

V-25 ϕ 及び有効高 d を任意に指定した場合の鉄筋量の算定解析

道都短期大学 正会員 今井芳雄

§1. 前言 国内及び外国の鉄筋コンクリート書を見ても、 ϕ 及び有効高 d を、任意に指定した時は、 j を $j = \frac{7}{8}d \sim \frac{9}{10}d$ にとっているだけである。断面寸法設計の筆者の経験から、有効高 d に近ずる ϕ /杯に働く鉄筋量が欲しいと思う時が多い。解析的には $\chi = k \cdot d$ の χ の3次方程式を解けばよいが、その節度根を求めるのは手数である。筆者は $\chi = k \cdot d$ の k の3次式を k 値毎に数値化し、 ϕ と d を指定すると、直ちに ϕ /杯に作用する、 A_s を求める k の数値表を作製したので発表する。利用を期待するものであります

§2. 解析手順

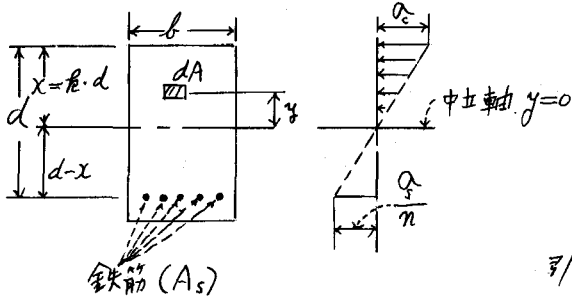


図2.1

中立軸上部コンクリート圧縮力 = C とする

$$C = \int_{y=0}^{y=x} \frac{\sigma_c}{x} y \cdot dA = \frac{\sigma_c}{x} b \cdot \frac{1}{2} x^2 \quad (2.1)$$

鉄筋張力 = T とする

$$T = \sigma_s \cdot A_s = \frac{\sigma_c}{x} (d-x) A_s \cdot n \quad (2.2)$$

$$n = \frac{E_{\text{steel}}}{E_{\text{concret}}} = 15 \quad \text{断面の釣合 } \sum H = 0 \text{ から } C = T \quad (2.3)$$

$$(2.1) \text{式} = (2.2) \text{式} \quad \therefore \frac{\sigma_c}{x} b \cdot \frac{1}{2} x^2 = \frac{\sigma_c}{x} (d-x) n \cdot A_s \quad (2.4)$$

$$\therefore n \cdot A_s = \frac{bx^2}{2(d-x)} \quad (2.5)$$

$$\text{今 } \chi = k \cdot d \quad (2.6)$$

$$\text{とおくと } n \cdot A_s = \frac{1}{2} b (kd)^2 \frac{1}{d-kd} \quad (2.7)$$

$$\therefore A_s = \frac{1}{2n} b \cdot d \left\{ k \left(\frac{k}{1-k} \right) \right\} \quad (2.8)$$

次に断面 $b \times d$ に働く圧縮力、引張力の断面中立軸に対する moment M_r は外力の曲げモーメント M に equal であるから

$$\begin{aligned} M = M_r &= \int_{y=0}^{y=x} \frac{\sigma_c}{x} y^2 dA + \frac{\sigma_c}{x} (d-x) \cdot n \cdot A_s (d-x) = \frac{\sigma_c}{x} \left\{ \frac{1}{3} bx^3 + \frac{bx^2}{2} (d-x) \right\} \\ &= \frac{\sigma_c}{d-kd} \left\{ \frac{1}{3} (kd)^3 b + \frac{1}{2} b (kd)^2 (d-kd) \right\} = \frac{\sigma_c}{n} \cdot \frac{1}{6} bd^2 \left[k^2 \left\{ 1 + \frac{2}{1-k} \right\} \right] \quad (2.9) \end{aligned}$$

鉄筋 Area A_s を含んでいない、従って外力曲げ moment M 、鉄筋応力 ϕ 、有効高 d を与えて A_s に無関係に (2.9) 式は

$\chi = k \cdot d$ の k を求めることが出来る。許容 ϕ の如何によって有効高 d の再検も必要となる。 $\therefore \frac{\sigma_c}{\phi} = m \quad (2.10)$

とおくと断面の stress 直線分布の仮定を使う

$$k d = \frac{\sigma_c}{\sigma_c + \frac{\sigma_s}{n}} \times d = d \times \frac{\frac{\sigma_s}{m}}{\frac{\sigma_s}{m} + \frac{\sigma_s}{n}} = d \times \frac{n}{m+n} \quad (2.11)$$

$$\therefore k = \frac{n}{m+n} \quad (2.12)$$

$$\therefore m = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} = n \frac{1-k}{k} \quad (2.13)$$

