

I-19 曲げとせん断を考慮したダム状構造物の自由振動解析

室蘭工大 正員 岸 徳光 , 松岡 健一
 北大工学部 // 能町 純雄
 奥村組技研 // 黒岩 真彦

1. はじめに、

従来まで、フィルタイプダムの動的問題はAmbraseys⁽¹⁾の研究に代表されるように、定剛性のくさび形せん断梁モデルを用いて行われてきた。その後、沢田等⁽²⁾やAbdel-Ghafter等⁽³⁾の現場実測によって弾性波速度が堤体の高さ方向に異なることが確認され、Gazetas⁽⁴⁾は剛性が高さの2/3乗に比例するとして不均質せん断梁理論を展開している。一方、大町等⁽⁵⁾は任意形状の谷に位置するダムの地震応答解析を試みるために、この不均質せん断梁モデルを基礎にした有限要素定式化を行っている。

物性値のより適切な評価と共に解析理論もより厳密な形へと展開されているが、文献(2),(3)によれば上下流方向の起振実験からロッキング振動のようなモードが存在することも示されており、ダム長、ダム底幅、あるいはダムのくさび形状の切頭の大きさ等、ダムの三次元的な形状によって、固有値、各変位成分の連成の程度、振動モード等が変化してくるものと考えられる。

以上より、本文では矩形状谷を有するダム状構造物に限定して、Gazetas⁽⁴⁾の不均質くさび形せん断梁モデルに上下方向の曲げおよびダム軸方向のせん断力、ねじりを考慮した新しい振動方程式を定式化し、諸パラメーターによる固有値、固有モードへの影響について検討することとする。

2. 振動方程式の誘導

図-1. に示すような任意の矩形状谷を有するダム状構造物において、ダム軸方向にx軸、上下流方向にy軸、高さ方向にz軸をとり、対応する変位をそれぞれu,v,wとする。また、ダムの上下流方向の断面形状は切頭くさび形断面であるものと仮定する。

上下流方向の自由振動において、z軸回りの曲げモーメントは小さいものと考えられるのでこれを無視し、くさび形構造物の上下流方向応力分布の線形性を考慮して、各変位分布を次のように仮定する。すなわち、

$$u = 0, \quad v = v(x, z), \quad w = y \psi(x, z) \quad \dots (1)$$

いま、 ρ をダムの単位体積質量、 B_z, I_z をそれぞれz断面における上下流方向の幅、ダム軸回りの断面二次モーメントとする。 Q_z, Q_x を

z断面およびx断面に作用する上下流方向せん断力とすれば、y軸方向の力のつりあいは慣性力を考慮して

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = \rho B_z \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \dots (2)$$

M_{zx}, M_z を τ_{zx}, σ_z によるモーメントとすれば、x軸に関するモーメントのつりあいは図-2. を参照して次のように示される。

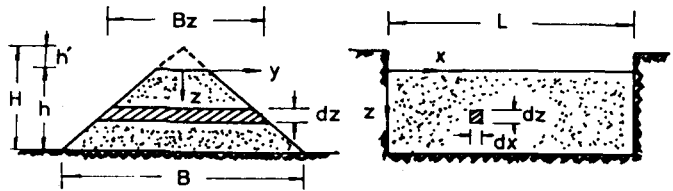


図-1. 矩形状の谷に位置するダムと座標系

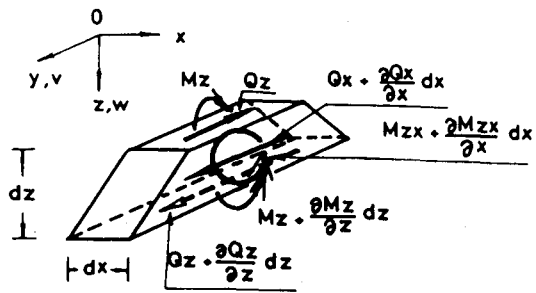


図-2. ダムの微小要素に作用する断面力

$$\frac{\partial M_{zx}}{\partial x} - Q_z + \frac{\partial M_z}{\partial z} = \rho I_z \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad \dots (3)$$

