

I-27 斜交格子桁の微分方程式による解法

北見工業大学 正員 菅原 豊
北見工業大学 正員 山崎 智之

1. まえがき

筆者らは、主桁は曲げ剛性及び捩り剛性をそして横桁は曲げ剛性のみを有し、かつ主桁と横桁が剛結されている構造形式の直交格子桁について、主桁と横桁が共に任意次数の場合に対して、微分方程式による解法を発表したが、本研究ではこれを拡張して、主桁と横桁が斜交している斜交格子桁について解法を試みた。

すなわち、斜交斜角格子桁上に集中荷重が作用すれば、不静定力として格点垂直力と格点回転モーメントを誘起するが、この場合には、格点回転モーメントは、分ベクトルとして主桁に曲げモーメントと捩りモーメントを生じさせることになる。よって、不静定力と求めるに当たって、格点において主桁と横桁の撓み及び回転角は等しい条件を適用したが、主桁の回転角は、捩り角の分ベクトルの他、撓み角の分ベクトルを加算することになる。

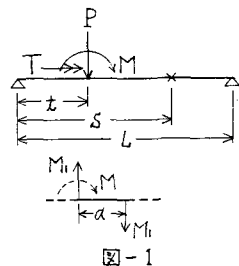
2. 単純桁の撓み式及び捩り角式

一般的な場合として、図-1のように、スパン L 、曲げ剛性 EI 、捩り剛性 GI_T 、載荷点 t 、着目点 s の単純桁において、集中荷重 P 、曲げモーメント M 、捩りモーメント T が、それぞれ単独に作用した場合の撓み式及び捩り角式の基礎微分方程式は、 δ 関数を用いて次のように与えられる。

$$EI \frac{d^4 W(s)}{ds^4} = \delta(s-t)P \quad (1)$$

$$EI \frac{d^4 W(s)}{ds^4} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \{-\delta(s-t)M_1 + \delta(s-t-\alpha)M_1\} \quad (2)$$

$$GI_T \frac{d^2 \theta(s)}{ds^2} = -\delta(s-t)T \quad (3)$$



ここで、それぞれの式について、両辺をラプラス変換及び逆ラプラス変換した式に、境界条件として、式(1)と式(2)については、両端支承における撓み及び曲げモーメントは0の条件 $W(0)=W(L)=W'(0)=W'(L)=0$ 、また、式(3)については、両端支承における捩り角は0の条件 $\theta(0)=\theta(L)=0$ を適用すれば、撓み式及び捩り角式が得られる。これを式(4)、式(5)、式(6)のようになる数式で表すことにする。

なお、式(2)における M_1 は、曲げモーメント M と剪力 M_1 を置き換えたものである。

$$P \text{ による撓み式 } W(s) = \left[\frac{(L-t)s}{6EI} \{-s^2+L^2-(L-t)^2\} + \frac{1}{6EI} \langle (s-t)^3 \rangle_t^L \right] P = W(s,t)P \quad (4)$$

$$M \text{ による撓み式 } W(s) = \left[\frac{s}{6EI} \{s^2-L^2+(L-t)^2\} - \frac{1}{2EI} \langle (s-t)^2 \rangle_t^L \right] M = W(s,t)M \quad (5)$$

$$T \text{ による捩り角式 } \theta(s) = \left[\frac{(L-t)s}{GI_T} - \frac{1}{GI_T} \langle (s-t) \rangle_t^L \right] T = \theta(s,t)T \quad (6)$$

3. 斜交格子桁の撓み式及び捩り角式

曲げ剛性及び捩り剛性を有する主桁 m 本、曲げ剛性のみを有する横桁 n 本よりなる斜交斜角格子桁において、主桁と横桁が剛結されている場合には、これは内的に $2n(m-1)$ 次の不静定構造である。解析に当たって、基本

