

I-14 ロックシェッドに作用する落石の衝撃力についての一考察

北海道大学 正員 芳村 仁
北海道大学 正員 三上 隆

1. はじめに 道路を落石および落雪から保護し、また道路交通安全確保のため、落石危険地帯にロックシェッド(落石覆)を敷設することが多くなってきた。一般に、ロックシェッドには、落石による衝撃力の緩和を図るため、砕砂、山砂などがクッション材に用いられ、合理的な設計を行うには、このクッション材を介して作用する衝撃力の正確な算定が必要となる。近年、落石の衝撃荷重の算定式が、理論式および実験式として提案されるようになったが^{1), 2)}、一般的設計公式として用いられるまでにいたっていない。本報告は落石衝撃荷重の算定式として、一つの理論式の提示を目的としている。理論的な算定式としては、土木技術者のための振動便覧³⁾に示されている Hertz 式がよく用いられるが、この式は過大な衝撃荷重を与えることが指摘されている。しかしながら、Hertz 式にはクッション材を半無限体に仮定するなどの不合理な面があるものの、使い易さには捨てがたい魅力がある。ここでは、以上の点を踏まえて、Hertz 式の簡便性を生かしつつ、その改良を試みる。すなわち、Hertz 理論に基づく接触変形とクッション材の弾性変形を考慮し、エネルギーのバランス条件に基づく衝撃荷重算定式を提示する。数値例では、落石の大きさ、落下高さおよびクッション材の厚さなどの衝撃荷重に及ぼす影響を明らかにするとともに、既往算定式との比較検討を行った。

2. 落石衝撃荷重の算定式

(1) 算定式の誘導 落石は高さから落下する半径 R の弾性球とし、クッション材は厚さ H 、弾性係数 E およびポアソン比 ν の弾性体と仮定する(図-1 参照)。図-2 に示す落石とクッション材の衝突状態を考える。接触点で、クッション材は、接触変形 α と弾性変形 δ を生じるとする。Hertz 理論によると、力と変形の関係式は次式で与えられる。

$$P_H = n \alpha^{3/2} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 α = 接触変形量、 n はクッション材の弾性定数と弾性球の半径の大きさに関係する定数で、クッション材のポアソン比を 0.25、ラーメの定数を入ると次式で表わされる。

$$n = (32/9) \lambda \sqrt{R} \quad \text{----- (2)}$$

一方、クッション材の弾性変形と力の関係は次式である。

$$P_e = K \delta \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 δ = 弾性変形量、 K は後述するバネ定数である。

図-2 の状態でのエネルギーのつり合いは次のように表わされる。

$$\frac{1}{2} m V^2 = \int_0^{\alpha_{\max}} P_H d\alpha + \int_0^{\delta_{\max}} P_e d\delta = \frac{2}{5} n \alpha_{\max}^{5/2} + \frac{1}{2} K \delta_{\max}^2 \quad \text{----- (4)}$$

ここに、 m は落石の質量、 $V (= \sqrt{2gh})$ は落下速度である。 $P = P_H = P_e$ とし、式(4)に式(1)、(3)の関係式を用いれば、クッション材に作用する落石衝撃荷重 P は、次式を解くことにより得られる。

$$\frac{1}{2} m V^2 = \frac{2}{5} \frac{P^{5/3}}{n^{2/3}} + \frac{1}{2} \frac{P^2}{K} \quad \text{----- (5)}$$

式(5)の P を陽な形で表わすことは困難であるが、例えば Newton-Raphson 法などによれば、数回の演算により所要の解が得られる(付録参照)。

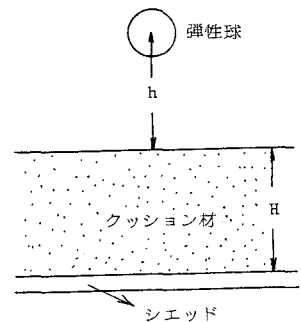


図-1 解析モデル

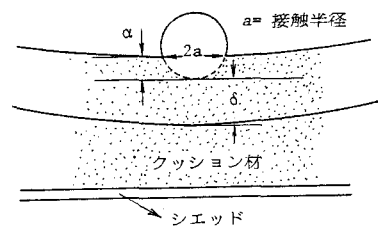


図-2 落石とクッション材の衝突状態

(2) バネ定数 式(5)の計算にはバネ定数が必要である。バネ定

数は、図-3に示すように、7ッション材を厚さHの弾性体とみなし、 $z=H$ で底面が固定された無限弾性体上に、ある仮定された分布荷重 $p(r)$ が作用する場合の $z=0$ における垂直変位 u_z を求める問題に帰着される。

