

I-9 積分方程式によるはりの動的応答解析と 低周波音の放射特性の研究

北見工大 正員 三上 修一
北見工大 正員 大島 俊之
北大工学部 正員 能町 純雄

1. ま え が き

重量車両が高速で橋梁を通過するときに橋梁振動により橋体から放射される低周波空気振動の問題は、これまでに多くの報告が発表されている。しかし、走行車両と橋梁の連成振動を考慮した低周波空気振動の放射特性に関する研究はまだ少ない。本論文においては、橋梁—走行車両—橋面凹凸の振動系を一体の系と考え連成振動系として評価できるはりの積分方程式を用いて動的応答解析を行なう。また、「橋体から放射される空気振動の粒子速度は橋体表面の法線方向の振動速度に等しい」と仮定して放射エネルギーを評価し、音響学の理論にしたがって音圧レベルを計算する。

2. 理 論 計 算 式

橋面凹凸を考慮した走行車両と橋梁の連成振動が、音圧レベルにどのように影響するかを明らかにするため、車両は2自由度系の Sprung mass 系でモデル化し、図1のように橋面凹凸 $r(t)$ を考えた単純梁に車両を作用させた場合について考える。

2自由度系 Sprung mass 系による走行車両のモデル化をすると、運動方程式は次のように表される。

$$\ddot{Y}_0(t) + 2h_0 w_0 \dot{z}_0(t) + w_0^2 z_0(t) = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{Y}_1(t) - 2\alpha h_0 w_0 \dot{z}_0(t) - \alpha w_0^2 z_0(t) + 2h_1 w_1 \dot{z}_1(t) + w_1^2 z_1(t) = F(t) \quad (2)$$

また、走行荷重の接地力 $P(t)$ は g を重力加速度とすると、

$$P(t) = (M_0 + M_1)g + C_1 \dot{z}_1(t) - M_1 F(t) + K_1 z_1(t) \quad (3)$$

$$F(t) = 2h_1 w_1 \dot{r}(t) + w_1^2 r(t)$$

ここで、 $2h_0 w_0 = C_0/M_0$ 、 $2h_1 w_1 = C_1/M_1$ 、

$$w_0^2 = K_0/M_0, \quad w_1^2 = K_1/M_1, \quad \alpha = M_0/M_1$$

M_0 : 車両のバネ上質量、 M_1 : 車両のバネ下質量、 Y_0 : M_0 の変位(t)、 Y_1 : M_1 の変位(t)

C_0, C_1 : 上バネ, 下バネの減衰係数、 K_0, K_1 : 上バネ, 下バネのバネ定数

$r(t)$: 橋面凹凸量

また、これらの式に Laplace 変換およびその逆変換を用いて荷重の接地力 $P(t)$ を橋体の振動速度 $\dot{Y}(vt, t)$ 、橋面凹凸による強制力の項 $F(t)$ 、および走行車両の進入条件を未知量としてあらわせば、

$$\begin{aligned} P(t) = & (M_0 + M_1)g - \int_0^t \dot{Y}(v\tau, \tau) \sum_n \frac{(K_1 + C_1 bn)}{B^n(bn)} \frac{N(bn)}{B^n(bn)} e^{bn(t-\tau)} d\tau \\ & - C_1 \dot{Y}(v\tau, \tau) \sum_n \frac{N(bn)}{B^n(bn)} + \sum_n \frac{O(bn)}{B^n(bn)} e^{bnt} + \int_0^t F(\tau) \sum_n (K_1 + C_1 bn) \\ & \times \frac{M(bn)}{B^n(bn)} e^{bn(t-\tau)} d\tau + C_1 F(\tau) \sum_n \frac{M(bn)}{B^n(bn)} - M_1 F(t) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 $z_0(t) = Y_0(t) - Y_1(t)$ 、 $z_1(t) = Y_1(t) - Y(vt, t)$ 、 bn は車両モデルの係数からなる4次方程式の4根 ($n=1, 2, 3, 4$)、 $P(bn)$ 、 $O(bn)$ 、 $B^n(bn)$ 、 $N(bn)$ 、 $M(bn)$ は Heav-

