

I-13 多層弾性体表面上の剛体基礎の動的応答特性について

北海道開発局土木試験所 正員 吉田 統一

北海道大学 工学部 正員 能所 純雄

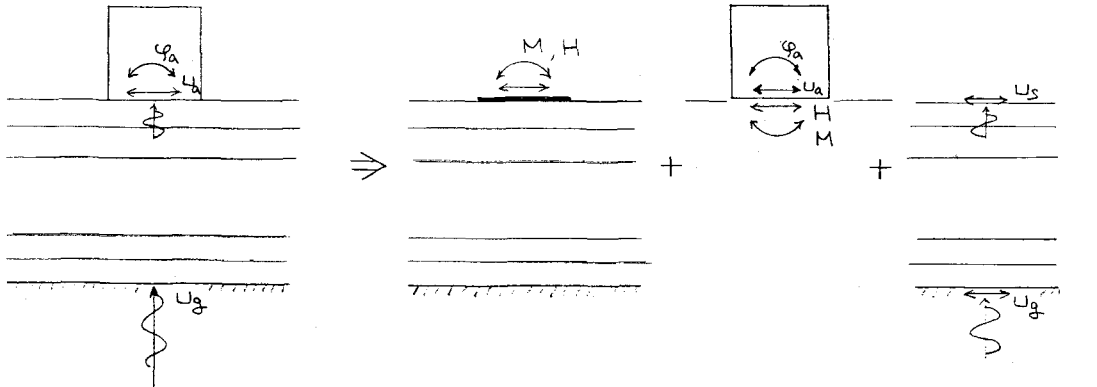
1. まえがき

弾性地盤と基礎の動的相互作用については既に多くの研究がなされている。特に半無限弾性体上にある円形基礎の動的応答についてはフーリエ変換、ハンケル変換などを利用した解析的な手法を用いて複素コンプライアンスを求める研究が多くなされている。また、多層体表面上の円形基礎については一層であれば解析的な手法を用いた研究も見られるが、多くの場合はリング要素などの有限要素法による研究であり、数も限られている。さらに、傾斜地盤など複雑な地盤については有限要素法により応答を求めているものがほとんどである。しかし、この場合有限領域で取り扱うため仮想境界の処理の問題や、3次元弾性体の場合は要素数が多くなるため2次元として側方に粘性境界などの処理を行な、2次元として計算する手法などとされている。

著者らは、多層弾性体表面上の円形基礎について、平板要素を用いて複素コンプライアンスを求める手法について発表してきた。本文は、この多層弾性体に複素減衰を用いて、内部減衰を考慮した解析を行ない、基礎より上昇してくるせん断波に対して、表での剛体円形基礎の動的応答を求めたものである。

2. 解析手法

解析手法は、図-1に示すような多層体の表面上にある剛体円形基礎について、a) 円形基礎の複素コンプライアンスを求め、b) 基礎の運動方程式より動的応答を求め、c) 基礎より上昇してくるせん断波の自由表面での応答を求めて、基礎の入力波とする。これにより基礎入力に対する基礎の動的応答倍率を求める事ができる。



多層体表面上の基礎の動的応答

(a) 質量のない基礎の応答

(b) 基礎自身の応答、(c) 基礎入力による地表面での応答倍率

図-1. 解析手法

(1) 有限平板法¹⁾

有限平板法についてはすでに発表しているように、図-2に示すような半径無限大、厚さ d の平板要素に対して、 r, θ, z の円筒座標をとり、3次元弾性体の運動方程式に板厚方向(z 方向)には各変位成分が1次変化するとしてガラーキェ法を適用し、半径方向と円周方向にはハンケル変換とフーリエ変換を行なうと平板要素に対して半像空間での応力-変位の関係式が

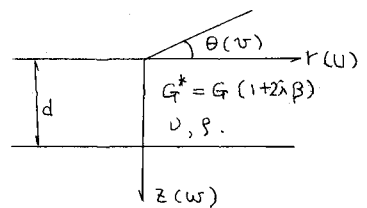


図-2

得られる。このとき、平板の弾性係数を複素弾性係数 $G^* = G(1 + 2i\beta)$ とすることにより内部減衰を考慮することができる。この結果、平板の上下面境界で式(1)のような関係式が得られる。

$$\{F_{m\xi}\} = [K_{m\xi}] \cdot \{\bar{U}_{m\xi}\}. \quad (1)$$

ただし、 $\{F_{m\xi}\}$, $\{\bar{U}_{m\xi}\}$: 画像空間での境界応力マトリックス, 境界変位マトリックス
 $[K_{m\xi}]$: 剛性マトリックス