垂直変位 u_z はHankel変換を用い、次に示す境界条件より求められる。

$$z=0 \text{ で } \sigma_z = -p(r), \tau_{rz} = 0, \quad z=H \text{ で } u_r = u_z = 0 \quad (6)$$

荷重 $p(r)$ のHankel変換表示を

$$Q(\xi) = -\xi \bar{p}(\xi) / 2G - \xi \int_0^{\infty} (r p(r) J_0(\xi r) / 2G) dr \quad (7)$$

で表わす(G せん断係数、 J_0 は0次Bessel関数)と、 $z=0$ での垂直変位 u_z は次式となる。

$$u_z = 2(1-\nu) \int_0^{\infty} \frac{Q(\xi)}{\Delta \xi} \{ (3-4\nu)(e^{-2\xi H} - e^{2\xi H}) + 4\xi H \} d\xi \quad (8)$$

$$\Delta = 1 + (3-4\nu)^2 + 4\xi^2 H^2 + (3-4\nu)(e^{2\xi H} + e^{-2\xi H})$$

以下に、本報告で用いた2つの分布形に対するバネ定数 K の具体的表示を与えておく。

Case 1 集中力 P が作用する場合

集中力 P を作用させた場合、 $z=0$ では $u_z \rightarrow \infty$ となり不都合が生じるので、ここでは、集中力を次式の極限移項と考える。

$$p(r) = \frac{P}{2\pi} \frac{a}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad a \gg 0 \quad (9)$$

ここに、 a は接触半径であり、これについては後述する。式(9)の分布形状は、半無限体の表面に集中荷重が作用するときの土中に生じる垂直応力と類似し、また落石衝撃実験結果⁵⁾の底部応力分布にも類似なものである。式(9)に対する $Q(\xi)$ (式(7))は次式である。

$$Q(\xi) = -P\xi e^{-a\xi} / 4\pi G \quad (10)$$

したがって、バネ定数 K は $K = P/u_z$ より定められ、ラーメ定数 λ を用いて示すと以下となる。

$$K = \lambda \pi H / \xi$$

$$I = \frac{\nu(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^{\infty} \frac{(3-4\nu)(e^{-2\xi H} - e^{-4\xi H}) - 4\xi H e^{-2\xi H}}{(3-4\nu)(1+e^{4\xi H}) + \{1 + (3-4\nu)^2 + 4\xi^2 H^2\} e^{2\xi H}} d\xi$$

$$\beta = a/H \quad \text{以上 (11)}$$

Case 2 静的な接触圧分布による場合

Timoshenko⁶⁾によると接触圧の分布は次式である。

$$p(r) = p_0 (1 - r^2/a^2)^{1/2} \quad (12.1)$$

ここに、 p_0 は $r=0$ での圧力、 a は接触半径である。いま、接触面に分布する圧力の総和を P に等しくすると式(12.1)は次式となる。

$$p(r) = (3P/2\pi a^2) (1 - r^2/a^2)^{1/2} \quad (12.2)$$

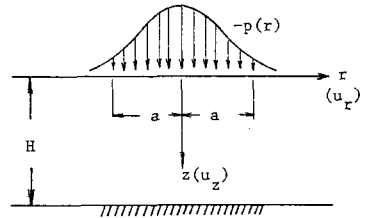


図-3 軸対称荷重を受ける弾性体

式(12.2)に対する $Q(\xi)$ は

$$Q(\xi) = -(3P\xi/2\pi G) (J_2(\xi a)/\xi^2 a^2) \quad (13)$$

となるので、バネ定数は以下のようになる。

$$K = \lambda \pi H / I$$

$$I = \frac{6\nu(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^{\infty} \frac{\{ (3-4\nu)(1 - e^{-4\xi a}) - 4\xi a e^{-2\xi a} \} J_2(\xi a)}{\pi^2 \xi^2 \{ (3-4\nu)(1 + e^{4\xi a}) + \{1 + (3-4\nu)^2 + 4\xi^2 a^2\} e^{2\xi a} \}} d\xi$$

$$\beta = a/H \quad \text{以上 (14)}$$

(3) 接触半径 a

接触半径 a は、問題を簡単化するため、落石の半径 R に等しいと仮定した。これを、落石の単位体積当りの重量 γ と落石の重量 W で表わすと、次式で与えられる。

$$a = R = (3W/4\pi\gamma)^{1/3} \quad (15)$$

3. 数値計算例

7ッション

材のポアソン

比を0.25、

落石の単位体

積重量は $\gamma =$

2.6 t/m³とした。

なお、以下で

は式(11)によ

りバネ定数 K

を求めた場合

は“A法(A-M)”

