

V—27 P. C. I 型桁のたわみの実際と理論値について

札幌工事局 正会員 斎藤 実

まえがき

P C 桁（単純桁）は、桁自重、静荷重による下向きのたわみの他に、ケーブル緊張、コンクリートの乾燥収縮、クリープ等による上向きのたわみが生ずる。その為スラブ軌道区間 P C 桁には、桁製作時に逆キャンパーを考慮した施工が一般化している。表-1 は、東北新幹線 P C 桁製作に適用された単純 P C I 型桁の想定キャンパー量である。ここに示す値は、後で述べる（1）-式によるプレストレスによるたわみから導かれた値である。しかしながら、幾多の施工記録が示す中で従来の想定キャンパー量では実情にあわない向きがあり、実情にあったキャンパー量の推定が必要となった。ここでは 45 m 8 主の I 型桁を例にとり、たわみの実測値とコンクリートの弾性実験による推定値との比較から検討を行った。

8. 1 桁のたわみ測定

桁のたわみ測定は、桁上面のコンクリートに鉄筋を埋込み、その上にスタッフを立て、オートレベルによって支間中央と支点読みの差によって求めた。表-2 にその結果を示す。

プレストレスによるたわみは一般に次式で求められる。

$$\delta_0 = -\frac{M_0 \cdot \ell^2}{8E_b \cdot I_b} \cdot \left\{ 1 - \frac{2M_1 \cdot \ell^2}{3M_0 \cdot \ell^2} \right\} \quad \dots\dots(1)式$$

E_b ; コンクリートの弾性係数

I_b ; スパン中央の純断面における断面 2

次モーメント

M_0 ; スパン中央断面におけるプレストレスによる曲げモーメント

ℓ ; スパン

M_1 ; 支点断面におけるプレストレスによる曲げモーメント

ℓ' ; 支点より第 1 曲げ上げ始点までの距離

（1）-式でも明らかなように、コンクリートの弾性係数 E_b が桁のたわみに及ぼす影響は大である。従って E_b についての正確な資料は、桁のたわみの計算に対して重要な意味を示す。

8. 2 コンクリートの弾性係数

コンクリートの弾性係数は、コンクリートの応力により異なるので一率に強度の 40 % の応力時の Tangent modulus とした。なお材例 2 8 日の E_b を表-4 E_b （1）にまとめた。

表-1 想定キャンパー量 (mm)

形式	支間 20 m 以下	20~30	30~40	40 m 以上
I 型けた				
4 主	20	30	30	
6 主	20	30	40	
8 主		30	30	30

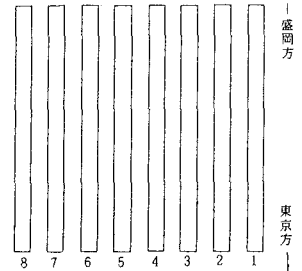


表-2 桁の測定タワミ量

主桁 No (架設順)	コンクリート打設日	測定年月日	タワミ量 (mm)	横ざり (mm)	備考
2	S 51. 12. 7	S 51. 12. 13	-13.5	4.5	ケーブル No 3~8 緊張直後
		51. 12. 27	-22.5	10.0	ケーブル No 1~2 緊張直前
		51. 12. 27	-25.5	12.0	ケーブル No 1~2 緊張直後
		52. 2. 13	-30.0		
3	51. 12. 20	51. 12. 26	-13.5	4.0	ケーブル No 3~8 緊張直後
		51. 12. 27	-14.0	5.0	ケーブル No 1~2 緊張直前
		51. 12. 27	-17.0	10.0	ケーブル No 1~2 緊張直後
		52. 2. 27	-29.0		
4	S 51. 12. 24	S 51. 12. 28	- 5.5	3.0	ケーブル No 4, 5 緊張直後
		52. 1. 12	- 6.0	4.0	ケーブル No 3, 6, 7, 8 緊張直前
		52. 1. 12	-14.0	6.0	ケーブル No 3, 6, 7, 8 緊張直後
		52. 1. 21	-23.0	6.0	ケーブル No 1, 2 緊張直前
		52. 1. 21	-26.0	8.0	ケーブル No 1, 2 緊張直後
		52. 2. 28	-33.0		
5	52. 1. 19	52. 1. 23	-13.0	3.0	ケーブル No 4~8 緊張直後
		52. 1. 28	-15.0	3.0	ケーブル No 1~3 緊張直前
		52. 1. 28	-18.0	5.0	ケーブル No 1~3 緊張直後
		52. 2. 23	-26.0		
6	52. 1. 25	52. 1. 29	-14.0	3.0	ケーブル No 4~8 緊張直後
		52. 2. 3	-15.0	6.0	ケーブル No 1~3 緊張直前
		52. 2. 3	-18.0	8.0	ケーブル No 1~3 緊張直後
		52. 2. 27	-24.0		
7	52. 1. 31	52. 2. 4	-13.5	2.0	ケーブル No 4~8 緊張直後
		52. 2. 5	-13.5	3.0	ケーブル No 1~3 緊張直前
		52. 2. 5	-18.5	5.0	ケーブル No 1~3 緊張直後
		52. 3. 4	-27.0		