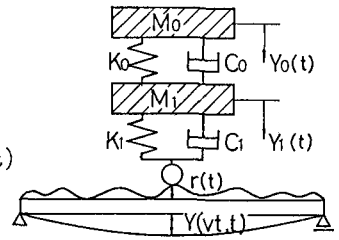


図1 橋面凹凸を考慮した
2自由度系車両モデル

inside の展開定理により決定される係数および走行車両の進入条件 (Laplace 変換の初期条件) からなる関数である。

次に、 $\dot{Y}(0, 0) = 0$ 、 $F(0) = 0$ の初期条件を考慮して、初等はり理論により表現された橋梁の動的応答の基本式は、接地力 $P(t)$ を用いると次のようになる

$$Y(x, t) = \frac{2}{\rho A \ell} \sum_s \frac{1}{n_s} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_s \tau \cdot \sin n_s(t-\tau) d\tau \cdot \sin \frac{s\pi x}{\ell} \quad (5)$$

ただし、 $\omega_s = s \pi V / \ell$ 、 $n_s^2 = \frac{EI}{\rho A} \left(\frac{s\pi}{\ell} \right)^4$ 、 V : 走行速度、 ℓ : 支間長、

$E I$: 曲げ剛性、 ρ 、 A : はりの密度と断面積

この式に式 (4) を代入して、F u l t u n g の定理を用いて、整理すると次のように表示できる。

$$Y(x, t) = f(x, t) - \int_0^t \dot{Y}(v\tau, \tau) \dot{G}(t, \tau, x) d\tau + \int_0^t F(\tau) \dot{H}(t, \tau, x) d\tau \quad (6)$$

右辺第 1 項: 走行外力による梁の動的応答と初期段差を含んだ車両の進入条件による梁への影響を加えた関数

右辺第 2 項: 橋梁と車両の連成振動による成分

右辺第 3 項: 橋面凹凸と車両の連成振動による成分

この式を時間について一階微分して、 $x = v t$ とおくと、次のような Volterra 型の第 2 種積分方程式が得られる。

$$\dot{Y}(vt, t) = \dot{f}(vt, t) - \int_0^t \dot{Y}(v\tau, \tau) \dot{G}(t, \tau, vt) d\tau + \int_0^t F(\tau) \dot{H}(t, \tau, vt) d\tau \quad (7)$$

この積分方程式の解法として、二重複核と Neumann 級数を用いた相反関数による Volterra の解法によると、式 (7) の解核を $R(t, \tau)$ として $\dot{Y}(vt, t)$ は、

$$\dot{Y}(vt, t) = \dot{f}(vt, t) - \int_0^t \dot{f}(vt, t) R(t, \tau) d\tau + \int_0^t F(\tau) \dot{H}(t, \tau, vt) d\tau - \int_0^t \int_0^t F(\tau') \dot{H}(t, \tau', v\tau) d\tau' R(t, \tau) d\tau \quad (8)$$

式 (8) を式 (6) の右辺第 2 項に代入すると、橋面凹凸による走行車両との連成振動の影響を含んだ動的応答計算式が得られる。また、この式を時間について一階微分して自乗平均をとると、動的応答の平均値 $E[\dot{Y}(x, t)]$ とその分散 $V^2 \dot{Y}(x, t)$ に相当する項の和として、橋梁の振動速度の自乗平均値が次のように得られる。

$$E[\dot{Y}(x, t)^2] = E[\dot{Y}(x, t)]^2 + V^2 \dot{Y}(x, t) \quad (9)$$

また、この振動速度を用いて、橋梁から放射される音響エネルギー I を

$$I = \rho_a C_a \dot{Y}^2 \quad (10)$$

と評価すると、橋体から放射される空気振動の音響パワーレベル $I L$ (dB) は次のように評価される。

$$I L \text{ (dB)} = 10 \log_{10} (I / I_0) \quad (11)$$

ただし、 $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (音の基準エネルギー)、 $\rho_a = 1.205 \text{ kg/m}^3$ (空気の密度)、 $C_a = 343.7 \text{ m/sec}$ (音速) とする。

