

## II-2 迂曲流路に見られる砂州の接続形態と流れ

北海道大学・工学部 正員 長谷川和義  
 同 上 正員 山岡 瞩  
 同 上 学生員 納谷 明  
 同 上 学生員 森田 徹雄

### 1. はじめに

交互砂州に関する基礎的な性質についての理解が深まっている。しかし、その大部分は直線流路における知見であり、彎曲流路や蛇行流路、あるいは狭さく部における砂州の性質という、より応用的な問題に対する研究は、始まったばかりの状態にある。これらの流路中では、純粹な交互砂州というものは存在せず、平面形状による独自の影響が加わって、変形した形態が生ずるのであるが、重要なことは、交互砂州が消失してしまうのではなく、基本単位の砂州が变形しつつも存在し、その接続の現われ方が異なるようになるということであろう。木下<sup>1)</sup>は、4種の接続形態をあげている。これらの発生条件、形状特性、さらにその上の流れの性質を解明することが課題となっている。

著者ら<sup>2)3)4)</sup>は、昨年来、自然河川の迂曲流路内における砂州の接続形態に関して実験的検討を進めており、流路曲頂の下流において彎曲(遠心力)の作用に対抗して、内岸側に流水を偏倚せしめる内岸向きのB型接続と、同じく曲頂下流において、彎曲と同調的な働きをする外岸向きのC型接続の発生を確認している。本年度は、昨年と同一の水路を用いて実験例を増やし、各接続形態に対する形状特性と発生条件についての考察を加える。さらに、これらの形態上の微妙な流れを表現するために、従来の二次元浅水流の線形解法に改良をはかり検討をおこなう。

### 2. 実験

#### (2-1) 装置と方法

使用水路は昨年と同一のものであり、中心線の曲率が式(1)で表わされる迂曲状水路である。ただし、 $\delta$ は、曲頂を原点として下流むきに中心線にそって測った距離、 $r$ は曲率半径。

使用河床材料は、平均粒径 $d = 0.094\text{cm}$ 、比重 $\sigma/\rho = 2.595$ の均一に近い珪砂を使用した。実験は、B型、C型の形態が現われるまで、勾配と流量を試行錯誤的にくり返し、結果的に表-1に示すRun-ME9,12の2例について、河床形状と流速測定(Run-ME9のみ)をおこなった。

河床形状の測定は、河床地形読取装置を用いて、流下方向に $9\text{cm}$ 、横断方向に $0.5\text{cm}$ 間隔におこない、また流速は、水性ボンドによって河床を固定乾燥したのちに、プロペラ流速計によって測定した。流速測定間隔は、緩曲率部で流下方向に $18\text{cm}$ 、急曲率部で $9\text{cm}$ 、横断方向に $1\text{cm}$ 、水深方向に $0.3\text{cm}$ とした。

#### (2-2) 経過と結果

Run-9,12ともに、昨年度実験と同様に、通水後、曲頂上流内岸側(図1のa~b附近)から洗掘が始まった。これにともなって水流が集中直進し、流路を横切って外岸曲頂(C附近)に洗掘をひきおこす。