(2.9)式から $b d^2$ を求めると

$$b d^2 = \frac{6 \cdot n \cdot M}{\sigma_s} \frac{1}{k^2 \left\{ 1 + \frac{2}{1-k} \right\}} \quad (2.14)$$

$$\therefore b d^2 = \frac{6 \cdot n \cdot M}{\sigma_s} \Phi(k) \quad (2.15)$$

$$\therefore \Phi(k) = \frac{1}{k^2 \left\{ 1 + \frac{2}{1-k} \right\}} = \frac{1-k}{k^2 (3-k)} \quad (2.16)$$

(2.16)式の $\Phi(k)$ を毎回計算しておけば (2.15)式から 任意有効高 d , 鉄筋応力 σ_s , 外力曲げ moment M を与えて、これに直する $b d^2$ を探出せる。表-1 である

§3. 補間法の解析

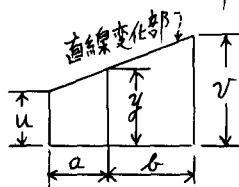


図-3.1

区間 $a+b$ の間で (図-3.1) 数値が u から v に直線変化している時 y を求める補間法である 図から

$$y = \frac{v-u}{b+a} \times a + u = \frac{av-au+bu+au}{b+a} \quad (3.1) = \frac{a \cdot v + b \cdot u}{b+a} \quad (3.2)$$

を得る。(3.2)式によれば $v-u$ という通常行い減算が不要である。これが最大の利点である。而も変化する部分 u, v がそのまま使えるところも便利である。

$u > v$ であるか $u < v$ であるかの考慮が一切いらないこともよい点である

§4. 計算例 (1) 長方形断面の幅 $b = 25\text{cm}$, $\sigma_s = 1,400\text{kg/cm}^2$ のとき有効高 $d = 56\text{cm}$ とした場合外力曲げ moment $M = 79.6\text{m} = 790,000\text{kg}\cdot\text{cm}$ ならば必要な鉄筋面積 A_s を求めよ。

(解) (2.15)式に従い $b d^2 = \frac{6 \cdot n \cdot M}{\sigma_s} \Phi(k)$ とおく $\therefore \Phi(k) = \frac{b \cdot d^2 \cdot \sigma_s}{6 \cdot n \cdot M} = \frac{25 \times (56\text{cm})^2 \times 1,400\text{kg/cm}^2}{6 \times 15 \times 790,000\text{kg}\cdot\text{cm}} = 1.54374$ 表-1. k と $\Phi(k)$ の関係から (3.2)式の補間法によって k を求める

k	$\Phi(k)$	$\Phi(k)$ の区間差	備考
0.388	1.556377	差 $a = 10^{-2} \times 1.2636$ 差 $b = 10^{-2} \times 0.7144$	10^{-2} は使用法説明のためのもので区間差を直ちに $a = 1.2636$, $b = 0.7144$ とすれば充分である
求める k	1.54374		
0.390	1.536597		

$$\begin{aligned} \text{となるから } k \text{ の変動部分について } k \text{ の } 0.3 \times \text{以下} &= \frac{10^{-2} \times 0.7144 \times 10^{-2} \times 8.8 + 10^{-2} \times 1.2636 \times 10^{-2} \times 9}{10^{-2} \times 0.7144 + 10^{-2} \times 1.2636} \\ &= \frac{10^{-2} \times (0.7144 \times 8.8 + 1.2636 \times 9)}{0.7144 + 1.2636} = 10^{-2} \times 8.92776542 \end{aligned}$$

$\therefore$ 求める $k = 0.3 + 10^{-2} \times 8.92776542 = 0.38927765$ (勿論有効数字のとおり直線変化はしない) $= 0.38930$ とする (2.8)式から $A_s = \frac{b \cdot d}{2n} \times \frac{k^2}{1-k} = 46.666 \times 0.248165$

$$=1/1.581043=1/1.6 \text{ cm}^2 \quad (2.13) \text{ 式より } \rho_c = \frac{k_c \sigma_s}{n(1-k_c)} = \frac{344.992}{9.1608} = 59.49 = 59.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_c \text{ の check} = \sqrt{2np + (np)^2} - np = \sqrt{0.24814285 + 0.0153937} - 0.1240711 = 0.38928$$

§5. 計算例(2)

曲げ moment $= 14 \text{ t.m} = 1400000 \text{ kg.cm}$ $\sigma_s = 1800 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_{ca} = 80 \text{ kg/cm}^2$
 の時、幅 $b = 40 \text{ cm}$ 、有効高 $d = 51 \text{ cm}$ とするとき鉄筋量 A_s を求めよ