系として中主桁を解放し、かつ縦主桁と横桁の連結をヒンジとし長さを適当に選ぶとすれば、これらは共に静定構造である。

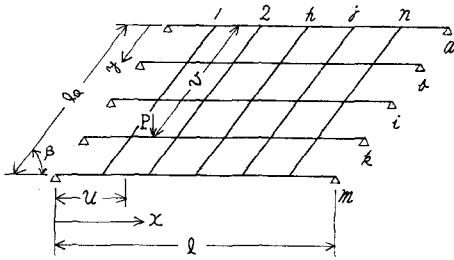


図-2

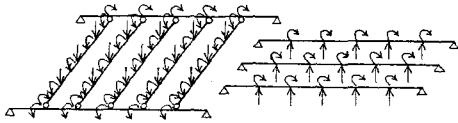


図-3

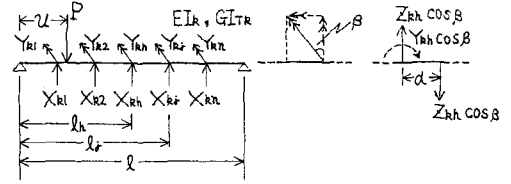


図-4

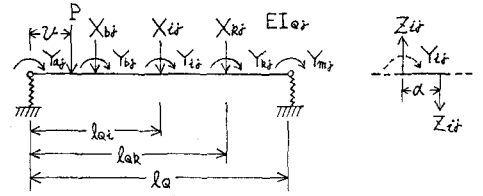


図-5

図-2のような斜交斜角格子桁の仕点上に、集中荷重 P が作用すれば、図-3のように不静定力として、格点垂直力 X と格点回転モーメント Y が誘発される。この状態をさらに縦主桁を解放すれば、主桁は両端剛支の単純桁に、また、横桁は両端弾性支の単純桁に置換できる。

したがって、主桁の撓みの変微分方程式は、 P 、 X_{kh} 、 $Y_{kh} \cos \beta$ の作用する式(7)によって、また、主桁の捻り角の変微分方程式は、 $Y_{kh} \sin \beta$ の作用する式(8)によって与えられる。同様に、横桁の撓みの変微分方程式は、 P 、 X_{ij} 、 Y_{ij} の作用する式(9)によって与えられる。

$$EI_h \frac{d^4 w_h(x)}{dx^4} = \delta(x-u)P - \sum_{k=1}^n \delta(x-l_k) X_{kh} + \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n \{ -\delta(x-l_k) Z_{kh} + \delta(x-l_k - \alpha) Z_{kh} \} \cos \beta \quad (7)$$

$$GI_{th} \frac{d^2 \theta_h(x)}{dx^2} = \sum_{k=1}^n \delta(x-l_k) Y_{kh} \sin \beta \quad (8)$$

$$EI_{ij} \frac{d^4 w_{ij}(y)}{dy^4} = \delta(y-v)P + \sum_{i=1}^m \delta(y-l_i) X_{ij} + \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sum_{i=1}^m \{ -\delta(y-l_i) Z_{ij} + \delta(y-l_i - \alpha) Z_{ij} \} \quad (9)$$

ここで、式(7)及び式(8)については、式(1)及び式(3)の場合と同様に、両端支取における境界条件を適用して、撓み式及び捻り角式が得られる。式(9)については、横桁両端支取の撓みは縦主桁の撓みに等しく、また、曲げモーメントは0の境界条件、すなわち、 $w_{ij}(0) = w_{ij}(l_j)$ 、 $w'_{ij}(0) = w'_{ij}(l_j)$ 、 $w''_{ij}(0) = w''_{ij}(l_j) = 0$ と適用して撓み式が得られる。

なお、 X_{kh} 及び Y_{ij} などにおいて、第1サフィックスは主桁番号、第2サフィックスは横桁番号である。したがって X_{ij} 及び Y_{kh} などのように、横桁に関するものは k は Q をつけて区別し長。

また、式(7)及び式(9)における Z は、図-4及び図-5に示すように、曲げモーメントを隅力に変換したものである。

次に、主桁の撓み式及び捻り角式と横桁の撓み式を、 P の載荷点によって分類し、さらに求めた単純桁の撓み式及び捻り角式を用いれば、式(7)、式(8)、式(9)より導かれる斜交斜角格子桁の撓み式及び捻り角式は、その結果を整理すれば次のようになる。

(1) 主桁の撓み式

$$P \text{ が主桁に載荷} \quad w_h(x) = -\sum_{k=1}^n H_k(x, l_k) X_{kh} + \sum_{k=1}^n H_k(x, l_k) Y_{kh} \cos \beta + w_h(x, u) P \quad (10)$$

$$P \text{ が主桁外に載荷 } u_k(x) = -\sum_{k=1}^n W_k(x, l_k) X_{kh} + \sum_{k=1}^n H_k(x, l_k) Y_{kh} \cos \beta \quad (11)$$