ここで再度見直さなければ

ならないのは、(1)-式に用いられる E_b は通常 $3.5 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ を用いるが、緊張時におけるそれと、どの程度変わるかという問題が生じる。図

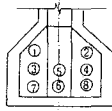


図-1
ケーブル番号図

表-2に示す曲線は、コンクリートの材令が弾性係数に及ぼす影響を表している。ここに示すZ2

50, Z350L, Z450L, はドイツに於けるセメントの分類表示であって、これは日本の普通セメントに略々該当するものである。Z350F, Z450F は早強セメントに該当し、Z550は超早強セメントに該当する。表-4Eb-(2)は桁の全ケーブルを緊張した時点の E_b を示す。

2-1 (1)-式によるたわみの誘導

先に述べた様に、プレストレスによるたわみ δ_p は、一般に(1)-式によって求まるとされている。従って、ここでは各桁のたわみを(1)-式によって導いてみる。

2-1-1 桁No2

この桁は、昭和51年12月13日に第1回のプレストレスを導入し、その後12月27日に1次プレストレスを与えている。表-2からも分かる通り1次緊張によるクリープのたわみは $\{(-22.5) - (-13.5)\} = -9.0 \text{ mm}$ である。2次緊張

後のたわみは -25.5 mm 。従って27日に全ケーブルの緊張を施したとすれば、 $\{(-25.5) - (-9.0)\} = -16.5 \text{ mm}$ のそりが生じると考えられる。但しこの値はクリープ、乾燥収縮等の影響は便宜上無視している。

1) プレストレスによるたわみ

$$E_{20} = 3.49 \times 10^4 \text{ t/m}^2$$

$$I_c = 1.318 \text{ m}^4$$

$$M_{p0} = \delta_{p0} \times 8 \times e_{pc1} = 106 \times 8 \times 1.430 = 1213 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\delta_p = -\frac{1213 \times 44.2^2}{8 \times 3.49 \times 10^4 \times 1.318} \times \left\{ 1 - \frac{2 \times 1208 \times 18.343^2}{3 \times 1213 \times 44.2^2} \right\} = -0.057 \text{ m}$$

支点

$$y_p = 1.66 \text{ m}$$

$$e_p = y_p - y_c = -0.01 \text{ m}$$

$$M' = 106 \times 5 \times 0.01 = 5.3 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_{p1} = M_{p0} - M' = 1213 - 5.3 = 1208 \text{ t} \cdot \text{m}$$

3) プレストレス導入時におけるたわみ

$$\delta_p - \delta_{d0} = -57 + 39 = 18 \text{ mm}$$

4) 実測値との差 $18 - 16.5 = 1.5 \text{ mm}$

表-2

主桁No (架設順)	コンクリート 打設日	測定年月日	たわみ量 (mm)	横ぞり (mm)	備考
1	52. 2. 7	52. 2. 12	-13.5	5.0	ケーブルNo.4~8緊張直後
		52. 2. 12	-13.5	5.0	ケーブルNo.1~3緊張直前
		52. 2. 12	-17.0	8.0	ケーブルNo.1~3緊張直後
		52. 3. 30	-26.0		
8	52. 2. 14	52. 2. 20	-14.5	5.0	ケーブルNo.4~8緊張直後
		52. 2. 20	-14.5	5.0	ケーブルNo.1~3緊張直前
		52. 2. 20	-18.5	7.0	ケーブルNo.1~3緊張直後
		52. 2. 27	-20.0		