(解) $b d^2 = \frac{6.n.M}{\sigma_s} \cdot \Phi(k) \dots\dots\dots (2.5) \text{ とおす}$

$$\therefore 40 \text{ cm} \times (51 \text{ cm})^2 = \frac{6 \times 15 \times 10^6 \times 1.4 \text{ kg.cm}}{1800 \text{ kg/cm}^2} \cdot \Phi(k)$$

$$= \frac{10^8 \times 1.26}{10^3 \times 1.8} \Phi(k) = 10^4 \times 7 \Phi(k) \dots\dots\dots \text{必要な } \Phi(k)$$

$$\therefore \Phi(k) = \frac{10^4 \times 1.0404}{10^4 \times 7} = 1.48628$$

表-1 から

$\Phi(k)$	$\Phi(k)$ の区間差	k
1.477979	$\left. \begin{array}{l} \text{差 } a = 10^3 \times 11.699 \\ \text{差 } b = 10^3 \times 7.153 \end{array} \right\}$	0.394 (表-1)
1.48628		求める k
1.479127		0.396 (表-1)

$$\therefore k \text{ の } 0.39 \text{ より } \downarrow = \frac{10^3 \times 7.153 \times 10^3 \times 4 + 10^3 \times 11.699 \times 10^3 \times 6}{10^3 \times 7.153 + 10^3 \times 11.699}$$

$$= \frac{10^6 (7.153 \times 4 + 11.699 \times 6)}{10^3 (7.153 + 11.699)} = \frac{10^3 \times 98.806}{18.852} = 10^3 \times 5.2411$$

$$\therefore k = 0.3952411$$

鉄筋量 A_s は (2.8) 式から $A_s = \frac{b.d.k^2}{2n(1-k)} = \frac{40 \text{ cm} \times 51 \text{ cm} \times (0.3952411)^2}{2 \times 15 (1-0.3952411)}$

$$= \frac{10^2 \times 3.1867962}{10 \times 1.8142767} = 17.565 \text{ cm}^2$$

$$m = \frac{\sigma_s}{\sigma_c} = n \frac{1-k}{k}$$

$$\therefore \sigma_c = \frac{\sigma_s \cdot k}{n(1-k)} = \frac{1800 \text{ kg/cm}^2 \times 0.3952411}{15(1-0.3952411)} = 98.426 \text{ kg/cm}^2$$

§6. k の値に対する $\Phi(k)$ の計算値

表-1 として掲げます k の縦列は k の小数第2位まで、 k の

横行は k の小数第3位 002 から 008 までを掲げ $\Phi(k)$ は k の小数第3位までについて計上した。

表-1 $\Phi(k) = \frac{1-k}{k^3(3-k)}$

$x = k \cdot d$ d :有効高

k	0.0000	0.002	0.004	0.006	0.008
0.20	7.142857	6.989602	6.840937	6.696682	6.556667
0.21	6.420728	6.288712	6.160471	6.035862	5.914753
0.22	5.797015	5.682526	5.571168	5.462829	5.357404
0.23	5.254789	5.154887	5.057605	4.962852	4.870543
0.24	4.780596	4.692931	4.607474	4.524152	4.442895
0.25	4.363636	4.286312	4.210861	4.137223	4.065342
0.26	3.995163	3.926633	3.859703	3.794323	3.730446
0.27	3.668028	3.607025	3.547396	3.489099	3.432096
0.28	3.376351	3.321825	3.268486	3.216298	3.165230
0.29	3.115251	3.066330	3.018438	2.971547	2.925629
0.30	2.880658	2.836610	2.793458	2.751180	2.709752
0.31	2.669153	2.629360	2.590035	2.552110	2.514614
0.32	2.477845	2.441785	2.406415	2.371719	2.337680
0.33	2.304282	2.271509	2.239346	2.207778	2.176790
0.34	2.146369	2.116502	2.087175	2.058376	2.030091
0.35	2.002310	1.975021	1.948212	1.921872	1.895991
0.36	1.870557	1.845562	1.820996	1.796848	1.773110
0.37	1.749772	1.726825	1.704262	1.682074	1.660252
0.38	1.638790	1.617678	1.596910	1.576479	1.556377
0.39	1.536597	1.517134	1.497979	1.479127	1.460572
0.40	1.442308	1.424328	1.406627	1.389199	1.372039
0.41	1.355141	1.338501	1.322113	1.305971	1.290073
0.42	1.274412	1.258983	1.243784	1.228808	1.214053
0.43	1.199513	1.185184	1.171063	1.157146	1.143428
0.44	1.129907	1.116578	1.103438	1.090484	1.077711
0.45	1.065117	1.052699	1.040453	1.028376	1.016466
0.46	1.004718	0.993131	0.981702	0.970427	0.959304
0.47	0.948330	0.937503	0.926821	0.916280	0.905878
0.48	0.895613	0.885482	0.875484	0.865616	0.855876
0.49	0.846261	0.836770	0.827400	0.818150	0.809017
0.50	0.800000	0.791097	$k = 0.4949$ とき $\Phi(k) = 0.827400$ とおむ		

§7. 結言

鉄筋コンクリート計算では応力計算をすると通例だが、余り有効高 d も高い方に改めたまいである。許容応力 σ 杯の有効高 d もものが経済的なのは当然である。外見上、経験的に所要の有効高で断面を仮定する方が設計がまく行く場合も多い。表-1を利用した本論文により3次方程式の根を求めなくてもよい便利さを生かしてほしいとおもうわけであり（1980.9.10）