(2) 主桁の撓み角式

$$P \text{ が任意の桁に載荷 } \Theta_k(x) = -\sum_{k=1}^n \Phi_k(x, l_k) Y_{kh} \sin \beta \quad (12)$$

(3) 横桁の撓み式

$$P \text{ が主桁 } a \text{ に載荷 } u_{aj}(y) = (1 - \frac{y}{l_a}) \left[-\sum_{k=1}^n W_k(l_j, l_k) X_{kh} + \sum_{k=1}^n H_k(l_j, l_k) Y_{kh} \cos \beta \right] + \frac{y}{l_a} \left[-\sum_{k=1}^n W_{mk}(l_j, l_k) X_{mk} + \sum_{k=1}^n H_{mk}(l_j, l_k) Y_{mk} \cos \beta \right] + \sum_{i=b}^{m-1} W_{aj}(y, l_{ai}) X_{ij} + \sum_{i=a}^m H_{aj}(y, l_{ai}) Y_{ij} + (1 - \frac{y}{l_a}) W_a(l_j, u) P \quad (13)$$

$$P \text{ が主桁 } m \text{ に載荷 } u_{mj}(y) = (1 - \frac{y}{l_a}) \left[-\sum_{k=1}^n W_k(l_j, l_k) X_{kh} + \sum_{k=1}^n H_k(l_j, l_k) Y_{kh} \cos \beta \right] + \frac{y}{l_a} \left[-\sum_{k=1}^n W_{mk}(l_j, l_k) X_{mk} + \sum_{k=1}^n H_{mk}(l_j, l_k) Y_{mk} \cos \beta \right] + \sum_{i=b}^{m-1} W_{aj}(y, l_{ai}) X_{ij} + \sum_{i=a}^m H_{aj}(y, l_{ai}) Y_{ij} + \frac{y}{l_a} W_m(l_j, u) P \quad (14)$$

$$P \text{ が主桁 } j \text{ に載荷 } u_{jj}(y) = (1 - \frac{y}{l_a}) \left[-\sum_{k=1}^n W_k(l_j, l_k) X_{kh} + \sum_{k=1}^n H_k(l_j, l_k) Y_{kh} \cos \beta \right] + \frac{y}{l_a} \left[-\sum_{k=1}^n W_{mk}(l_j, l_k) X_{mk} + \sum_{k=1}^n H_{mk}(l_j, l_k) Y_{mk} \cos \beta \right] + \sum_{i=b}^{m-1} W_{aj}(y, l_{ai}) X_{ij} + \sum_{i=a}^m H_{aj}(y, l_{ai}) Y_{ij} + W_{aj}(y, v) P \quad (15)$$

$$P \text{ が横桁 } j \text{ 以外の横桁及び主桁に載荷 } u_{bj}(y) = (1 - \frac{y}{l_a}) \left[-\sum_{k=1}^n W_k(l_j, l_k) X_{kh} + \sum_{k=1}^n H_k(l_j, l_k) Y_{kh} \cos \beta \right] + \frac{y}{l_a} \left[-\sum_{k=1}^n W_{mk}(l_j, l_k) X_{mk} + \sum_{k=1}^n H_{mk}(l_j, l_k) Y_{mk} \cos \beta \right] + \sum_{i=b}^{m-1} W_{aj}(y, l_{ai}) X_{ij} + \sum_{i=a}^m H_{aj}(y, l_{ai}) Y_{ij} \quad (16)$$

このようにして、撓み式及び撓み角式が求まれば、これらの式を微分することにより、断面力としての曲げモーメント、せん断力、撓みモーメントなどの式が容易に得られる。一例として、曲げモーメント式及び撓みモーメント式を求めれば次のようになる。

(1) 主桁の曲げモーメント式

$$P \text{ が主桁 } k \text{ に載荷 } M_k(x) = \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{(l-l_k)x}{l} + \langle x-l_k \rangle \right\} X_{kh} - \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{x}{l} - \langle 1 \rangle \right\} Y_{kh} \cos \beta - \left\{ \frac{(l-u)x}{l} + \langle x-u \rangle \right\} P \quad (17)$$

$$P \text{ が主桁外に載荷 } M_k(x) = \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{(l-l_k)x}{l} + \langle x-l_k \rangle \right\} X_{kh} - \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{x}{l} - \langle 1 \rangle \right\} Y_{kh} \cos \beta \quad (18)$$