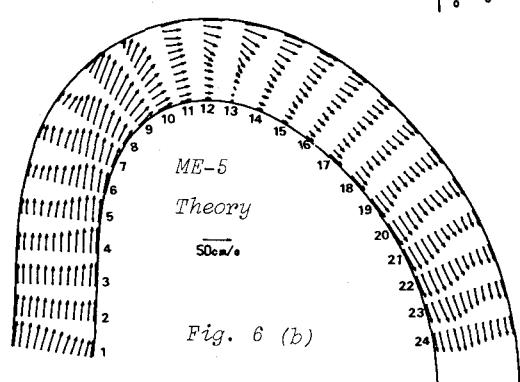
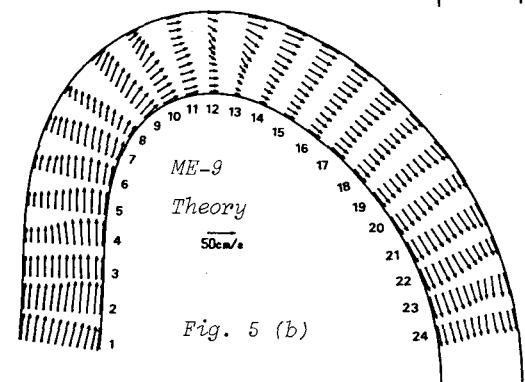
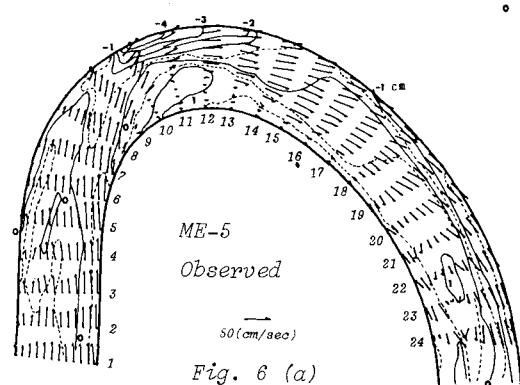
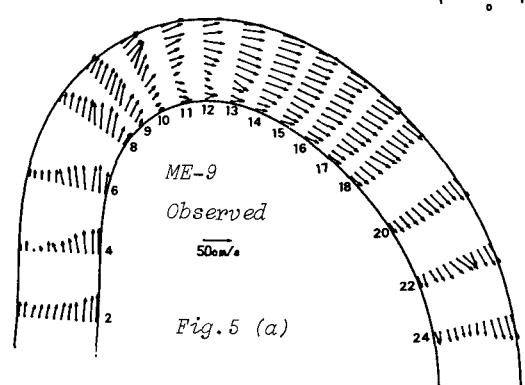
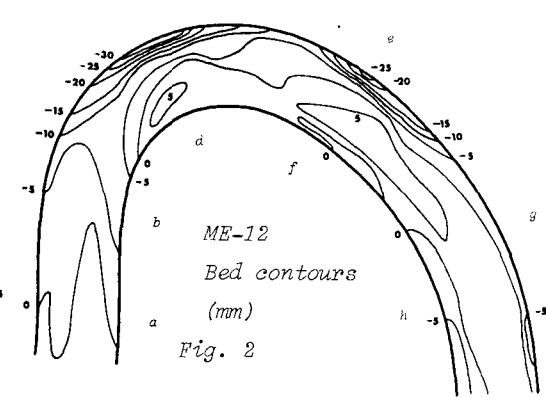
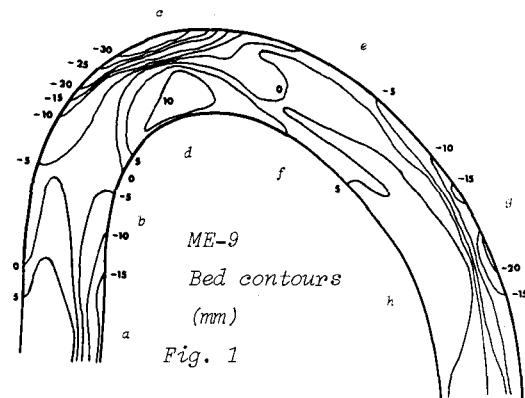
Run-9では、図のa,h附近にC型接続の砂州の形成がはじまり、15~20分後には明瞭な前縁が形成された。曲頂深掘れ部のすぐ下流の位置(e,f)に内岸向きの波長のごく短いB型の砂州が現われている。

表-1 迂曲実験の諸元

		ME-5	ME-6	ME-7	ME-9	ME-12
水路幅	B (cm)	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0
流量	Q (cm <sup>3</sup> /s)	866.47	940.90	2287.61	927.50	657.30
勾配	I	1/120	1/80	1/310	1/100	1/55
平均流速	$U_0$ (cm/s)	28.54	29.70	29.88	30.55	33.57
砂州の接続形態		B型	C型	C型	B型	
フルード数	Fr	0.776	0.791	0.512	0.831	1.137
無次元掃流力	$\tau$	0.098	0.153	0.096	0.092	0.108
摩擦係数	f	0.028	0.040	0.025	0.029	0.028
川幅水深比	$B/H_0$	15.94	15.28	6.32	15.94	24.72
	$B/H_0 \cdot I$	0.133	0.191	0.020	0.159	0.449
無次元波数	$2\pi H_0/L$	0.020	0.021	0.051	0.020	0.013
流路蛇行長	L (cm)	432	432	432	432	432
平均水深	$H_0$ (cm)	1.38	1.44	3.48	1.38	0.89