橋面凹凸の入力データについては、圧雪路面のものも含めてこれまでに多くの解析結果があるが、これらを参考として、ここでは橋面凹凸 (平均値ゼロの定常確率ガウス過程) のパワースペクトル $S(\omega)$ として次の値を用いた。 $S_0 = 0.0098 \text{ cm}^2 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ 、 $a = 0.08 \text{ cm}^2 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ として

$$S(\omega) = S_0 / (\omega^2 + a^2) \quad (12)$$

3. 数値解析結果

計算に用いた車両モデルと梁の諸元は、 $V = 40 \text{ km/h}$ 、 $M_0 + M_1 = 22 \text{ tf}$ 、 $K_0 = 4000 \text{ kgf/cm}$ 、 $h_0 = 0.033$ 、 $K_1 = 8000 \text{ kgf/cm}$ 、 $h_1 = 0.066$ 、 $\ell = 24.1 \text{ m}$ 、 $I = 0.0936 \text{ m}^4$ 、 $\rho A = 1.0355 \text{ t/m}$ 、橋梁モデルの 1 次固有振動数は $f_1 = 3.5 \text{ Hz}$ となる。

(1) 初期段差の増加が音圧レベルに及ぼす影響

伸縮継手部の段差により走行車両が振動し、さらに橋梁にその連成振動がもたらされる。橋面凹凸がない場合には橋梁振動の速度応答値は、(a) 調和振動成分、(b) 車両との連成振動成分、(c) 初期段差による振動応答成分の3種類が含まれるが、これらが全応答値に占める割合がどのように変化するかを各項目別に示したのが、図2と図4である。

初期段差を4mmとした場合と10mmの場合についての比較であるが、図2の全応答成分の最大最小値は+1.24 cm/sec、-1.44 cm/secであるのに対して、図4では、+1.82 cm/sec、-1.84 cm/secとなり、それぞれ47%、28%の増加となっている。またこれらの結果を各成分についてみると、図4において初期段差および連成振動成分が非常に大きくなっていることがわかる。

図3は図2に、図5は図4に対応した音圧レベルを式(11)により計算した結果を示した図である。連成の影響を考慮した実線と、考慮していない破線のピーク値の差をみると、図3では、3~4 dB程度、図5では8~9 dB程度となっている。

(2) 橋面凹凸が音圧レベルに及ぼす影響

図6は、支間中央点の振動速度応答の結果を示したものである。図中実線が式(9)の $E[\dot{Y}^2(0.5l, t)]$ の平方根 $E[\dot{Y}(0.5l, t)]$ 、点線が橋面凹凸による走行車両と橋梁との連成振動を無視した $E[\dot{Y}(0.5l, t)]$ の値、破線が式(9)の右辺第2項の変動成分 $V^2\dot{Y}(0.5l, t)$ の平方根 $\sigma_{\dot{Y}}(0.5l, t)$ の値をあらわしている。

図6において $E[\dot{Y}(0.5l, t)]$ と $E[\dot{Y}(0.5l, t)]$ の値とは車両進入初期にはほぼ一致しているが、支間中央付近通過以後、両者に差みられる。一方 $\sigma_{\dot{Y}}(0.5l, t)$ と $E[\dot{Y}^2(0.5l, t)]$ とは車両進入初期には差がみられるが、車両の進行にともなって、両者は $E[\dot{Y}(0.5l, t)]$ と一致するようになる。