サフィックス m, ξ はそれぞれフーリエ変換, ハンケル変換のパラメーターを表わす。

式(1)を各層境界での力のつり合式に適用して像空間の変位 $\{\bar{U}_{m\xi}\}$ を求め、フーリエ・ハンケル逆変換を行なうことにより各層の変位が求まる。

(2) 円形基礎の複素コレアライアレス

剛体円形基礎の多層体表面での複素コレアライアレスは式(1)より求め、次のように表わす。

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_a \\ \bar{\varphi}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{HH} & C_{MH} \\ C_{HM} & C_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{H} \\ \bar{M} \end{bmatrix} \quad (2)$$

上式中 $\bar{U}_a$, $\bar{\varphi}_a$ は剛体基礎の平均変位と回転角で、剛体スタンプと同じ分布と仮定して、次式で表わされるものとする。

$$U_a = \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{U \cos \theta - v \sin \theta}{\sqrt{a^2 - r^2}} r dr d\theta, \quad \varphi_a = \frac{1}{2\pi a^3} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{r^2 w}{\sqrt{a^2 - r^2}} \cos \theta dr d\theta. \quad (3)$$

さらに

$H = \bar{H} e^{i\varphi^*}$: 円形基礎の水平力, $M = \bar{M} e^{i\varphi^*}$: 円形基礎のモーメント

C_{HH} : 水平力による水平変位の複素コレアライアレス

$C_{HM} = C_{MH}$: 水平力による回転変位 (= モーメントによる水平変位) の複素コレアライアレス

C_{MM} : 回転モーメントによる回転変位の複素コレアライアレス

a : 円形基礎の半径, ϕ : 円振動数

(3) 円形基礎の運動方程式と応答

円形基礎の高さ h , 半径 a の剛体と考えると、運動方程式は次式で表わされる。

$$\text{水平方向の運動方程式 } \bar{H} = m\phi^2 (\bar{U}_a + \bar{U}_s). \quad (4)$$

$$\text{回転方向の運動方程式 } \bar{M} = m\phi^2 \left\{ \mu^2 \cdot h^2 \bar{\varphi}_a + \frac{h}{2} (\bar{U}_a + \bar{U}_s) \right\}. \quad (5)$$

上式中 $\bar{U}_s$: 水平方向強制振動による変位, この場合は地表面での地盤変位

m, h, a : 円形基礎の質量, 高さ, 半径

μ : 円形基礎の慣性回転半径と高さの比

式(2)に式(4), (5)を代入して整理すると

$$\begin{bmatrix} 1 - \bar{C}_{HH} - \frac{1}{2} \bar{C}_{HM} & \mu^2 \bar{C}_{HH} \\ \bar{C}_{HH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{HM} & 1 - \mu^2 \bar{C}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_a \\ h \bar{\varphi}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{HH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{HM} \\ \bar{C}_{HM} + \frac{1}{2} \bar{C}_{MM} \end{bmatrix} \cdot \bar{U}_s. \quad (6)$$

となり、地表面での地盤変位に対する円形基礎の応答を求める事ができる。

ただし、 $\bar{C}_{HH} = m\phi^2 C_{HH}$, $\bar{C}_{HM} = \bar{C}_{MH} = m\phi^2 h C_{MH}$, $\bar{C}_{MM} = m\phi^2 h^2 C_{MM}$.

式(6)で $\bar{U}_s$ は基礎で入力された振動 U_g の多層体表面での応答変位であり、これについては重複反射理論などで求める事ができるが、ここでは有限平板法と同様、変位が各層の板厚方向で1次変化するを仮定した値を用いて求めた。²⁾

3. 数値計算

ここで示す数値計算例は図-3に示すような剛な基盤上に弾性体の層があり、この表面に剛体円形基礎がある構造について、この弾性多層体に変化するとき基盤の振動 U_g に対する基礎の応答倍率を求めたものである。

地層は5分割とし、ポアソン比 $\nu=0.2$ 、単位質量 $\rho=1.0$ 、複素減衰 $\beta=0.05$ 、各層厚は $0.4a$ で全層厚 $H=2a$ の一定値とした。また各層のせん断弾性係数を $G_1, G_2, \dots, G_5$ とし、基準のせん断弾性係数 G_0 として G_2 と G_5 を変化させて計算した。振動数は無次元振動数 $a_0=a\sqrt{\rho/G_0}$ として表わした。