表-4

桁No (架設順)	緊張時の E_b (1) (t/m^2)	緊張時の E_b (2) (t/m^2)
2	3.60×10^4	3.49×10^4
3	3.44×10^4	3.10×10^4
4	3.00×10^4	3.00×10^4
5	3.46×10^4	3.22×10^4
6	3.39×10^4	3.12×10^4
7	3.83×10^4	3.37×10^4
1	3.53×10^4	3.11×10^4
8	3.16×10^4	2.81×10^4

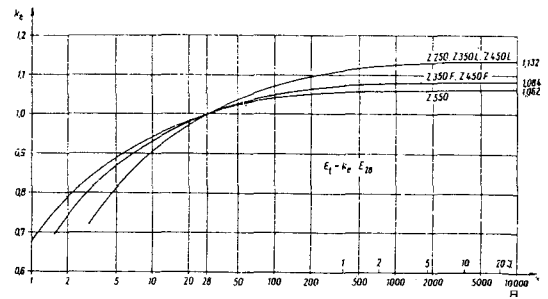


図-2

2) 桁自重によるたわみ

桁自重によるたわみは次式により求める。

$$\delta_{d0} = \frac{M d_0 \cdot l^2}{9.6 \times E_b I_c} \quad \text{.....(2)-式}$$

$$\therefore \delta_{d0} = \frac{872 \times 44.2^2}{9.6 \times 3.49 \times 10^4 \times 1.318} = 0.039 \text{ m} = 39 \text{ mm}$$

コンクリート	2.369 kg/m^3	$\times 60.0 \text{ m}^3 = 142.0 \text{ t}$
鉄筋		$= 9.75$
P C W		$= 3.08$
グラウト		$= 2.6$
コン		$= 0.246$
シース		$= 0.246$
Σ		157.9 t

$$w = 157.9 \text{ t} / 44.2 \text{ m} = 3.57 \text{ t/m}$$

$$M d_0 = \frac{w l^2}{8} = \frac{3.57 \times 44.2^2}{8} = 871.8 \text{ t} \cdot \text{m}$$

以下同様にして各桁に対して求めた結果を表-5の(3)～(6)に示す。

2-2 Thielen, Crosser, Kramerによる変形計算式

変形を計算する為の実際に近い方法を導き出す事は、考慮すべき影響が数多くあり、困難とも言える。しかし最近、Thielen,Crosser,及びKramerの提案に拠って種々の難問を考慮した、構造物のたわみの計算式が発表されている。ひびわれの発生は、このたわみにおいて大きな影響を及ぼすが、一応ここではひびわれのない状態におけるプレストレスコンクリート構造の変形について扱う事とする。

2-2-1

ひびわれのない状態におけるプレストレスコンクリート構造の変形

たわみの基本値である初期の時点 t_0 に生ずる弾性たわみについて、次式が適用される。

$$f_{b0}^i = \beta \cdot M \cdot l^2 / (E_b \cdot I_b) \cdots \cdots (3)\text{-式}$$

表-6に示す β はモーメント図の形に関する係数である。問題とする支間に作用する荷重を P で表せば、モーメント係数 α を用いて支間中央の最大モーメントを、また片持梁の場合には固定端モーメントを次式で求められる。 $M = \alpha \cdot P \cdot l \cdots \cdots (4)\text{-式}$

従ってクリープと乾燥収縮が作用する前の時点 t_0 について(3)-式は、作用する荷重に関して次のように書き替える事が出来る。

$$\begin{aligned} f_{b0}^i &= \alpha \cdot \beta \cdot P \cdot l^2 / (E_b \cdot I_b) \\ &= r \cdot P \cdot l^2 / (E_b \cdot I_b) \cdots \cdots (5)\text{-式} \end{aligned}$$

b = コンクリート v = プレストレス力
 d = 持続荷重成分 φ = クリープ変形
 $b = q - d$ s = 乾燥収縮
 r = 拘束 t = 最終時点

以下に一般的構造系と荷重について剛性が一定の場合の係数 α 、 β 及び r の一覧表を示す。この資料は全て支間中央または片持梁の先端のたわみに関するものである。鉄筋・PC鋼材の影響を無視できるときは、クリープの作用により持続荷重に起因する変形成分は ϕ 倍の値に増大する。しかしクリープ係数は $\phi = \epsilon K / \epsilon_{c,28}$ であること。すなわち E_{b28} をもととした変形である事に注意しなければならない。28日と著しく異なった時点 t_0 においてコンクリートに載荷した場合、クリープ変形の計算に当たっては f_{b0} は $f_{b28}^i = f_{b0}^i \cdot E_{b0} / E_{b28} = f_{b0}^i \cdot k_e$ に変換しなければならない。