(2) 主桁の撓みモーメント式

$$P \text{ が任意の桁に載荷 } M_{\theta k}(x) = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{(l-l_k)}{l} - \langle 1 \rangle \right\} Y_{kh} \sin \beta \quad (19)$$

(3) 横桁の曲げモーメント式

$$P \text{ が横桁 } j \text{ に載荷 } M_{aj}(y) = -\sum_{i=b}^{m-1} \left\{ \frac{(l_a-l_{ai})y}{l_a} + \langle y-l_{ai} \rangle \right\} X_{ij} - \sum_{i=a}^m \left\{ \frac{y}{l_a} - \langle 1 \rangle \right\} Y_{ij} - \left\{ \frac{(l_a-v)y}{l_a} + \langle y-v \rangle \right\} P \quad (20)$$

$$P \text{ が横桁 } j \text{ 以外に載荷 } M_{bj}(y) = -\sum_{i=b}^{m-1} \left\{ \frac{(l_a-l_{ai})y}{l_a} + \langle y-l_{ai} \rangle \right\} X_{ij} - \sum_{i=a}^m \left\{ \frac{y}{l_a} - \langle 1 \rangle \right\} Y_{ij} \quad (21)$$

ここで、 P が主桁に載荷したときの横桁の曲げモーメント式は、撓み式の場合と違って、 P 自身の直接の影響を受けないから、式(13)、式(14)、式(16)を微分した式は、同一の式(21)になることがわかる。

4. 不静定力の計算

さきに求めた撓み式及び捩り角式には、未知量である不静定力が含まれている。先ず、横桁上に作用する格点主直力 X_{ah} と格点回転モーメント Y_{ih} による横桁両端における反力、すなわち、縁主桁上全直反力 X_{mh} 及び X_{mh} は、横桁の両端において $\Sigma M=0$ の釣合条件を適用して求め、 P の載荷点によって次のように分類する。

(1) P が横桁 h に載荷

$$X_{ah} = -\sum_{i=b}^{m-1} \frac{la-l_{ai}}{la} X_{ih} + \sum_{i=a}^m \frac{Y_{ih}}{la} - \frac{la-v}{la} P, \quad X_{mh} = -\sum_{i=b}^{m-1} \frac{l_{ai}}{la} X_{ih} - \sum_{i=a}^m \frac{Y_{ih}}{la} - \frac{v}{la} P \quad (22)$$

(2) P が横桁 h 以外に載荷

$$X_{ah} = -\sum_{i=b}^{m-1} \frac{la-l_{ai}}{la} X_{ih} + \sum_{i=a}^m \frac{Y_{ih}}{la}, \quad X_{mh} = -\sum_{i=b}^{m-1} \frac{l_{ai}}{la} X_{ih} - \sum_{i=a}^m \frac{Y_{ih}}{la} \quad (23)$$

次に、主桁と横桁との格点において、主桁の撓みと横桁の撓みは等しく、また、縁主桁と横桁との格点を含むすべての格点において、主桁の回転角と横桁の回転角は等しい、合わせて $2n(m-1)$ 箇の条件式から、これを式 (24) のように表す。

なお、この場合、主桁と横桁は斜交しているので、主桁の回転角には、捩り角の分ベクトル $Q_\beta(x) \sin \beta$ の他に撓み角の分ベクトル $W'_\beta(x) \cos \beta$ が加わることに注意。

$$\begin{bmatrix} A_{k_1 i_1} & B_{k_1 i_2} \\ C_{k_2 i_1} & D_{k_2 i_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{i_1} \\ Y_{i_2} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} E_{k_1} \\ F_{k_2} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} k \text{ だけ, } b \leq k \leq m-1, b \leq i_1 \leq m-1 \\ a \leq k \leq m, a \leq i_2 \leq m \\ 1 \leq j \leq n, 1 \leq h \leq n \end{matrix} \quad (24)$$