この現象はRun-6とまったく同じである。砂州の形成と同時に曲頂の洗掘が進み、対岸の固定砂州が安定化し、一部が水面上に現われるようになった。さらに、砂州形成の影響を受けてg附近の浸食が活発化し、定常なC型接続状態に達はじめた。しかし、この部分は、通水後25分を経過するころから、埋めもどしと洗掘がくり返し生じた。埋めもどしは、上流側から9cm/分程度の速さで進行し、再洗掘も上流から砂をまき上げつつ前進した。この現象は、すぐ上流に存在する、波長の短かいB型接続の砂州が、成長の契機を得て伸びはじめると、やがて2次流の強まりにより、消滅することによって起るものと考えられる。経過時間34分で停水し、図1の測定結果を得た。

Run-12は、砂州の成長が顕著であり、曲りの影響が現われ出す前に、各所に形成されたが、やがて整理され、曲頂下流にB型の接続形態をもつ砂州が成長はじめた。次第に波長を伸ばして、g,h附近にまでいたったが、これと逆の働きをする彎曲の影響で図のeの部分に深掘れが生じ、水流が分岐した。この砂州と曲頂の固定砂州との間に、不明瞭ながらもう一つの向きの逆な砂州が存在しており、これが、曲頂部の深掘れ形状を上流側勾配を急、下流側上り勾配を緩にしている。C型との大きな違いである。曲頂の最大深掘れ深は水深の3~4倍以上に達し、時間とともに上流に移動した。B型



接続の砂州は、彎曲の作用に対抗して形成されるために C型よりもさらに不安定であり、長時間通水するとこれが消滅したり、あるいは波長が短くなることによって C型へと移行することがある。

Run-12 に先だってなされたRun-11においてこの現象が見られた。図2 は、通水後 11 分の時のものであり、完全に定常とは言い切れない状態のものである。

### 3. 接続形態の形状特性と区分条件

#### (3-1) 形状特性

流路の平面形状は、本来千差万別であり、その中に生ずる河床形状を直接的に比較する意味は乏しい。しかし、ここでは同一水路中に生じた異なる接続形態の河床特性を知ろうとするものであり、直接比較が可能であろう。

図3 (a),(b)は、昨年来の迂曲実験河床につき、従来と同一の方法によって調和分析を試み、その成分振幅の大きい順に第6位までをとりあげて比較したものである。すなわち、任意点の河床の平均河床面からの変位を平均水深 $H_0$ にて無次元化して $\eta$ とする。それを式(2)のように展開する。ただし、 $n$ 、 $s$ は横断および流下方向の距離軸で、それぞれ流路半幅  $B/2$ 、および  $H_0$ にて無次元表示している。原点は左岸に凹岸曲頂が位置する流路中心点にとっている。また、 $a_{ij}, \sigma_{ij}$ は周期数が  $(i, j)$  の波の振幅および位相を表わし、 $\delta_{ie} = \{1 + (-1)^i\}/2$ である。横断および流下方向の基本周期は、それぞれ、流路幅の2倍=4、および蛇行周期  $L = \frac{1}{\tilde{\nu}} = \frac{1}{46.90(\text{cm})} \cos \frac{2\pi}{432(\text{cm})} \tilde{s} - \frac{1}{114.59(\text{cm})} \sin \frac{6\pi}{432(\text{cm})} \tilde{s}$  (1)  $\tilde{L}/H_0$  に選んでいる。

$$n = \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^6 a_{ij} \sin\left(\frac{i\pi n}{2} + \frac{\pi}{2}\delta_{ie}\right) \cos\left(j\frac{2\pi}{L}(s - \sigma_{ij})\right) \quad (2)$$

$$\frac{Z_R}{H_0} \cos\left(\frac{B}{H_0}\right)^2 \left(\frac{B}{d}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (3) \quad \frac{Z_R}{H_0} \cos N_k \frac{u_*}{u_{*c}} \frac{B}{R} \quad (4)$$

