

IV—1 わだち路面の形状に関する研究

北大工学部	正員	○中	辻	隆
〃	〃	加	来	照俊
〃	〃	藤	原	隆
〃	〃	小	野	寺雄輝

1 まえがき

冬季積雪路面上に形成されるわだち堀れは、冬季の運転障害の一大要因であり、時として運転者が予期しない力を車両に与え、車線逸脱やスリップなどの事故を誘発する。また、最近の交通量の増大、あるいは重宝車両交通の増大により、幹線道路においては、夏季路面上においても流動や磨耗によるわだち堀れが見られる。特に非積雪時におけるスパイクタイヤの使用は、この傾向に拍車をかけている。

道路縦断方向の路面の凹凸やわだち堀れが車両の運動に与える影響は、主に乗り心地の観点から研究が行われてきているが、道路横断方向のわだち堀れの影響については、車両走行の操縦性、安定性に与える影響は大きいとされながらも、未だ研究の緒につけておらず、わだちの測定法すら確立されていない。

本研究は、車両運動の基本的な入力情報となる路面形状に関する研究の第一歩として、どのような関数により、わだち形状を近似する事が適当であるか、路面形状を離散的に測定する場合にその測定間隔をどの程度にすれば良いかを検討したものである。道路縦断方向の路面形状を正弦波とする事が広く行われているが、横断方向のわだち形状は、特に冬季のそれは、夏季路面上のなめらかな曲線と異なり、階段状になっているのが外観され、正弦波以外の関数による近似が検測される。交通量の多い道路におけるわだち形状の測定には多くの困難を伴う。形状を離散的に測定する場合に、迅速な測定と関連する測定間隔と近似精度の相関を明らかにしておく事は重要である。以上の解析を行なうために、冬季と夏季のわだち測定を北大構内にて実施した。

2. わだち形状の測定

冬季と夏季のわだち形状の測定を北大構内において実施し解析データとした。冬季は昭和58年2月1日～12日(6,11日除く)に、西8丁目通り工学部前道路に2測線A,Bを設定し北方向車線における形状を3cm間隔に測定した。測線Aは図-1に示すように、多くの車両が十字路で停止した後加速状態にあると考えられ、測線Bはほぼ定常走行となっていると考えられる地点である。図-2は、太線が測線A、細線がBにおける形状を示しているが、左右にシフトしている(測定ミス?)例を除き、AとBの形状に違いは見られず、相互相関係数は0.94～0.98となっている。

夏季の測定は、昭和58年11月26日に、北13条通り西方向車線に3測線A,B,Cを設定し行なった。測線Aは、十字路の手前であり多くの車が減速中と、測線Bは定常走行中と、そして測線Cは加速中と考えられる地点である。わだち形状を図-3に示す。A,B,Cにおける測線の相互の相関係数は0.89～0.94と高いがわだちの山頂と谷底の前低差は、A,B,Cそれぞれ大きい方の値で、17.5, 15.5, 21.8mmとなっているが、これが、減速、定常および加速の各走行状態の反映であるのか、オーバーレイ時期の違いによるのかは不明である。

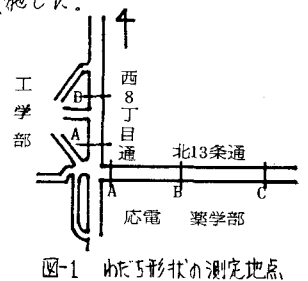


図-1 わだち形状の測定地点

58.2.1-2.12 (太線:A, 細線:B)

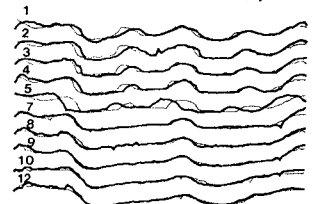


図-2 冬季路面のわだち形状

58.11.26



図-3 夏季路面のわだち形状

3. 直交近似関数

N個の測定データ $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{N-1}, y_{N-1})$ が得られた時、被近似式 $g(x) = a_0\phi_0 + a_1\phi_1 + \dots + a_{N-1}\phi_{N-1}$ ($n < N$) が最小二乗の意味において、測定値に近似するよう 係数 $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$ を定める。 $\phi_n(x)$ が直交性を有する時、 a_n は

$$a_n = \frac{\sum_{v=0}^{N-1} y_v \phi_n(x_v)}{\sum_{v=0}^{N-1} \phi_n^2(x_v)}$$