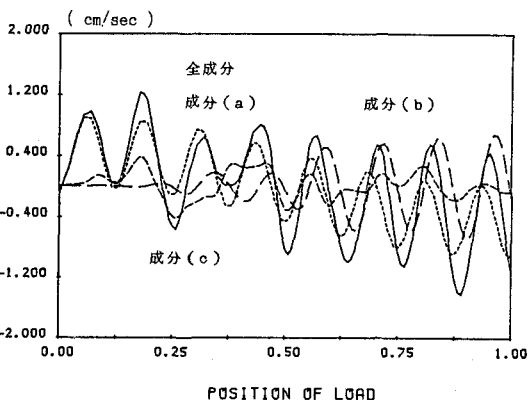


図2 支間中央の橋梁振動速度(段差4mm)

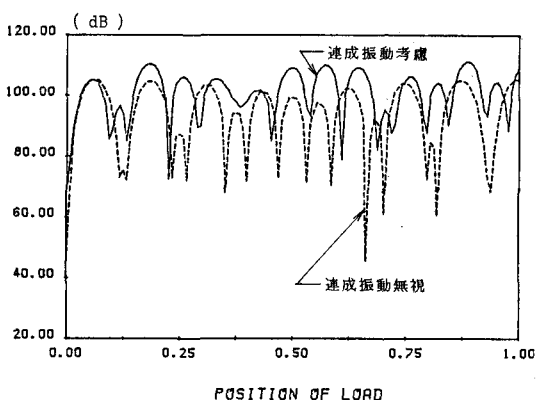


図3 支間中央の音圧レベル(段差4mm)

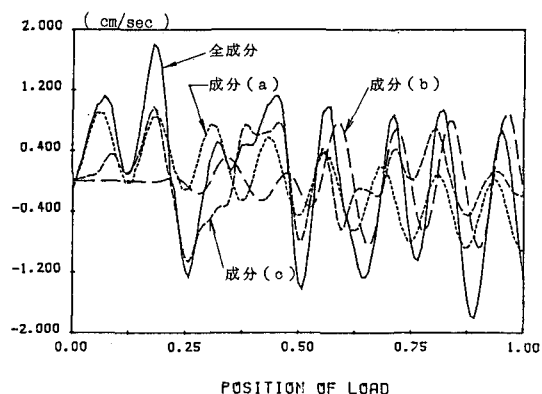


図4 支間中央の橋梁振動速度(段差10mm)

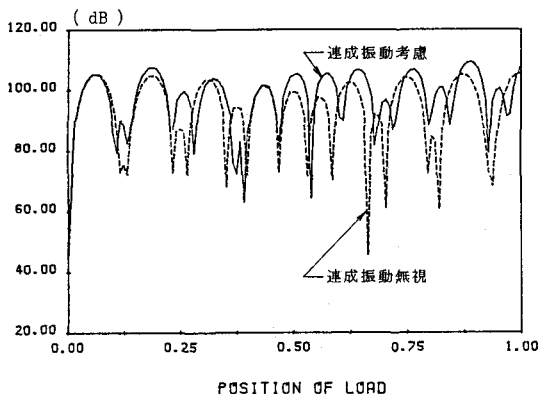


図5 支間中央の音圧レベル(段差10mm)

5 l, t)] に比べて接近する傾向となっている。

また図6の振動応答を検証するため、シュミレーション法によって計算したところ、両者はほぼ一致する結果が得られた。

次にこの振動速度応答による音圧レベルの計算結果を図7に示した。図中実線は橋面凹凸がない場合の音圧レベル応答であり、破線は図6の振動速度応答に対応する橋面凹凸のある場合の結果である。両者の比較より、橋面凹凸のある場合の結果はピーク値においてほとんど変わらず、全体として包絡線的傾向を示している。従ってこの計算の程度の橋面凹凸では両者にあまり差のないことを意味している。