上記断面力と変位との関係は次式のように示される。すなわち、

$$Q_z = G_z B_z \left(\psi + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad Q_x = G_z B_z \frac{\partial v}{\partial x}, \quad M_z = G_z I_z \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad M_{zx} = E_z I_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \dots (4)$$

式(2),(3)が動的な基礎微分方程式である。ここで、ダム軸方向の変形モードを m 次の三角関数分布として、角速度 p なる調和振動を仮定すると、変位および断面力は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} v &= V \sin \frac{m\pi}{L} x \sin pt, & \psi &= \frac{\theta}{z^2} \sin \frac{m\pi}{L} x \sin pt & \Psi &= \frac{\theta}{z^2} \\ Q_z &= Q_z \sin \frac{m\pi}{L} x \sin pt, & Q_x &= Q_x \cos \frac{m\pi}{L} x \sin pt \\ M_z &= M_z \sin \frac{m\pi}{L} x \sin pt, & M_{zx} &= M_{zx} \cos \frac{m\pi}{L} x \sin pt \end{aligned} \quad \dots (5)$$

ここで、座標およびダムの断面形状に関する無次元パラメーターを次のように定義すると、

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{z}{h}, \quad R_b = \frac{H}{B}, \quad R_L = \frac{h}{L}, \quad R_a = \frac{h'}{h}, \quad \mu = \frac{1}{12} \frac{1}{R_b^3} \quad \dots (6)$$

B_z, I_z は前式より

$$B_z = \frac{h}{R_b} (\eta + R_a), \quad I_z = \mu h^3 (\eta + R_a)^3 \quad \dots (7)$$

また、剛性は一般化して次式のように仮定する。

$$G = G(z) = G_m \eta^n \quad \dots (8)$$

ここで、 $n=0$ の場合は一般の弾性体であり、 $n=1/3$ の場合は飯田⁽⁶⁾が砂粒体に予想した値、 $n=2/3$ はGazetasが不均質せん断モデルに用いている値である。

さらに、変位と円振動数を次式のようにおき、式(2),(3)に式(4)~(9)を代入してせん断力 Q_z とたわみ角

$$\theta = G_m \frac{\theta}{h}, \quad \beta = \frac{ph}{Cs} \quad \dots (9) \quad \text{ただし } Cs = \sqrt{G_m/\rho} \text{ である。}$$

θ について整理すると振動方程式が次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \left\{ (n-1) - \frac{3R_a}{\eta+R_a} \right\} \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \\ \left\{ \beta^2 \frac{G_m}{E_m} \frac{1}{\eta^n} - \left(2n - \frac{6R_a}{\eta+R_a} \right) \frac{1}{\eta^2} - (m\pi R_L)^2 \frac{G_m}{E_m} \right\} \theta = \\ \frac{G_m}{E_m} \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{\eta}{\eta+R_a} \right\}^3 \frac{1}{\eta^{n+1}} Q_z \end{aligned} \quad \dots (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q_z}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\eta}{\eta+R_a} \right) \frac{1}{\eta} \frac{\partial Q_z}{\partial \eta} + \beta^2 \frac{1}{\eta^n} Q_z = \\ \beta^2 \frac{1}{R_b} \left(\frac{\eta+R_a}{\eta} \right) \frac{1}{\eta} \theta + (m\pi R_L) \left\{ \frac{\partial Q_x}{\partial \eta} - \left(\frac{\eta}{\eta+R_a} \right) \frac{1}{\eta} Q_x \right\} \end{aligned} \quad \dots (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial \eta} - \left(n + \frac{\eta}{\eta+R_a} \right) \frac{1}{\eta} Q_x = \\ (m\pi R_L) Q_z - (m\pi R_L) \frac{1}{R_b} \left(\frac{\eta+R_a}{\eta} \right) \eta^{n-1} \theta \end{aligned} \quad \dots (12)$$

上式において、特に $n=0, R_a=0$ の場合は、

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \beta^2 \frac{E_m}{G_m} \theta = \mu \frac{1}{\eta} Q_z \quad \dots (13)$$

$$\frac{\partial^2 Q_z}{\partial \eta^2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial Q_z}{\partial \eta} + \beta^2 Q_z = \beta^2 \frac{1}{R_b} \frac{1}{\eta} \theta \quad \dots (14)$$