として求められる。分母 $(\phi_n, \phi_n) = \sum_{v=0}^{N-1} \phi_n^2(x_v)$ を 近似関数 $\phi_n(x)$ のノルムという。

直交性を有する関数は数多くあるが、ここでは、準ミニ・マックス近似としての Tchebycheff 近似、単位の重み係数をもつ多項式である Legendre 多項式が、離散表現される Gram の直交多項式、ゆえに、特に冬季のゆえだが、階段状の外観をしていることから、+1と-1とからなる Walsh 関数による近似、そして近似関数として最も広く利用されている Fourier 近似を解析の対象とした。

これから4つの関数の関数式とノルム、そして0～5次までの関数形を表に示した。(Walsh 関数ではその構成関数である Rademacher 関数を図示した) それぞれの関数の誘導および特性などについては本書に詳しいので多言を要しないが、実際の数値計算にあたり、それは、いくつかの工夫を要する。

フーリエ変換において、データ数Nが2のべき乗である時に、高速フーリエ変換(F.F.T.)が、その演算時間短縮に大きな効果を持つ算法であることは広く知られているが、Walsh 変換においても、この関数自体が、次数nの二進桁数だけの Rademacher 関数から合成されるため、フーリエ変換以上にデータ数の影響を受け、データ数が大きい時には、パソコン程度の計算機では、変換あるいは逆変換演算に多大な時間を要する。

ここでは、実験計画法の直交化法における Yates の算法を応用した変換手法を確認した。すなわち、Yates の算法による4次元わたる各データの和と差の演算が、ある一定の法則で並べ換えられ Walsh 変換に対応していることを利用したものである。Walsh 逆変換も全く同様の手順で行うことが出来る。ここで言う“ある一定の法則に基づく並べ換え”は、高速フーリエ変換の算法中にも見られるものである。

Walsh 近似、Fourier 近似において データ数Nが2のべき乗となるよう補間を行い、さらに、Tchebycheff 近似においても、変域(-1, 1)で与えられるチェビシェフ分点に対応した線形補間を行う、 P_n 。

表-1 解析に用いた直交関数

	Tchebycheff 近似	Gram 直交多項式近似	Walsh 近似	Fourier 近似
関数形とそのノルム	$T_n(x_v) = \cos[n \cos^{-1}(x_v)]$ $\sum_{v=0}^N T_n^2(x_v) = \frac{N+1}{2} \quad (n \neq 0)$ $= N+1 \quad (n=0)$ $x_v: T_{N+1}(x) = 0$ の $N+1$ 個の根	$P_n^{(j)}(v) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} \binom{n+i}{i} \frac{(v)^{(j)}}{(N)^{(j)}}$ $\sum_{v=0}^N P_n^2(v) = \frac{1}{2n+1} \frac{(N+1)^{(n)}}{(N)^{(n)}}$ $(v)^{(j)}_i = v P_i^{(j)}$ 階乗多項式	$W_n(v) = \prod_{j=0}^{n-1} \{ R_{j+1}(v) \}^{n_j}$ $\sum_{v=0}^{N-1} W_n^2(v) = N$ $R_j(v): j$ 次の Rademacher 関数 $n = \sum_{j=0}^{n-1} n_j 2^j$	$F_n(v) = \exp\left(\pm \frac{2\pi k v}{N}\right)$ $\sum_{v=0}^{N-1} F_n^2(v) = N$ + : フーリエ逆変換 - : “ 変換
	* Tchebycheff * 	* Gram * 	* Rademacher * 	* Fourier *

4 解析結果

各近似関数による収束状況を図4（冬季2月1日A地点）と図5（夏季11月26日A地点）に示す。すなわち、測定記録から求められた係数 a_j を用いて $g(\omega) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \varphi_j(\omega)$ の計算を Tchbychef (略号 Tchb.), Gram, そして Walsh の各関数については、 $k=5, 10, 15, 20, 30, 40, 60$ の項数初まで、Fourier 関数については、収束性が良いので $k=2, 3, 5, 10, 15, 20, 30$ の項数初まで求めたものである。図において、実線が、各 k の値に対する近似曲線を、破線が測定曲線を表わしている。