式(14)を用い

た場合は“B-

法(B-M)”と、

略称する。

図-4と表

-1にA法

とB法で求

めたバネ定数

$\lambda \pi H / K$ を

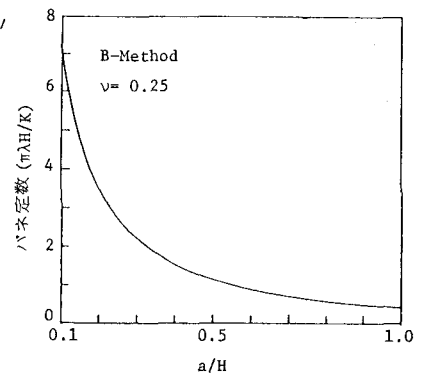
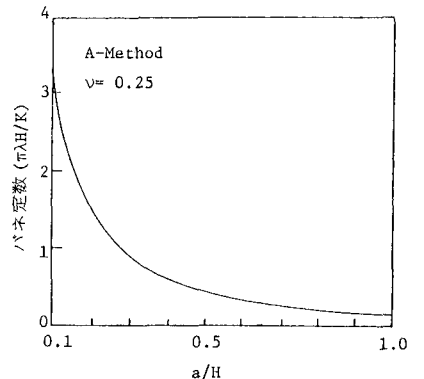


図-4 a/H と $\lambda \pi H / K$ の関係

接触半径 a とフッ
ション厚 H の比 a/H
(0.1~1.0) に対
して示している。
なお、式(11)と式
(14)の積分には
Simpson 則を用い

a/H	$\pi\lambda H/K$		a/H	$\pi\lambda H/K$	
	A-M	B-M		A-M	B-M
0.10	3.298	7.125	0.60	0.324	0.895
0.15	2.069	4.627	0.65	0.286	0.801
0.20	1.463	3.378	0.70	0.255	0.722
0.25	1.106	2.630	0.75	0.228	0.654
0.30	0.872	2.131	0.80	0.205	0.595
0.35	0.709	1.776	0.85	0.186	0.543
0.40	0.589	1.591	0.90	0.169	0.498
0.45	0.498	1.303	0.95	0.154	0.457
0.50	0.427	1.139	1.00	0.141	0.422
0.55	0.370	1.005			

表-1 パラ定数($\pi\lambda H/K$)の値

図-5に Hertz 式
と本算定式による衝撃荷重 P を示す。図が示すように、Hertz
式および本算定式による衝撃荷重には次のような関係があり、

$$P_{\text{Hertz式}} > P_{\text{A-法}} > P_{\text{B-法}}$$

Hertz 式による結果は、落下重量が大きいほど、落下高さが大
きいほど過大な値を与える。ちなみに、 $W=3t$ 、 $h=30m$
での Hertz 式に基づく値は、A-法、B-法のそれより、それ
ぞれ 20%、40%程度大きい。

図-6にフッション厚(H)の衝撃荷重に及ぼす影響を示す。
ロックシェッドに用いられる厚さは1m前後なので、 $H=0.8$ 、
 0.9 、 1.0 、 $1.1m$ の結果を示した。図より、 H の変化は落
石衝撃荷重 P にほとんど影響を与えないことがわかる。これは、
吉田らの実験結果⁷⁾ “ $H \geq 90cm$ では、同一の落石重量および
落下高さに対する衝撃力はほぼ同じである”に符合している。

図-7 (a)~(c)に種々のラーメ定数 λ (t/m^2) と落石重量
 W ($=0.3$ 、 1.0 、 $3.0t$) に対する衝撃荷重 P を示す。フッ
ション厚は $H=1m$ とした。なお、文献³⁾によればラーメ定
数 λ は、軟らかい土で $300 \sim 500 t/m^2$ 、非常に軟らかい土
で $\lambda=100 t/m^2$ とされているが実験的な裏付けにとほしい
ものである。図には、既往算定式と比較するための吉田らの⁷⁾実
験式による値も示した。実験式は、重錘(落石)重量 $W(t)$ と
重錘が静止するまでの時間 $T_0(sec)$ との関係より、フッション
材に用いた種類の砂に対して、次のように与えられている。