さて、図3(a)は、C型接続形態である Run-6,9 および、非砂州のRun-7に関する主要振幅を見たものである。Run-6と 9が、まったく同一の性質を示しているほか、これらのグループで(1,3)の振幅が上位をしめていることが特徴的である。式(1)に見られるように、 $\frac{Z_R}{H_0} \cos \frac{f_0(B/H_0)^2 (B/d)^{-\frac{1}{3}}}{(u_*/u_{*c})(B/R)} \equiv P_1$  (5) 使用水路が  $j=3$  の波形を有していること、C型接続が彎曲の影響を否定しない形態であることから考えて、(1,3)成分の形成要因に平面形状があるように思われる。しかし、迂曲流路中に発生している砂州個数は4~6であり、周期数としては2~3になるので、Run-6,9における(1,3)の波が砂州性のものとも考えられる。いずれにしても河床材料、勾配などの違いにかかわらず、同一の接続形態が生ずること、しかも同一の形状特性を示すことが確認された意義は大きいものといえる。

図3(b) は、B型接続を有するRun-5,12を比較したものである。主要振幅成分は C型のものとほぼ似かよっているが、C型ほど系統的な性質を示さない。これは、水理条件が離れているためでもあろうが、B型の有する本來的な不安定性の反映のように考えられる。図3(b)にとらえられた形状は、変形途中のものといえ、系統だった  $a_{ij}$  性質を示さない原因になっている。ただし、(1,5)の振幅が(1,3)のそれを上まわっていることが特徴であり、B型形状の複雑さを表わしている。

#### (3-2) 形態区分の試み

前章に触れたように、砂州の接続形態は、砂州の形成作用と、流路の曲りによる作用の対抗の度合によって決まるものと考えられる。そこで、ここではそれぞれの作用が単独で働いたときに生ずる波高の比を区分パラメータとして探ってみる。

交互砂州の定常時の波高に関しては、藤田ら<sup>5)</sup>の半理

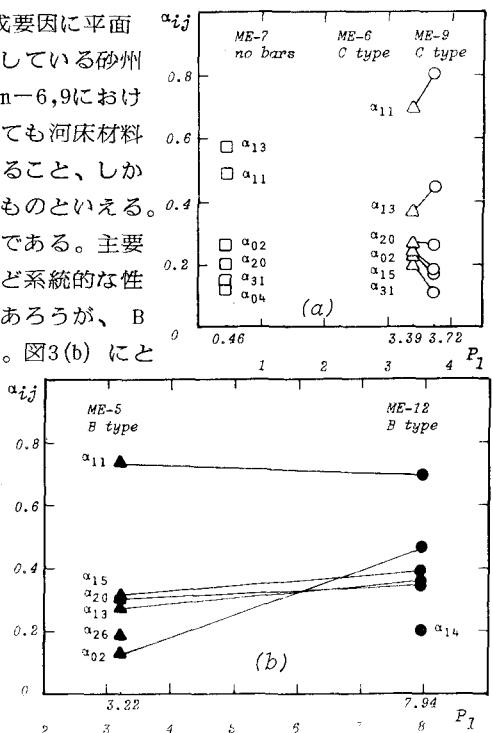


Fig. 3

論式、池田<sup>6)</sup>の実験式がある。それらは、ほぼ(3)のような式形をしている。ただし、 $\tilde{z}_B$  は砂州波高(振幅の2倍)である。

一方、一様彎曲の平衡河床の波高

$$\frac{\partial u}{\partial s} + u \frac{\partial u}{\partial s} + \epsilon v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{v}{r} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial s} + f_0 \left\{ u - \frac{1}{2} (\xi + n) + \frac{n}{2\epsilon r} \right\} = 0 \quad (6)$$

$\tilde{z}_R$ (深掘れ深)は、おおむね、式(4)にて表わされる。比例係数  $N_*$  は、2次流の強度に関係し、通常  $f_0$ (摩擦係数)の減少関数なので、 $N_* \propto f_0^{-1}$  とみなすと、区分パラメータとして、

式(5)が考えられる。

$$(1 + B_2) \frac{\partial u}{\partial s} + B_4 \epsilon \frac{\partial u}{\partial n} + (B_3 + \frac{1}{R_L}) v + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial s} + (f_0 + B_1) u - \frac{f_0 n}{2} (\xi + n) + \frac{f_0 n}{2\epsilon r} = 0 \quad (13)$$

図3(a), (b)の横軸にはこの値をとっている。 $(1 + B_2) \frac{\partial v}{\partial s} + (B_3 - \frac{2}{R_L}) u + B_4 \epsilon \frac{\partial v}{\partial n} + (B_5 + \frac{f_0}{2}) v - \frac{1}{r} + \frac{\epsilon}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial n} = 0$