プレストレス力によるクリープについても同様の事が言える。しかし更にクリープと乾燥収縮の影響によりプレストレス力が、 V_0 から V_t に減少することも考える必要がある。これによるクリープ変形について $V = (V_0 + V_t) / 2$ を基準とする。以上まとめると時点 t_0 と t における変形量は次式であらわされる。

時点 t_0 $f_{b0}^i = f_{b0,d}^i + f_{b0,p}^i + f_v^i + f_{b0,v}^i$ 但し $f_{b0,d}^i = V_d \cdot P_d \cdot l^3 / (E_{b0} \cdot I_b)$;
 $= f_{b0,d}^i + f_v^i + f_{b0,v}^i \cdots \cdots (6)\text{-式}$ $f_{b0,p}^i = V_p \cdot P_p \cdot l^3 / (E_{b0} \cdot I_b)$
 $V_d \cdot V_p$: 構造系及び作用の種類に関する
 時点 t $f_{bt}^i = f_{b0,q}^i + f_v^i + f_{bt,v}^i + k_e \cdot \varphi$ 係数で断面2次モーメントが一定の場合
 $\left(f_{b0,d}^i + \frac{f_{b0,v}^i + f_{bt,v}^i}{2} \right) \cdots \cdots (7)\text{-式}$ 複雑な荷重状態において表-6により荷
 重を部分的に分け、重ね合せによって得
 られる。
 f_v^i : 変位のない反力台によって作用する
 拘束。

表-5

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
桁No.	全プレストレス導入時のコンクリート材令	プレストレスによる挠み	桁自重による挠み	提 みの 計 合	実 測 値 と の 差	(3)-式によって求めた値と実測値との差
2	σ_{20}	-57 mm	39 mm	-18 mm	1.5 mm	1.4 mm
3	σ_7	-64	43	-21	4.5	0.5
4	σ_{28}	-66	45	-21	4.5	1.0
5	σ_{11}	-62	42	-20	4.0	0.1
6	σ_9	-64	43	-21	4.0	0.1
7	σ_5	-59	40	-19	0.5	2.9
1	σ_5	-64	43	-21	4.0	0.1
8	σ_6	-71	48	-23	4.5	0.2

表-6 剛性一定の場合の構造系の係数

載荷図	M		$q \cdot l^2$		$q \cdot \frac{P}{l}$		$q \cdot \frac{P^2}{l^2}$	
構 造	β	α	β	$10^3 \gamma$	β	$10^3 \gamma$	β	$10^3 \gamma$
	0.50	1.000	0.313	333.3	0.5	0.25	125	0.333
	0.063	0.250	0.0833	20.8	0.125	0.104	13.0	0.125
	0.031	0.156	0.0584	9.32	0.0625	0.0834	5.24	0.0583
		0.125	0.0417	5.21	0.0417	0.0625	2.61	0.0417

実際にこれらの式を用いて各桁のたわみ量を算定してみる。ここでは(1)一式による値と比較する為、プレストレス導入時におけるたわみ量を算出する。クリープ、乾燥収縮等による影響については後述する。

◎ 桁No.2

$$E_{s7} = 3.49 \times 10^4 \text{ t/m}^2$$

$$a; \frac{E_{s7} \cdot I_b}{I^2} = \frac{3.49 \times 10^4 \times 1.318}{44.2^2}$$

$$= 2356 \text{ t}$$

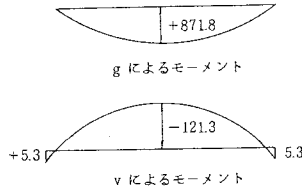
$t = 0$ におけるたわみは表-6及び(3)一式により

b; 死荷重(桁自重) g により

$$\frac{f_{g0} \cdot E_{s7} \cdot I_b}{I^2} = \frac{\beta \cdot M \cdot I^2 \cdot E_{s7} \cdot I_b}{E_{s7} \cdot I_b \cdot I^2}$$

