、各節点の変位、曲げモーメント、剪断力、土圧および切りばり軸力が与えられている。ここでは、3.に述べたように変位および切りばり軸力を与えて、曲げモーメント、剪断力、土圧を推定した結果を図-2に示す。フーリエ級数の項数は8項としている。これらは全て理論値であるので当然ではあるが、変位から推定した曲げモーメント、剪断力は、設計値と殆ど完全に一致しており、図-2にはその差は剪断力で少し現れているだけである。また土圧も掘削面以上では一致している。掘削面以下では土留め壁前後の土圧、地盤反力が合さっているので、それぞれの値を示すことは出来ないが、設計データの合力とは割合良く一致しているようである。

図-3および4は、実測データを処理したものである。 $L = 22.5$ mで、図-3は7.1 mまで、図-4は13.4 m

まで掘削した場合のものである。切りばりはそれぞれ、2および4箇所であり、変位の計測は0.5 m毎および切りばり位置で行っている。同じデータを用いスプライン関数で処理した場合および土圧分布に

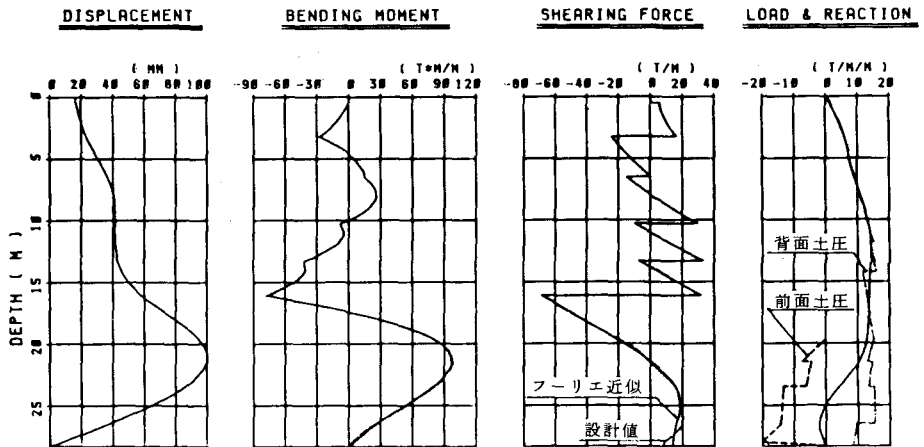


図-2. 設計データのフーリエ級数近似

については図-2の設計値を合わせて示してある。いずれの場合もここで用いた方法は、切りばり軸力の影響をはっきり示すことができ、スプライン関数近似とはかなり異なった分布をしているが、切りばりのないところでは両者は比較的近い値を与えている。土圧分布はフーリエ近似、スプライン近似とも設計値とはかなり異なり十分評価できないが、フーリエ近似の場合掘削面以上の分布は、図-3、4とも似たところがあり、地盤反力の評価を合わせることに

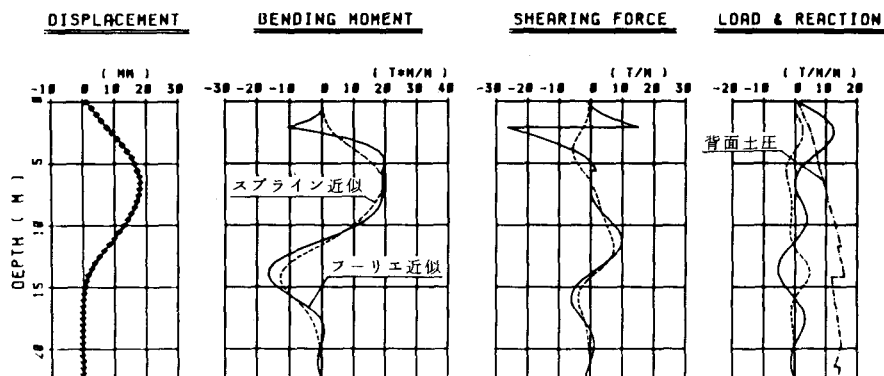


図-3. 実測データのフーリエ級数近似 (その1, 7. 1 m掘削の場合)

よりもう少し良く近似させることができると思われる。全体としてフーリエ近似はスプライン近似にくらべ合理的な値を示していると思われる。ここで用いたフーリエ級数の項数も8項である。

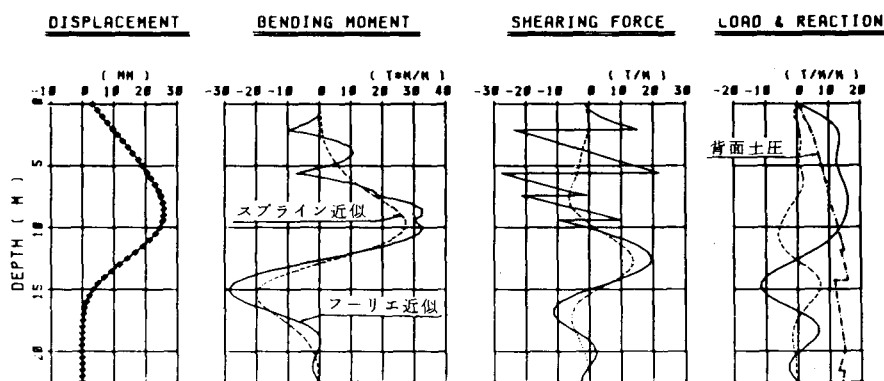


図-4. 実測データのフーリエ級数近似 (その2, 13. 4 m掘削の場合)

5. むすび

測定データの曲線補間の方法としてフーリエ級数を用いて処理する方法を開削工事の土留め壁の場合を例に示した。ここに述べた場合では級数の項数のとりかた、荷重の精度に多少の問題はあるが、解析が簡単であることと曲げモーメントや剪断力は比較的正しく評価できることを示し、この方法が測定データの処理の方法として有効であることを示した。

今後、荷重の精度の改善や他の測定データへの適用などを検討する予定である。

尚、最後にここに用いたデータを提供して下さった共和電業(株)の小沢 靖氏および住友建設(株)に謝意を表します。

※ 参考文献

- 1) 山肩邦男・八尾真太郎：掘削にともなう鋼管矢板壁の土圧変動，土と基礎，15-5 pp.29-38, 15-6 pp.7-16, 1967.
- 2) 市田法三・吉本富士市：スプライン関数とその応用，教育出版，1979.
- 3) 山肩邦男・吉田洋次・秋野矩之：掘削工事における切りバリ土留め機構の理論的考察，土と基礎，17-9 pp.33-45, 1969.
- 4) 中村兵次・中沢章：掘削工事における土留め壁応力解析，土質工学会論文報告集，Vol.12, No.4, pp.96-103, 1972.