砕砂: $P = 2.28 W \sqrt{29h/9T_0}$

ここに $T_0 = 0.0102 W + 0.0755$

海砂: $P = 2.52 W \sqrt{29h/9T_0}$ ここに $T_0 = 0.051 W + 0.0614$

山砂: $P = 2.42 W \sqrt{29h/9T_0}$ ここに $T_0 = 0.0220 W + 0.0485$

本算定式による結果は、ラーメ定数に大きく依存するものとなっているが、実験式の結果と比較すれば、 $W=0.3t$ では A-法、 $\lambda=50 t/m^2$ 、 $W=1t$ では A-法、 $\lambda=100 t/m^2$ 、 $W=3t$ では A-法、 $\lambda=150 t/m^2$ の値が上限値を与えている。なお、上述のラーメ定数 λ は、谷⁸⁾が吉田らの実験データをもとに、Hertz 式を使用して逆算して求めた λ の上限値、 $\lambda=50 t/m^2$ ($W=0.3t$)、 $\lambda=70 t/m^2$ ($W=1t$)、 $\lambda=150 t/m^2$ ($W=3t$) にほぼ一致するものである。

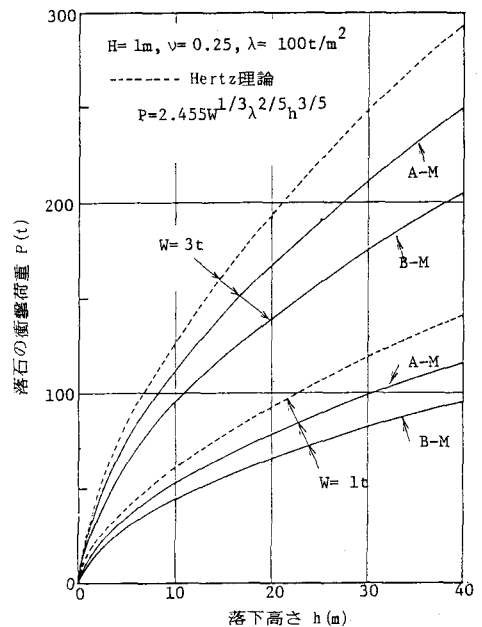


図-5 本算定式と Hertz 式による衝撃荷重

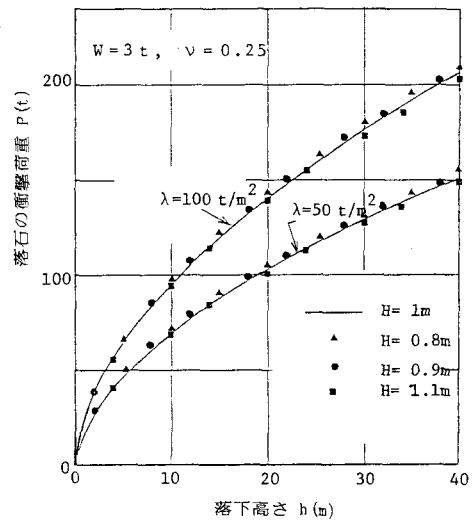


図-6 衝撃荷重に及ぼすフッション厚(H)の影響

4. まとめ Hertz 理論に基づく接触変形とフックシオン材の弾性変形を考慮し、落石の衝撃荷重算定式(式(4))を提示した。この算定式は Hertz 式と同程度の簡便性を有し、Hertz 式の欠点(過大な衝撃荷重を与える)を是正するものである。