$$= \beta M = 0.104 \times 871.8 = 90.67$$

プレストレスカリにより;
プレストレスモーメントの分布を、支間における等分布状態と概ね対応すると考えると次の通りになる。



$$c; \frac{f_{s7} \cdot E_{s7} \cdot I_b}{I^2} = -0.104 \times 1213$$

$$= -126.16$$

d; 従って $f_0 = (+90.67 - 126.16) /$

$$2356 = -0.01506 \text{ m}$$

$$= -15.1 \text{ mm}$$

e; 実測値との差

$$16.5 - 15.1 = 1.4 \text{ mm}$$

以下同様に他の桁についても求める。その集計は表-5の(7)に示す。

2—3 クリープ、乾燥収縮等を考慮したたわみの算出

実測たわみには次の要素が含まれていく。

① 桁自重に起因するクリープたわみ, ② 初期プレストレスに起因するクリープたわみ, ③ コンクリートのクリープ, 乾燥収縮によるプレストレスの減少に起因する弾性たわみ, ④ コンクリートのクリープ、乾燥収縮によるプレストレスの減少に起因するクリープたわみ, ⑤ 上載荷重に起因する弾性たわみ, ⑥ 上載荷重に起因するクリープたわみ 等々である。今回の実験では、上載荷重は無載荷状態なので⑤, ⑥による値は無視する。

2—3—1

実際に各桁について解いてみる。例として桁No.2のデータをもとに算出すると次のようになる。

この桁はコンクリート打設後、材令67日目にたわみ量を測定した。

最終測定周期が比較的短いのは、桁の横締前のデータを基にしている為であり、横締後のデータを処理する為には多くの要素が含まれるので、ここでは考慮しなかった。

クリープ係数 ϕ_t は遅れ弾性変形成分と流動変形成分とに分けられる。この時、 t_1 から t_2 まで一定の持続荷重が作用する場合を表すには次に示す式となる。 $t_1 > t_2$ の時点、即ち供試体から荷重を下した後にけるクリープ係数 ϕ_t は

$$\phi_t = \phi_{v0} \cdot k_{v,(t_2-t_1)} + \phi_{f0} \cdot (k_{f,t_2} - k_{f,t_1}) - \phi_{v0} \cdot k_{v,(t_2-t_1)} \cdot k_{v,(t_1-t_2)}$$

.....(8)式

この関係式の第1項は遅れ弾性変形の成分を表し、第2項は流動変形の成分である。第3項は t_2 のときの荷重の取り下しの後に生ずる遅れ弾性変形の戻りに対応するものである。(8)一式に於けるサフィックスは次のとおりである。

k_v ; 図-3による遅れ弾性変形の経時変化についての係数

ϕ_{f0} ; 表-7による基本流動係数

k_f ; 図-4による流動の経時変化についての係数

ϕ_{v0} ; 遅れ弾性変形の最終値で0.4としている。

t_f ; 流動の場合のコンクリートの有効材令

$t_f = k_z \cdot k_T \cdot t$ 係数 k_T は、コンクリートが厳しい温度にさらされるときに役立つ。例えば、寒中コンクリートなどの場合、一般の場合には $k_T = 1$ である。

k_z ; セメントの硬化速度を考慮する為の係数で

$K_z = 1 \quad Z \ 250, 350 \text{ L}, 450 \text{ L}$

$K_z = 2 \quad Z \ 350 \text{ F}, 450 \text{ F}$

$K_z = 3 \quad Z \ 550$

図-4における dw は有効部材厚で

$dw = kw \cdot 2F/U$ である。この場合 F は面積、 U は乾燥にさらされる断面の周長である。

kw は表-7によって求める。

平均の大気の相対湿度は70%を用いた。

$tf_1 = kz \cdot t = 2 \times 6 = 12$

$tf_2 = 2(6 + 61) = 134$

この場合材令67日以降も死荷重の載荷が継続状態であると考えられる為、(8)-式は右のようになる。

以下同様に求め、表-8にその結果をまとめた。

2-4 まとめ

クリープ、乾燥収縮等の影響を加味すると実測値と比べ多少大きな値を示す。これは断面係数を便宜上中央断面におけるものを使用した為である。その他に大きな要因として、クリープ、乾燥収縮によるプレストレスの減少に起因するたわみを考慮してない点である。いずれにしても時間経過における影響は、様々な要素を考慮しなければならず、かなり難解である。しかしながら実測値と理論値の間にある程度の近似値が得られたことは、先述した提案式による算定がより有効であると考えることができる。従って、桁架設の時期、場所いわゆる環境条件とプレストレス導入時のコンクリートの特性を考慮したものを時系列的に考えることで、カンパニー量を推定することを提案したい。