P1が小さい場合には、

砂州が存在しないか、または彎曲の効果が大、すなわち C型となるはずである。

図3(a)の傾向はこれを支持している。

一方、B型に関しては砂州の作用が強いので、この値が大とならねばならない。図

3(b)のうち、Run-12はその傾向にあるが、Run-5はC型と同じ程度の値を示し、必ずしも区分が成功していない。式

(4)は、一様曲率が長区間続く水路で

成立するものであり、適用に無理があるようと思われる。今後、変曲率水路における洗掘深の簡略な推定式をたて、比較することが重要であろう。

#### 4. 二次元浅水流解法の改良

著者ら<sup>3) 7) 8) 9)</sup>は、任意形状を有する蛇行流路内の流れを、二次元の浅水流方程式によって表現し、その線形解をガラーキン法によって求める方法を提案してきた。これらの解は流路の深掘れ部から下流にかけての加速区間で良く一致するがその上流彎曲部における流速分布ピークが内岸から外岸にかけて遷移する区間で不一致が目立つ。原因としては、基礎式の線形化の過程で、横断方向への運動量輸送を表わす項がおとされていることが大きいものと考えられる。

そこで、本論文では、基礎式は全く同じとした上で、従来省略してきた高次の加速度項を生かす方法を考え、解を導く。

##### (4-1) 無次元方程式

昨年までと同様に、式(1), (2)の流

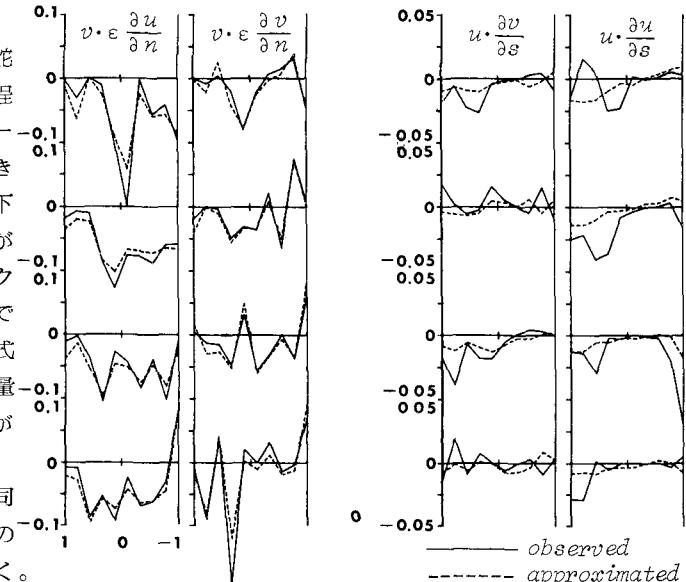


Fig. 4

$$\begin{array}{ccccccccc}
C_1 j\omega & C_3 & 0 & 0 & \frac{j\omega}{F^2} & -\frac{f_0 Y}{2} & 0 & -C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 \\
-C_3 & C_1 j\omega & 0 & 0 & \frac{f_0 Y}{2} & \frac{j\omega}{F^2} & C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & C_5 j\omega & C_7 & 0 & \frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & 0 & C_8 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -C_7 & C_5 j\omega & -\frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & 0 & -C_8 & 0 & 0 & 0 \\
j\omega & 0 & 0 & -\frac{i\pi\epsilon}{2} & j\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & j\omega & \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & j\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & C_4 & 0 & 0 & C_1 j\omega & C_3 & \frac{j\omega}{F^2} & -\frac{f_0 Y}{2} \\
-C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & -C_4 & 0 & 0 & 0 & -C_3 & C_1 j\omega & \frac{f_0 Y}{2} & \frac{j\omega}{F^2} \\
-C_8 & 0 & C_6 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & 0 \\
0 & -C_8 & 0 & C_6 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{i\pi\epsilon}{2F^2}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
a_{ij} \\
b_{ij} \\
c_{ij} \\
d_{ij} \\
e_{ij} \\
f_{ij} \\
a'_{ij} \\
b'_{ij} \\
c'_{ij} \\
d'_{ij} \\
e'_{ij} \\
f'_{ij}
\end{array}
= 
\begin{array}{c}
\frac{f_0 Y}{2} A_{cij} + (-1)^I \frac{4f_0}{(i\pi\epsilon)^2 c R_{cij}} \\
-\frac{f_0 Y}{2} A_{bij} - (-1)^I \frac{4f_0}{(i\pi\epsilon)^2 c R_{bij}} \\
-(-1)^I \frac{4}{i\pi\epsilon R_{cij}} \\
(-1)^I \frac{4}{i\pi\epsilon R_{bij}} \\
-j\omega A_{bij} \\
-j\omega A_{cij} \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
C_1 j\omega & C_3 & \frac{j\omega}{F^2} & -\frac{f_0 Y}{2} & 0 & -C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & C_4 & 0 & 0 \\