ただし、 $\bar{\beta}^2 = \beta^2 - (m\pi RL)^2$ である。

3. 境界条件および固有値方程式

まず、堤頂部における境界条件は、

$$Q_z = 0, \quad M_z = 0 \quad \dots (15)$$

また底部では、

$$\theta = 0, \quad v = 0 \quad \dots (16)$$

である。以上の境界条件式を式 (10) ~ (12) の動的基礎微分方程式に代入して固有値方程式を誘導する。解析的に解を求めることが不可能であるので差分方程式に変換して解を求めることとする。

いま、分割数を k , 差分間隔を $\Delta\eta = 1/k$ とすると、式 (10) ~ (12) は次式のようなマトリックス式に整理できる。すなわち、

$$[K_{\theta\theta}]\{\theta\} - \beta^2 [M_{\theta\theta}]\{\theta\} = -[K_{\theta z}]\{Q_z\} \quad \dots (17)$$

$$[K_{zz}]\{Q_z\} - \beta^2 [M_{zz}]\{Q_z\} = -\beta^2 [M_{z\theta}]\{\theta\} + [K_{zx}]\{Q_x\} \quad \dots (18)$$

$$[K_{xx}]\{Q_x\} = [K_{xz}]\{Q_z\} - [K_{x\theta}]\{\theta\} \quad \dots (19)$$

上式を連立して解くと

$$[K]\{\Delta\} - \beta^2 [M]\{\Delta\} = 0 \quad \dots (20)$$

ただし、 $\{\Delta\} = [\theta \ Q_z]^T$ であり、 $[K], [M]$ も $\{\Delta\}$ に対応するマトリックスである。

したがって、

$$\det [[K] - \beta^2 [M]] = 0 \quad \dots (21)$$

より固有値を求めることができ、 V のモードは式(2)を差分化することによって容易に得られる。数値解析は分割数による精度の検討の結果 20 分割に固定して行うこととした。なお、ポアソン比は 0.45 としている。

4. 数値解析結果

図-3. に最も単純な谷はば無限大、上下流方向断面がくさび形状の場合における固有値の分布を横軸に $B/5H$ をとり、 $n=0$ の場合の片持梁の曲げ振動の固有値と、各 n に対応する単純せん断振動の固有値と共に示してある。図より $B/5H \rightarrow 0$ の場合は片持梁の曲げ振動の固有値、 $5H/B \rightarrow 0$ の場合は単純せん断理論より求められる固有値に漸近していることがわかる。第一次固有振動に注目してみると、 $B/5H=0$

・ 1 前後から $5H/B=0$
 ・ 8 前後までの領域は曲げ変形とせん断変形が連成している状態を示しているようである。また、第二次固有振動の場合は第一次振動の場合よりもその領域が大きくなっている。この結果より、従来の設計のようにダムを梁構造と仮定する場合、コンクリート重力