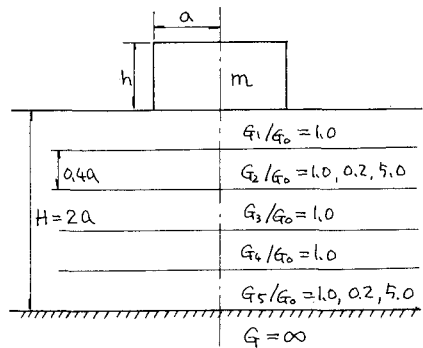


図-3

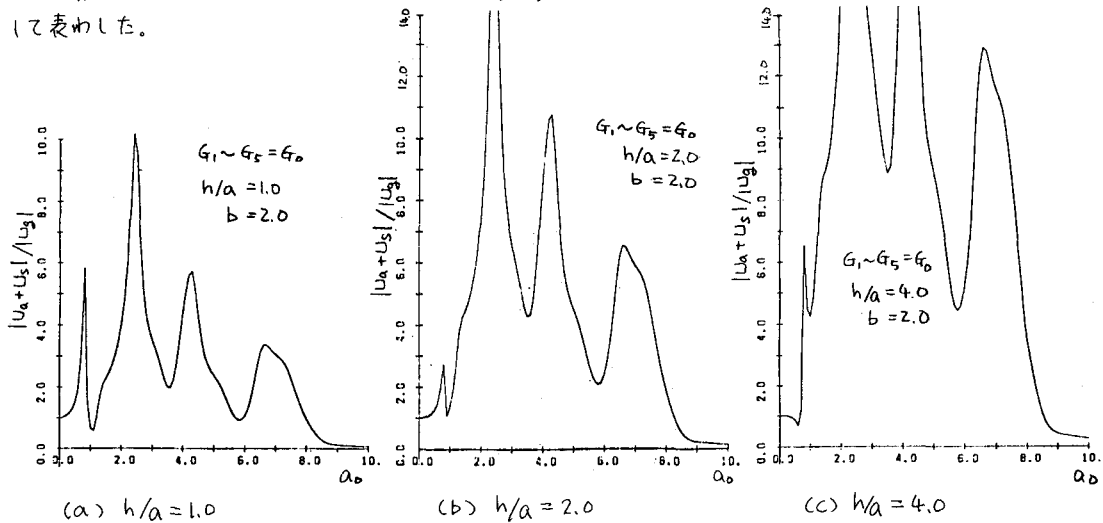
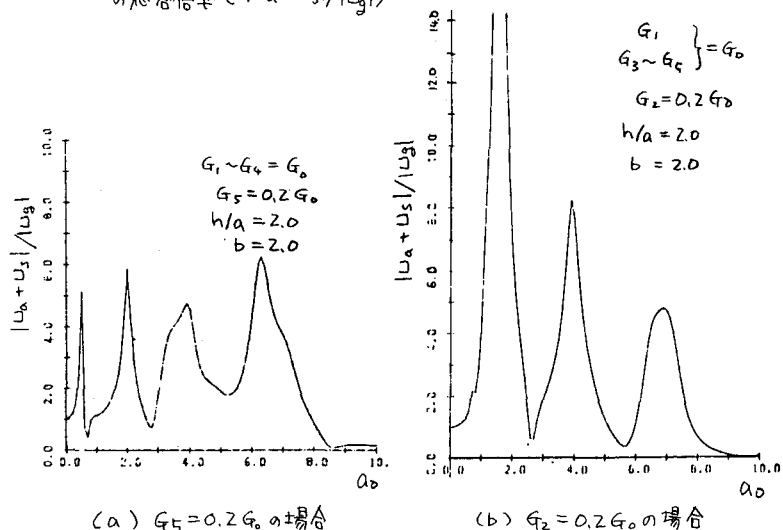


図-4 基盤上に一樣な弾性体がある場合の水平変位の応答倍率 $(|U_a+U_s|/|U_g|)$

図-4 (a) ~ (c) は $G_1 \sim G_5$ のすべてが G_0 の一樣な弾性体として基礎の高さを変化させた場合($h/a=1.0, 2.0, 4.0$)の水平変位の応答倍率 $(|U_a+U_s|/|U_g|)$ を示したものであり、高さが高くなるにしたがい応答値が大きくなっていることがわかる。しかしピークの振動数など全体的な形は大きな差が見られない。