-C_3 & C_1 j\omega & \frac{f_0 Y}{2} & \frac{j\omega}{F^2} & C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & -C_4 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & 0 & C_8 & 0 & C_6 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & 0 & C_8 & 0 & C_6 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & j\omega & 0 & 0 & \frac{i\pi\epsilon}{2} & j\omega & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & j\omega & 0 & -\frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & j\omega \\
0 & C_8 & 0 & 0 & 0 & C_5 j\omega & C_7 & 0 & -\frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & c'_{ij} \\
-C_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_7 & C_5 j\omega & \frac{i\pi\epsilon}{2F^2} & 0 & d'_{ij} \\
0 & C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & C_1 j\omega & C_3 & 0 & 0 & \frac{j\omega}{F^2} & e'_{ij} \\
-C_2 \frac{i\pi\epsilon}{2} & 0 & 0 & -C_3 & C_1 j\omega & 0 & 0 & \frac{f_0 Y}{2} & f'_{ij}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
a_{ij} \\
b_{ij} \\
c_{ij} \\
d_{ij} \\
e_{ij} \\
f_{ij} \\
a'_{ij} \\
b'_{ij} \\
c'_{ij} \\
d'_{ij} \\
e'_{ij} \\
f'_{ij}
\end{array}
= 
\begin{array}{c}
(-1)^I \frac{2f_0}{i\pi\epsilon} \frac{1}{R_{cij}} \\
-(-1)^I \frac{2f_0}{i\pi\epsilon} \frac{1}{R_{bij}} \\
0 \\
0 \\
-j\omega A_{bij} \\
-j\omega A_{cij} \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{array}$$

路形状と軸を想定し、浅水流の無次元式を導くと式(6)～(8)となる。ただし、使用記号は同一であり、省略化してきた高次の加速度項が含まれている。新しく導入された項は非線形項なので、このまでは解が得られない。そこで、式(9)～(12)のような線形近似をおこなう。また、解析の主対象を曲頂部近傍におくことにして、曲率半径を  $R_l = 46.90/H_0$  にとる。問題は、係数  $\beta_1$  などの決定であるが、試みに急曲率部の実測流速分布を用いて最小二乗近似をおこない、算定した。

図4は、Run-7の断面7～10に関する係数を用いて、式(9)～(12)の近似の度合を見たものである。積の各要素が両者とも負になるような場合には、近似値の符号が逆になるなどの不都合が生ずるが、最も重要な  $\epsilon v \partial u / \partial n$ ,  $\epsilon v \partial v / \partial n$  などの項に関する近似は予想以上に良好である。これらを式(6), (8)に代入して整理すると、式(13), (14)となり、解析すべき方程式が得られる。

#### (4-2) 解

流速  $u, v$  および水位の変位  $\xi$  に関する試行関数を式(15)～(17)のようにあたえる。 $v$  は側壁境界 ( $n=\pm 1$ )においてゼロとなるように式形を選んでいるため、従来と同一であるが、 $u, \xi$  の周期数は  $i=1, 2, 3, \dots$  と全てをとるようにしている。以上を式(13), (14), (8)に入れて残差を求め、解関数に対する直交条件を導くことにより、未知係数  $a_{ij} \sim f'_{ij}$  に関する方程式が式(18), (19)のごとく得られる。式(18)は  $i=2I-1$  ( $I=1, 2, \dots$ )の場合の関係式であり、 $c_{ij}$  と  $d_{ij}$  が値をもたない。式(19)は  $i=2I$  の場合の式であり、 $c_{ij}$  と  $d_{ij}$  が存在しない。式中、 $A_{cij} = a_{ij} \cos(j\omega\sigma_{ij})$ ,  $A_{bij} = a_{ij} \sin(j\omega\sigma_{ij})$ ,  $R_{sj} = R_j \sin(j\omega\sigma_{ij})$ ,  $R_{cj} = R_j \cos(j\omega\sigma_{ij})$  である。解析解を求めるためには煩雑にすぎるるので、数値解を求ることとし、 $i$  は23まで、 $j$  は25までを与えて各係数を算出し、式(15)～(17)にもどって解を得た。