ここで、

$$A_{k1i1} = [a_{ik}] \quad [a] = \left[\left(1 - \frac{l_{aj}}{la} \right) \left(1 - \frac{l_{ai}}{la} \right) W_a(l_j, l_e) + \frac{l_{aj} l_{ai}}{la} W_m(l_j, l_e) \right]$$

$$\begin{matrix} k=i_1 \\ k \neq i_1 \end{matrix} \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & a_{ik} = [a] + W_a(l_j, l_e) + W_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & a_{ik} = [a] + W_a(l_j, l_e) \end{cases}$$

$$\begin{matrix} k=i_1 \\ k \neq i_1 \end{matrix} \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & a_{ik} = [a] + W_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & a_{ik} = [a] \end{cases}$$

$$B_{k1i2} = [b_{ik}] \quad [b] = \left[-\frac{1}{la} \left(1 - \frac{l_{aj}}{la} \right) W_a(l_j, l_e) + \frac{l_{aj}}{la} W_m(l_j, l_e) \right]$$

$$i_2=a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + (1 - l_{ae}/la) H_a(l_j, l_e) \cos \beta + H_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + (1 - l_{ae}/la) H_a(l_j, l_e) \cos \beta \end{cases}$$

$$i_2 \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] - H_{ai}(l_j, l_e) \cos \beta + H_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] - H_{ai}(l_j, l_e) \cos \beta \end{cases}$$

$$i_2 \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] - H_{ai}(l_j, l_e) \cos \beta \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + H_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \end{cases}$$

$$i_2 \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + H_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] \end{cases}$$

$$i_2 \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] \end{cases}$$

$$i_2=m \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + (l_{ae}/la) H_m(l_j, l_e) \cos \beta + H_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + (l_{ae}/la) H_m(l_j, l_e) \cos \beta \end{cases}$$

$$i_2=m \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] + (l_{ae}/la) H_m(l_j, l_e) \cos \beta \\ j = i_1 \text{ のとき} & b_{ik} = [b] \end{cases}$$

$$C_{k2i1} = [c_{ik}] \quad [c] = \left[-\frac{1}{la} \left(1 - \frac{l_{aj}}{la} \right) W_a(l_j, l_e) + \frac{l_{aj}}{la} W_m(l_j, l_e) \right]$$

$$k=a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + (1 - l_{ai}/la) W_a(l_j, l_e) \cos \beta + W'_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + (1 - l_{ai}/la) W_a(l_j, l_e) \cos \beta \end{cases}$$

$$k \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] - W'_{ai}(l_j, l_e) \cos \beta + W'_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] - W'_{ai}(l_j, l_e) \cos \beta \end{cases}$$

$$k \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] - W'_{ai}(l_j, l_e) \cos \beta \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + W'_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \end{cases}$$

$$k \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + W'_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] \end{cases}$$

$$k \neq a \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] \end{cases}$$

$$k=m \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + (l_{ai}/la) W_m(l_j, l_e) \cos \beta + W'_{aj}(l_{ae}, l_{ai}) \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + (l_{ai}/la) W_m(l_j, l_e) \cos \beta \end{cases}$$

$$k=m \begin{cases} j \neq i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] + (l_{ai}/la) W_m(l_j, l_e) \cos \beta \\ j = i_1 \text{ のとき} & c_{ik} = [c] \end{cases}$$

$$D_{k2iz} = [d_{ijk}] \quad [d] = \left[\frac{1}{l_0^2} \{ W_a(l_j, l_k) + W_m(l_j, l_k) \} \right]$$

$i_2 = a$	$k_2 = a$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + \Phi_{k2}(l_j, l_k) \sin^2 \beta - (1/l_0) H_a(l_j, l_k) \cos \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) + H_{k2}^2(l_j, l_k) \cos^2 \beta - (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
		$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] - (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
	$k_2 \neq a, m$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] - (1/l_0) H_a(l_j, l_k) \cos \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2})$	
		$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] - (1/l_0) H_a(l_j, l_k) \cos \beta$	
$i_2 = m$	$k_2 = a$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] - (1/l_0) H_a(l_j, l_k) \cos \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) + (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
		$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] - (1/l_0) H_a(l_j, l_k) \cos \beta + (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
	$k_2 \neq a$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) - (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
		$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] - (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
$i_2 \neq a, m$	$k_2 = a, m$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + \Phi_{k2}(l_j, l_k) \sin^2 \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) + H_{k2}^2(l_j, l_k) \cos^2 \beta$	
		$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + \Phi_{k2}(l_j, l_k) \sin^2 \beta + H_{k2}^2(l_j, l_k) \cos^2 \beta$	
		$i_2 \neq k_2$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2})$
			$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d]$
	$k_2 \neq a, m$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) + (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
		$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$	
		$i_2 = a$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + (1/l_0) H_m(l_j, l_k) \cos \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) - (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$
			$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + (1/l_0) H_m(l_j, l_k) \cos \beta - (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$
$k_2 \neq a, m$	$j = k$ のとき		$d_{ijk} = [d] + (1/l_0) H_m(l_j, l_k) \cos \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2})$	
	$j \neq k$ のとき		$d_{ijk} = [d] + (1/l_0) H_m(l_j, l_k) \cos \beta$	
$k_2 = m$	$j = k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + \Phi_{k2}(l_j, l_k) \sin^2 \beta + (1/l_0) H_m(l_j, l_k) \cos \beta + H_{k2}^2(l_j, l_k) \cos^2 \beta + H_{a2}^2(l_{a2}, l_{a2}) + (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$		
	$j \neq k$ のとき	$d_{ijk} = [d] + \Phi_{k2}(l_j, l_k) \sin^2 \beta + (1/l_0) H_m(l_j, l_k) \cos \beta + H_{k2}^2(l_j, l_k) \cos^2 \beta + (1/l_0) W_{k2}'(l_j, l_k) \cos \beta$		