次に図8には橋面凹凸のパワーレベルを大きくした場合 ($S_0 = 4.0$ 、点線) の結果との比較を示している。

これによると、パワーレベルを約4倍(振幅で2 cm)とした場合には、平均値的にみて、6 dB程度程度の音圧レベルの増加となっており、橋面凹凸の補修改良によって、かなり音圧レベルの低減をはかることができる結果となっている。

参 考 文 献

- 1) S. Nomachi, T. Ohshima, Y. Kakuta and N. Kishi; Infrasound Evaluation radiating from Freeway Bridge Generated by a travelling load. Internoise 80, Miami, USA, 1980
- 2) 大島, 能町; 走行車両により橋梁から放射される低周波空気振動の解析, 日本音響学会誌, 第39巻, 第1号, 1983
- 3) K. Kaneyasu, Y. Adachi, M. Koyasu and S. Shimizu; Investigations of the Radiation of Low Frequency Sound from Highway Bridges. Internoise 81, Nederland, 1981
- 4) 月田 良博; 不規則不陸と初期段差が橋の移動荷重応答に及ぼす影響について, 北大工学部土木工学科修士論文, 1980
- 5) 岡林; 単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析, 土木学会論文報告集, 第286号, 1979
- 6) 本田, 城戸, 梶川, 小堀; 道路橋の路面凹凸パワースペクトル密度に関する調査, 土木学会論文報告集, 第315号, 1981
- 7) 大島, 森, 能町; 走行車両による橋梁振動と放射される低周波音の解析モデルの研究, 第38回年次学術講演会講演概要集, I-58, 1983。

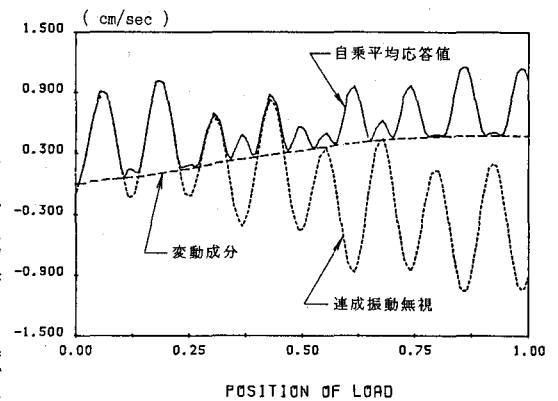


図6 支間中央の橋梁振動速度

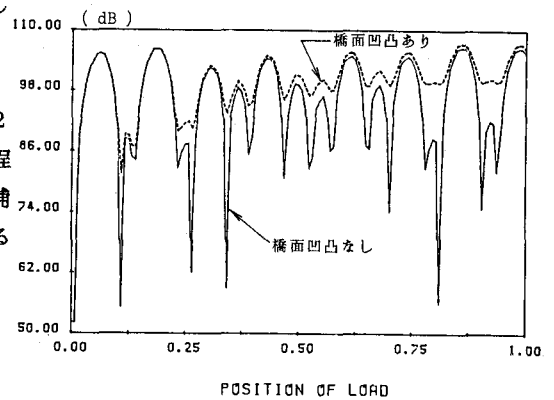


図7 橋面凹凸による音圧レベルの比較

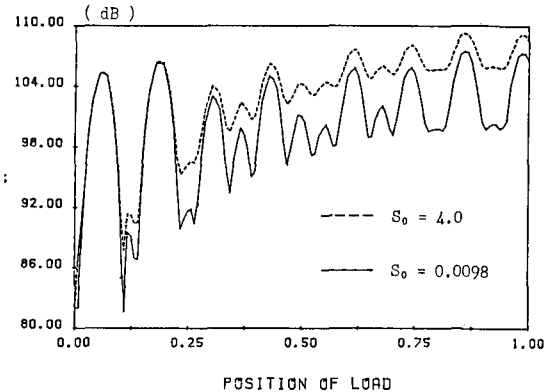


図8 S_0 の変化による音圧レベルの比較