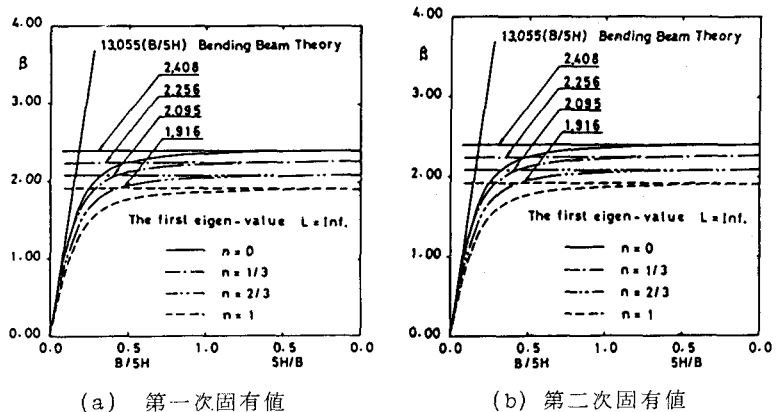


図-3. 谷幅無限大、くさび形断面の場合における固有値分布

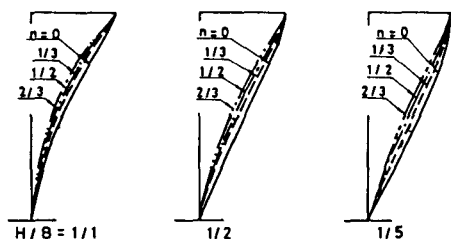


図-4. 谷幅無限長くさび形断面の第一次固有モード分布。

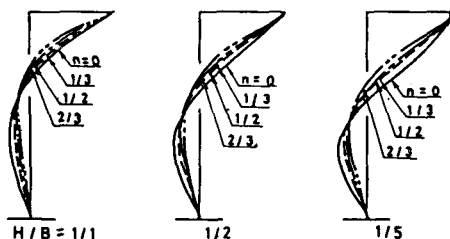
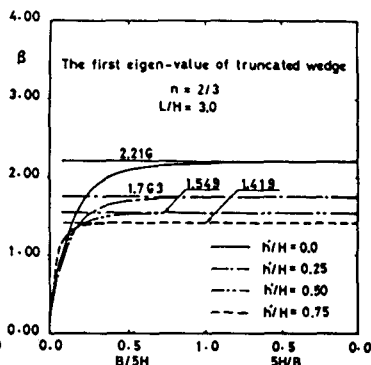
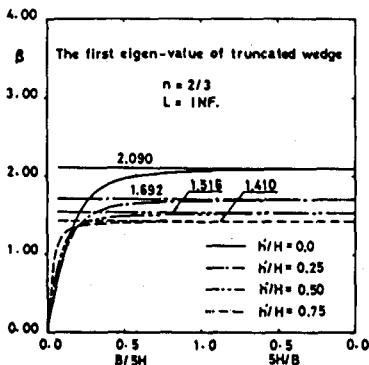


図-5. 谷幅無限長くさび形断面の第二次固有モード分布。

式ダムのような $B/H = 1$ 程度
の場合は曲げとせん断を考慮し
た解析を、また、 $B/H > 5$ のよ
うなフィルタイプの場合はせん
断振動のみを考慮すればよいも
のと考えられる。図-4, 5
は $L/H = 3$, $h' = 0$ の場合にお
ける第一、第二の v モード分布
を示している。図-3 で示し



たような傾向が一層明確に示さ
れている。図-6 には、 h' す
なわちくさび形状の切頭の程度に対する固有値への影響について示している。図-7 は $L/H = 3$ の場
合について示している。いずれの場合も h'/H が大きくなるほどせん断変形の卓越する領域が大きくな
っている。

5. まとめ

以上、矩形形状の谷を有する切頭くさび形状のダムモデルに関する曲げとせん断を考慮した動的基礎
微分方程式を誘導し、差分近似によって固有値固有ベクトルを求め、ダム状構造物の基礎的動特性につ
いて検討することができた。今後、本手法を任意谷形状のダム構造物の動解析に応用する予定である。

6. 参考文献。

- (1) Ambraseys, N.N. : " On the shear response of a two-dimensional truncated wedge subjected to an arbitrary disturbance." Bull. of the Seismological Soc. of Am., Vol.50. No.1, 1960.
- (2) 沢田義博, その他. "ロックフィルダムの物性値分布特性および堤体の動的特性 - 弾性波動に基づく考察 -" 電力中央研究所報告, 研究報告 377008, 1978.
- (3) Abdel-Ghaffar, A.M. and R.F.Scott : " Vibration test of full-scale earth damm." A.S.C.E., Vol.107, No.GT3, March, 1981.
Abdel-Ghaffar, A.M. and R.F.Scott : " Analysis of earth dam response to earthquakes." A.S.C.E., Vol.105, No.GT12, December, 1979.
- (4) Gazetas, G. " A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories." Soils and Foundations, Vol.21, No.1, March, 1981.
- (5) 大町達夫・時松孝次. "フィルダムの実用的3次元地震応答解析手法の定式化"
土木学会論文報告集, 第333号・1983年5月。
大町達夫・時松孝次. "3次元のフィルダムの振動解析のための実用的モデル"
土木学会論文報告集, 第328号・1982年12月。