表-8

桁No.	材令	推定たわみ量
桁No.2	67日	-29 mm
桁No.3	69日	-32 mm
桁No.4	66日	-36 mm
桁No.5	35日	-29 mm
桁No.6	33日	-29 mm
桁No.7	32日	-27 mm
桁No.8	26日	-24 mm
桁No.1	51日	-31 mm

$\varphi_t = 0.4 \cdot k_{v(t_2-t_1)} + \varphi_{f_0} \cdot (k_{t,t_2} - k_{t,t_1})$ となる。
 $\varphi_{et} = 0.4 \times 0.62 + 20(0.80 - 0.43) = 0.25 + 0.74 \quad \text{※ } dw = 50 \text{ cm}$
 $= 0.99 \quad \text{とする。}$
従って(7)-式を用いて
 $f_{\varphi} \cdot E_b \cdot I_b / l^2 = 90.67 \times 0.99 - 126.67 \times 0.99 = 89.76 - 125.40 = -35.64$
 $E_{bet} \cdot I_b / l^2 = 1.03 \times 3.60 \times 10^4 \times 1.318 / 44.2^2 = 2502 \text{ t}$
 $f_{et} = f_0 - \frac{35.64}{2502} = -0.015 - 0.014 = -0.029 = -29 \text{ mm}$

表-7

部材の状態	平均の大気(の相対湿度) %	コンシステンシーの範囲 K2 (振動時)*		
		基本流動係数 φ_{f_0}	基本乾燥収縮度 ϵ_{s_0}	有効厚に関する係数 k_w
水中	100	0.8	+10	30
	95	1.1	0	10
著しく品温な大気中 例えば水面の直上など	90	1.3	-10	5
	80	1.7	-20	2.4
一般の屋外	70	2.0	-25	1.5
	60	2.4	-30	1.2
	50	2.7	-35	1.0
乾燥した大気中 例えば乾燥した屋内	40	3.0	-40	1.0

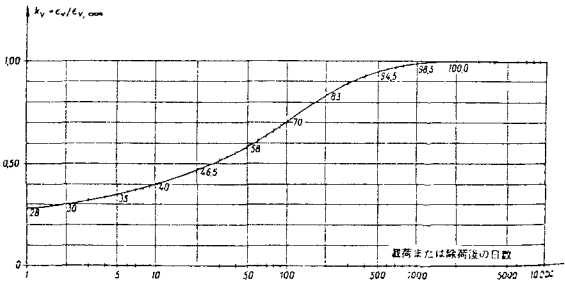


図-3 遅れ弾性変形の経時変化に対する係数 k_v

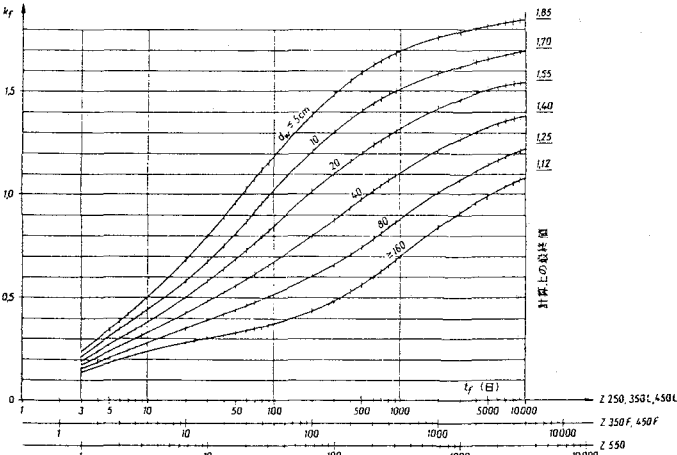


図-4 クリープ変形の時間的進展についてコンクリートの有効材令 t_f に関係のある係数 k_r

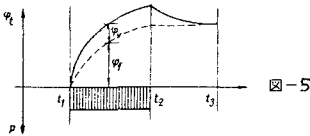


図-5