これらの図において、夏季の路面が冬季の路面よりややめり込みがちな曲線であるので少ない項数で良い近似となり、ているとともに、フーリエ近似が夏季だけでなく冬季においても他の関数より優れた収束性を示している。近似の誤差を $\frac{\sum_{j=0}^N [y_k - g(\omega)]^2}{\sum_{j=0}^N y_k^2}$ にて表わす時、冬季路面で、誤差が5%以下になるのが、Tchbychef 関数と Gram 多項式では $k>15$ の時、Walsh 関数では $k>20$ の時であるのに対し、Fourier 関数では $k>5$ となっている。夏季においても同様であり、Fourier 近似では $k>3$ の時に早くも5%以下の誤差となっている。

Tchbychef 関数と Gram 多項式はともに、 ω に関して多項式表現される関数である。収束性は Gram の方が若干良い結果となっているが、Gram の多項式では、次数 k が大きくなるにつれ、係数 a_k の値も非常に大きくなるため、けた落ちなどの計算誤差の影響が 図4, 5 の $k=60$ の場合に現れる。

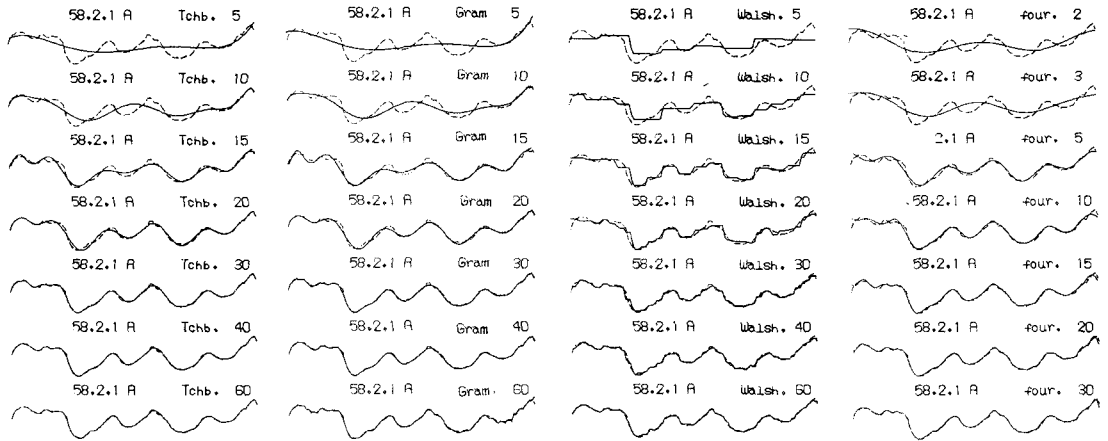


図4 冬季わだち形状の近似（実線：近似曲線，破線：測定曲線）

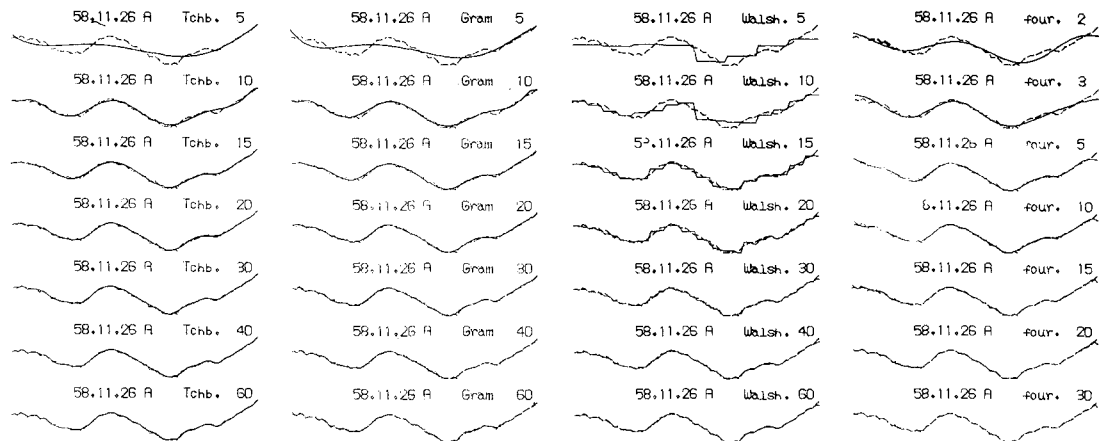


図5 夏季わだち形状の近似（実線：近似曲線，破線：測定曲線）

Walsh関数による近似は、当初の予想と大きく異なり、最も悪い近似しか与えない。しかしながら、Walsh関数による近似の悪さと、Fourier関数の近似の良さは、わだち路面上を走行する車両の運動のモデル化にと。それは都合の良い結果である。