$$E_{a1} = [e_j] \quad [e] = \left[-\left(1 - \frac{l_{a2}}{l_0}\right) \frac{l_0 - v}{l_0} W_a(l_j, l_k) - \frac{l_{a2} - v}{l_0^2} W_m(l_j, l_k) \right]$$

$$P \text{ が主桁 } a \text{ に載荷} \quad e_j = -\left(1 - \frac{l_{a2}}{l_0}\right) W_a(l_j, u)$$

$$P \text{ が主桁 } m \text{ に載荷} \quad e_j = -\left(\frac{l_{a2}}{l_0}\right) W_m(l_j, u)$$

$$P \text{ が中主桁 } i \text{ に載荷} \quad \begin{cases} k_2 = i \text{ のとき} & e_j = W_{a1}(l_j, u) \\ k_2 \neq i \text{ のとき} & e_j = 0 \end{cases}$$

$$P \text{ が横桁 } k \text{ に載荷} \quad \begin{cases} j = k \text{ のとき} & e_j = [e] - W_{a2}(l_{a2}, v) \\ j \neq k \text{ のとき} & e_j = [e] \end{cases}$$

$$F_{k2} = [f_j] \quad [f] = \left[\frac{l_0 - v}{l_0^2} W_a(l_j, l_k) - \frac{v}{l_0^2} W_m(l_j, l_k) \right]$$

$$P \text{ が主桁 } a \text{ に載荷} \quad \begin{cases} k_2 = a \text{ のとき} & f_j = (1/l_0) W_a(l_j, u) - W_{k2}'(l_j, u) \cos \beta \\ k_2 \neq a \text{ のとき} & f_j = (1/l_0) W_a(l_j, u) \end{cases}$$

$$P \text{ が主桁 } m \text{ に載荷} \quad \begin{cases} k_2 = m \text{ のとき} & f_j = -(1/l_0) W_m(l_j, u) - W_{k2}'(l_j, u) \cos \beta \\ k_2 \neq m \text{ のとき} & f_j = -(1/l_0) W_m(l_j, u) \end{cases}$$

$$P \text{ が中主桁 } i \text{ に載荷} \quad \begin{cases} k_2 = i \text{ のとき} & f_j = -W_{k2}'(l_j, u) \cos \beta \\ k_2 \neq i \text{ のとき} & f_j = 0 \end{cases}$$

$$P \text{ が横桁 } k \text{ に載荷} \quad \begin{cases} k_2 = a & \begin{cases} j = k \text{ のとき} & f_j = [f] - (1 - v/l_0) W_a'(l_j, l_k) \cos \beta - W_{a2}'(l_{a2}, v) \\ j \neq k \text{ のとき} & f_j = [f] - (1 - v/l_0) W_a'(l_j, l_k) \cos \beta \end{cases} \\ k_2 \neq a, m & \begin{cases} j = k \text{ のとき} & f_j = [f] - W_{a2}'(l_{a2}, v) \\ j \neq k \text{ のとき} & f_j = [f] \end{cases} \\ k_2 = m & \begin{cases} j = k \text{ のとき} & f_j = [f] - (v/l_0) W_m'(l_j, l_k) \cos \beta - W_{a2}'(l_{a2}, v) \\ j \neq k \text{ のとき} & f_j = [f] - (v/l_0) W_m'(l_j, l_k) \cos \beta \end{cases} \end{cases}$$