また、ここでは示していないが、回転変位については高さを変えても応答倍率 $(|h\theta_a|/|U_g|)$ には大きな差が表われない結果が得られている。



(a) $G_5=0.2G_0$ の場合

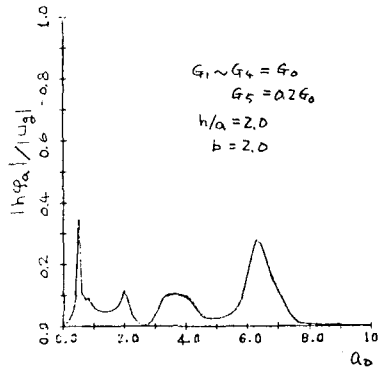
(b) $G_2=0.2G_0$ の場合

図-5 $G=0.2G_0$ の層のある場合の水平変位の応答倍率 $(|U_a+U_s|/|U_g|)$

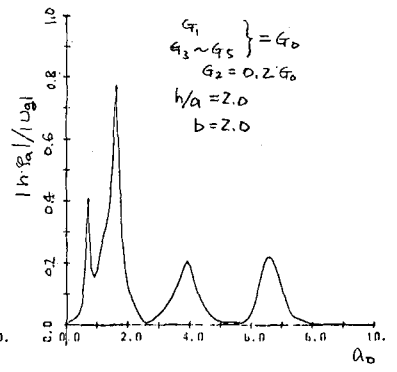
図-5~7には $h/a=2.0$, $b=2.0$ と一定として地層の一部の剛性が変化した場合の計算結果を示した。

図-5 (a) (b) は層の一部のせん断弾性係数が $0.2G_0$ と小さくした場合の水平振動の応答で最下層を $G_1=0.2G_0$ とした場合 (a) と $G_2=0.2G_0$ とした場合 (b) であり, 地表近くに剛性の小さい層がある場合 (b) の応答が大きくなっている。これは図-6 に示した回転変位についても同様である。

層の一部の剛性が大きくなった場合を図-7に示す。 $G_1=5G_0$ とした場合を (a), $G_2=5G_0$ とした場合を (b) に示した。これを見ると, 図-5, 6 とは逆に最下層の剛度を大きくした (a) の方が応答値が大きくなっており特に高次モードまで大きな差が出ている。同様の事が回転変位についても表われる。

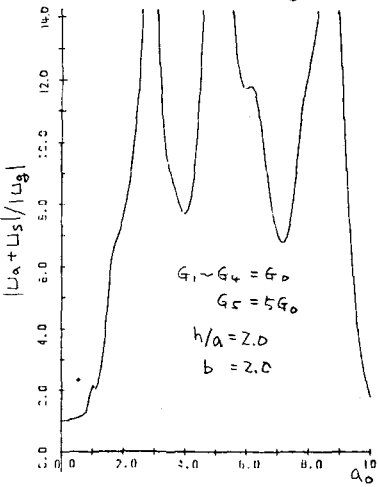


(a) $G_1=0.2G_0$ の場合

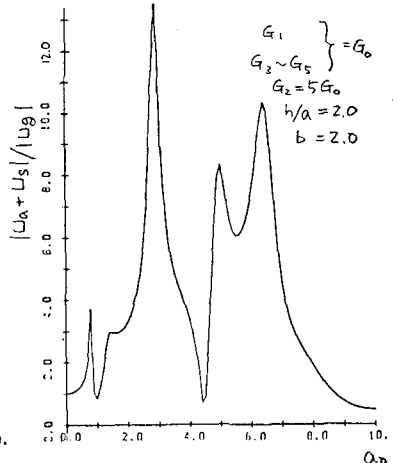


(b) $G_2=0.2G_0$ の場合

図-6. $G=0.2G_0$ の層がある場合の回転変位の応答倍率 ($|h \theta_g| / |u_g|$).



(a) $G_5=5G_0$ の場合



(b) $G_2=5G_0$ の場合

図-7. $G=5G_0$ の層がある場合の水平変位の応答倍率 ($|u_a + u_s| / |u_g|$).

4. あとがき

有限平板法を用いて剛体円形基礎の動的応答について計算例を示したが, 動的応答倍率は基礎より上昇していくせん断波の地表での応答倍率 ($|u_s| / |u_g|$) と, 動的相互作用による地表面入力に対する基礎の応答倍率 ($|u_a + u_s| / |u_s|$, $|h \theta_g| / |u_g|$) の積となるため両者のピーク位置の振動数の関係で大きく変化してくるものであり, 今回の計算ではこれらを分離して示していないため, 今後これらを分離して示し, 地盤特性と応答の関係性を明らかにしたい。

また, 剛な基礎を仮定しているため下方の消散減衰を考慮できないが, これについては半無限弾性体を基礎とする解法方法について検討中である。

参考文献

- 1) 吉田, 能町: 有限平板法による3次元多層体上の円形基礎の動的応答について 土木学会北海道支部論文報告集, 昭和56年度。
- 2) 吉田, 能町: 基礎より上昇するせん断波による多層体表面上の円形基礎の動的応答について: 土木学会北海道支部論文報告集, 昭和57年度。