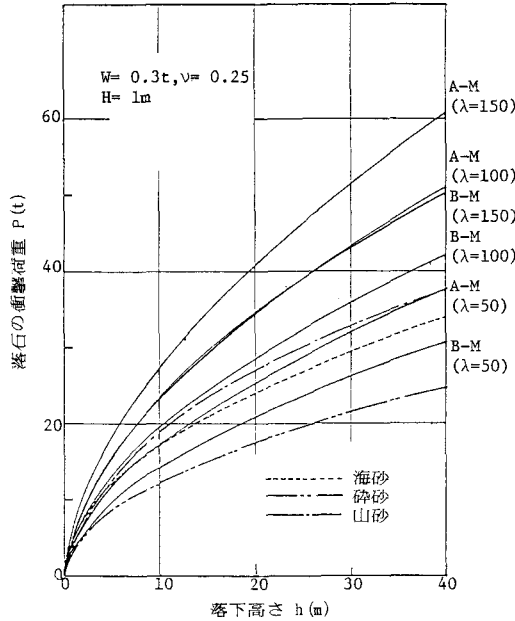


図-7(a) $W=0.3t$ での衝撃荷重

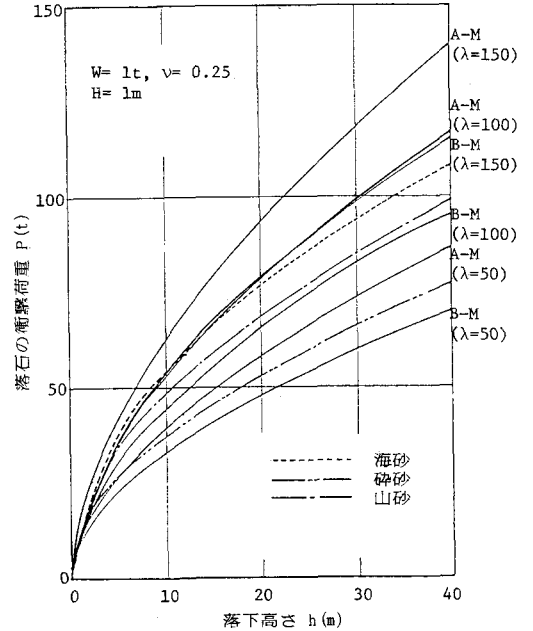


図-7(b) $W=1t$ での衝撃荷重

参考文献

- 1) 第一回落石の衝撃荷重およびロケットの設計に関するワークショップ
金沢大学工学部土木工学科構造工学研究室編, 1983年7月
- 2) 佐々木 康, 古賀 俊文, 軟弱土上の落石の衝撃力に関する実験的研究
土木学会論文報告集, No. 340, pp. 127~137, 1983年12月
- 3) 土木学会, 土木技術者のための振動便覧, pp. 320~324, 1966
- 4) 岡田ら, ロケットに對する落石荷重計算法(Hertz式の改良)について
文献1)の pp. 25~33
- 5) 岡田ら, サンドフレーション上の落石の衝撃力とその依拠について
文献1)の pp. 1~8
- 6) Timoshenko S.P. and J.N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd edition, pp. 409~412.
- 7) 細博和浩, 衝撃力実験結果とHertz式との関係について
文献1)の pp. 9~16
- 8) 谷 敏, 自由落下する落石がばね土の衝撃力の評価
文献1)の pp. 17~24

付録 式(4)に対する Newton-Raphson 法は次式で

表れられる。 $P_{j+1} = P_j - f(P_j)/f'(P_j)$ $j=0, 1, 2, \dots$
 こゝに、 $f(P) = P^2/2K + 2P^{5/3}/5n^{2/3} - mv^2/2$, $f'(P) = P/K + \frac{2}{3}(P/n)^{2/3}$ 。初期値 P_0 は $mv^2/2 = 2P^{5/3}/5n^{2/3}$
 の解 $P_0 = (\frac{5}{4}n^{2/3}mv^2)^{3/5}$ を用いる。付表は A-法を用い $|P_{j+1} - P_j| \leq 0.05$ とした場合の結果である。

付表-1

W	λ	h	P_0	P_1	P_2	P_3
0.3	50	40	48	39	37.9	37.9
0.3	50	25	31	26	25.6	25.6
1.0	150	30	140	119	118.4	118.4
1.0	150	25	125	107	106.6	106.6
3.0	100	15	160	143	142.5	142.5
3.0	100	10	128	113	112.8	112.8

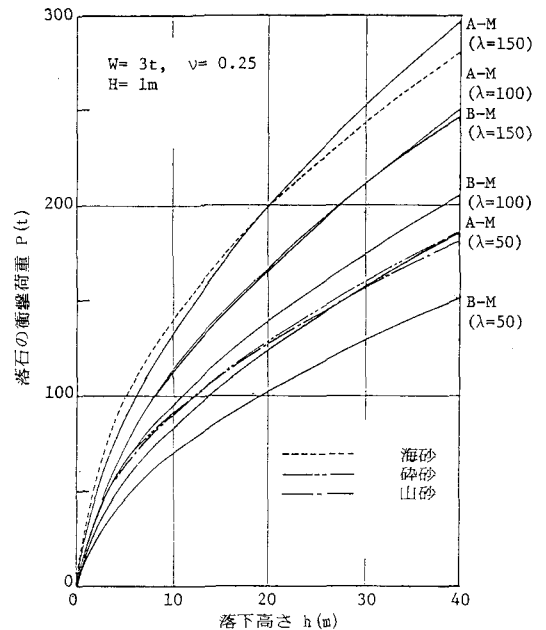


図-7(c) $W=3t$ での衝撃荷重