式(24)を解けば不静定力が得られるから、これを式(22)及び式(23)に代入して、緑主桁上の格点垂直反力も求まる。そして、以上のようにして得た $\times$ 及び $\bigcirc$ を、さらに式(10)から式(1b)に代入すれば、斜交斜角格子桁の撓み式及び微分方程式が求まる。

5. 計算例

一例として、主桁及び横桁がそれぞれ本よりなる斜交斜角格子桁について、 $l_1=7\text{m}$, $l_2=14\text{m}$, $l_3=21\text{m}$, $l=28\text{m}$, $l_{a1}=3\text{m}$, $l_{a2}=6\text{m}$, $I=1.619 \times 10^6 \text{cm}^4$, $I_T=2.429 \times 10^6 \text{cm}^4$, $I_a=I \cdot 1/10=1.615 \times 10^5 \text{cm}^4$, $E=2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$, $G=8.1 \times 10^5 \text{kg/cm}^2$, $\beta=60^\circ$, であるとき、主桁は3分割、横桁は4分割に長場合の各点における曲げモーメント及び捩りモーメントの割線値を求めた。これらの一部を図示すれば図-6から図-9のようになる。

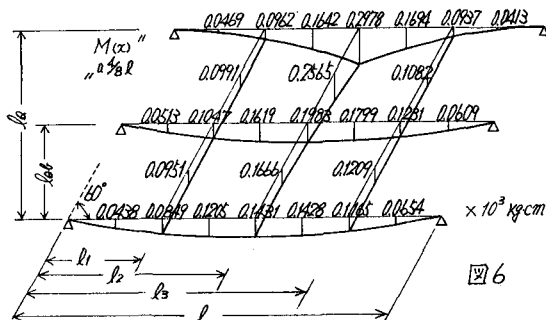


図6

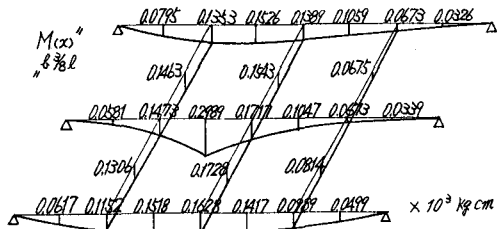


図7

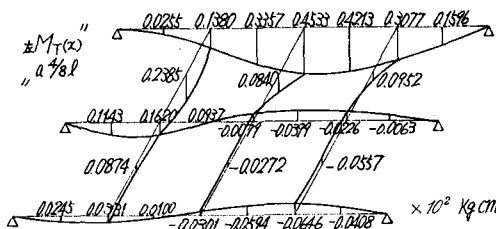


図8

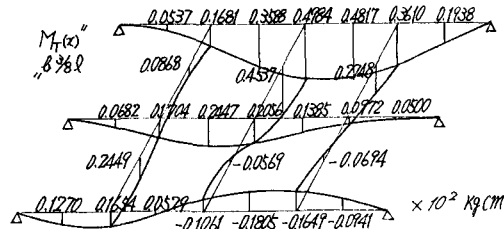


図9

b. あとがき

本研究において、不静定力を求めるに当たつての係数マトリックスの要素は、一見かなり複雑ではあるが、主桁と横桁が斜交している場合には、主桁の撓みには、節点回転モーメントの分ベクトルとして曲げモーメントによる撓みが加算されるし、また、主桁の回転角には、撓み角の分ベクトルが加算されるからである。

しかし、これらの係数マトリックスの要素は、機械的に導かれるし、その上、電子計算機の普及している現状では、連立方程式の計算は困難なものではない。また、この解法は、変形や断面力などの割線値を容易に求めることができる。

なお、当然のことではあるが、この解法において斜角度を 90° にすれば、主桁と横桁が直交している場合の格子桁の諸式が得られる。これは、別に求めた直交格子桁の諸式と一致した。

参考文献

- (1) 渡辺 昇 : 格子桁の理論と計算, 技報堂, 1965
- (2) 猪瀬 竹下 : 梁の理論, 森北出版, 1965
- (3) 野邑 雄吉 : 応用数学, 内田老鶴圃, 1966
- (4) 近藤 次郎 : 演算子法, 培風館, 1963
- (5) 菅原 尾中 : 格子桁の一解法, 土木学会北海道支部論文報告集第38号, 1962