#### (4-3) 実測値との比較

図5(a), (b)は、C型接続の代表例としてRun-9を取りあげ、その実測流速分布と、理論流速分布を

描いたものである。両図とも、深掘れの上流から深掘れにかけて(断面6~10)、分布形の遷移にかなりの改善が認められる。従来、模擬の難しかった中ふくらみの分布形が現われており、そのピークの内岸から外岸への移動が再現されている。しかし、深掘れ部から下流にかけてのB型接続部(Run-9では短波長)における理論結果は不一致が大きく、また、そのさらに下流においても、分布形が逆になる傾向を示している。これらの原因としては、次の事柄が考えられる。第1に、式(9)~(12)の係数として与えた値が急曲率部のものであること。第2に、曲率半径が $R_1$ に固定されていること。第3に、本方法においても流れの三次元性が強まる部分には対処できないことなどである。このほかに、連続式の検討が放置されたままになっている問題がある。式(8)を誘導する過程で多くの高次非線形項を省略しているが、式(13), (14)との対応が十分か否かを検討する必要がある。

一方、係数 $\beta_1 \sim \beta_8$ の中には、あまり意味をもたないものも含まれているようである。有意な係数を見い出し、その結果に与える効果、普遍的に適用しうる値の推定法を明らかにしていく必要があろう。

## 5. まとめ

- 1) 交互砂州は、その発生条件が満たされる限り、彎曲流路内でも成長し、交互の反転をくりかえす。
- 2) しかし、流路平面形状の影響で、波長が短かく抑えられたり、不明瞭となる箇所が生じ、その結果としてB型、C型などの接続形態が現われる。
- 3) 河床形状に調和分析を試みた結果、C型接続の2つの実験は、ほとんど同一の特性を示した。これに対してB型の2つの実験は、必ずしも系統的な性質をみせなかつた。後者の形態が流路彎曲の作用に対する不安定な形態であり、平衡実験が困難なためと考えられる。
- 4) 接続形態の区分パラメータを見い出す試みの一つとして、砂州波高と彎曲部洗掘深のそれぞれの平衡解の比をとり、5つのデータと比較した。この比によって、おおむねの分類が可能なようであるが、B型のRun-ME5がうまく整理されなかつた。
- 5) 高次な微小項として省略されていた加速度項を線形近似法によって生かし、従来の線形二次元浅水流解の改良をはかった。ただし、非線形項に対する近似係数は、実測流速分布からの算定値を用いた。
- 6) 改良法の結果は、従来法で不一致の大きかった部分、すなわち深掘れの上流部における流速分布の遷移をうまく表わしている。
- 7) しかし、深掘れ部の下流における実測流速との対応は良くなく、さらに検討を要するようである。

謝辞：本研究は、昭和58年度文部省科学研究費補助金(一般研究(B))を受けておこなわれた。記して謝意を表す次第である。

## 参考文献

- 1) 木下良作：石狩川河道変遷調査、科学技術庁資源局資料第36号, 1961, 11
- 2) 山岡・長谷川・渡辺・岡：迂曲状流路内における交互砂州の形状特性、土木学会北海道支部論文報告集第39号, 1983, 2
- 3) 長谷川・山岡・渡辺・笠島：迂曲流路内の砂州上の流れに関する実理と理論、同上
- 4) 渡辺・長谷川・山岡：迂曲流路の底面形状と流れの特性、第38回土木学会年講概要集Ⅱ, 1983, 9
- 5) 藤田・村本・堀池・小池：交互砂州の発達機構、第26回水理講演会論文集, 1982, 2
- 6) 池田駿介：単列交互砂州の波長と波高、第27回水理講演会論文集, 1983, 2
- 7) 長谷川・山岡・岡地：蛇行流路内の交互砂州上を流れる流れ、土木学会北海道支部論文報告集第37号, 1981, 2
- 8) 長谷川・山岡・鈴木：蛇行流路における河床波上の流れ、同上第38号, 1982, 2
- 9) 長谷川和義：蛇曲流路における平衡底面形状に関する研究、土木学会論文報告集第338号, 1983, 10