わだち路面形状を測定する上において、測定装置の開発と測定法の確立は重要であり、筆者らの研究室においても目下検討中であるが、ここでは、離散的に形状を測定する場合のサンプリング間隔について言及して見たい。

図-6は Tchebycheff 関数(上段)と Fourier 関数(下段)による近似において、全データ(冬季 3cm 間隔に 109 点, 夏季 5cm 間隔に 80 点)を用いた場合(太線)と一部データ(冬季 16 点, 夏季 8 点)を用いた場合の近似係数 a_k (冬季 $a_0 \sim a_7$, 夏季 $a_0 \sim a_7$) の大きさ(絶対値)を比較したものである。一部データの設定は、Fourier 近似においては 等間隔に、Tchebycheff 近似においては $T_n[\cos x] = 0$ を満足するチェビシェフ分点における値を線形補間によ。て求めて行な。た。全データを用いた Fourier 近似(太線)においては、 a_k と a_{n-k} の共役性が表われる図示を行な。た。

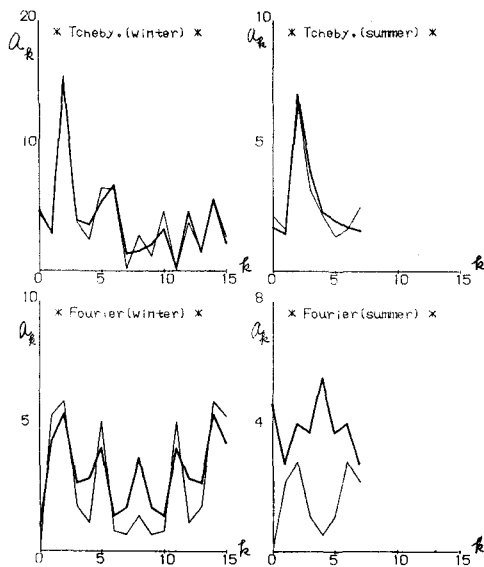


図-6 関数近似におけるサンプリングの影響 (太線:全データ, 細線:一部データ)

図-6は、片側一車線幅のわだち形状を離散的に表現する場合に、冬季および夏季それぞれ 16 点と 8 点のチェビシェフ分点における測定を行なうことによって、十分精度をも。た近似曲線を得ることが出来ることを意味している。

5. まとめ

冬季および夏季の路面上のわだち形状の測定を行ない、その関数近似に関して、2, 3 の知見を得た。

(1) 冬季路面のわだち形状は、臆測されねえステップ状ではなく、Walsh 関数よりも、夏季路面のわだち形状同様に、比較的少ない点数で Fourier 近似され得る。

(2) 冬季では 16 点、夏季では 8 点程のチェビシェフ分点におけるわだち量の測定によ。て、片側一車線幅のわだち形状を一応の精度をも。て推察する事が出来る。

(3) 当初予測した Walsh 関数による近似は、有効な意義を有するが、 k が、Yates の算法を応用した高速 Walsh 変換および逆変換の数値計算算法は、実験計画法などにおいて利用され得るものと思われる。

しかしながら、ここで得られた結論は、わだち強水の形成にと。ては理想状態とも言える大学構内の路面から測定したデータに基づくものであり、大型車や多車線の影響については今後検討されなければならない。

参考文献

- (1) 伏見, 赤井: 直交関数系, 共立出版, 1981
- (2) 藤崎, 松下: 応用数値計算入門, コロナ社, 1976
- (3) 赤坂: 数値計算, コロナ社, 1967
- (4) 森: 数値解析, 共立出版, 1973
- (5) ラウデュエル: 長谷川他訳: 科学計算のための BASIC サンプル集-2 (上), 現代数学社, 1982
- (6) 久保, 小澤: 舗装路面形状と大型車の摩耗影響度について, 開発局試験所月報 No. 56, 1983
- (7) 大崎: 地震動のためのスペクトル解析入門, 廣成出版, 1976
- (8) 市原: 路面の凹凸, 技術新報, 1965
- (9) BRIGHAM: The Fast Fourier Transform, Prentice-Hall, 1974
- (10) Hamming: Digital Filters, Prentice-Hall, 1977