

I-4 吊橋の衝撃係数について

北海道大学工学部 正員 林 川 俊 郎
 北海道大学工学部 正員 渡 辺 昇

1. まえがき

吊橋はケーブル、塔、補剛桁および吊材などよりなる複合構造物であり、長径間構造物として最も適した橋梁形式である。しかし、吊橋はそれ自身適当な剛性のある補剛桁を備えているけれども、他の橋梁形式にくらべて比較的剛性が低いため、振動によって引き起こされる諸現象が問題となることが多い。つまり、風および地震に対する安全性の検討は、吊橋の設計上重要な問題である。

吊橋の振動に関連した一つの大きな問題は走行荷重による衝撃である。従来の道路橋示方書においては、吊橋は長大支間長を有し、補剛桁は可撓性に富み衝撃を吸収しやすいということから、活荷重による衝撃(衝撃係数)を無視してきた。また、鉄道橋示方書においても、適用支間長を150 m以下として吊橋の衝撃係数に関する規定はなされていない。しかし、近年、本州四国連絡橋公団で計画されている道路橋と鉄道橋との併用、新幹線列車の高速走行等により、吊橋の補剛桁の設計に際しては、その振動特性を考慮した衝撃係数の算定が重要視されてきている。

過去において、吊橋の鉛直たわみ自由振動に関する論文^{1,2)}は数多く見受けられるが、走行荷重による吊橋の動的応答について言及した論文は非常に数少ない。この問題を取り扱った論文としては、伊藤³⁾、KlöppelとLie⁴⁾、Vellozzi⁵⁾、筆者ら⁶⁾のものしか見当たらない。その中で、伊藤は理論的および実験的立場から、鉄道吊橋の実用性と可能性について検討し、主径間600~1500 m、荷重速度150 km/h以下の範囲で吊橋の補剛桁を設計するには、0.15の衝撃係数を考慮することを提案している。

そこで、本研究の目的は走行荷重による吊橋の動的影響について検討し、補剛桁の支持条件(ヒンジ形式と連続形式)の差異による振動性状を調べ、支間長 L を関数とする吊橋の衝撃係数の算定式を提案することである。数値計算で用いられる吊橋の断面諸元は実在橋のものであり、その主径間の支間長はおおよそ300~1200 mの範囲である。

2. 動的応答解析

走行荷重による吊橋の動的応答解析は、一般的な解析手法であるModal Analysisによるものとする。荷重は最も簡単な単一集中荷重について取り扱い、一定速度で左から右へ移動するものと仮定する。また、吊橋の減衰の影響は無視できるほど小さいものとする。吊橋の補剛桁の支持条件は図-1に示すように、ヒンジ形式と連続形式のものについて検討する。

本研究では、走行荷重による吊橋の動的応答性状および、その結果としての衝撃係数(動的増加率)について考察するが、吊橋はたいへん特殊な橋

梁構造物であり、走行荷重の質量、列車荷重

車輛のパネ効果、車輪のハンマー作用、波動伝播、レールの不整、列車の横振動等の影響が複雑に作用しているものと考えられる。

しかし、これらの影響を理論的に取り扱うことは非常に複雑になることが予想される。そこで、本研究は上述の基本的な平滑走行荷重による吊橋の動的応答解析について考察することにする。

吊橋の動的鉛直たわみ $\eta(x, t)$ を固有関数⁶⁾ $V_m(x)$ を用いて表現すれば、次のように与えられる。

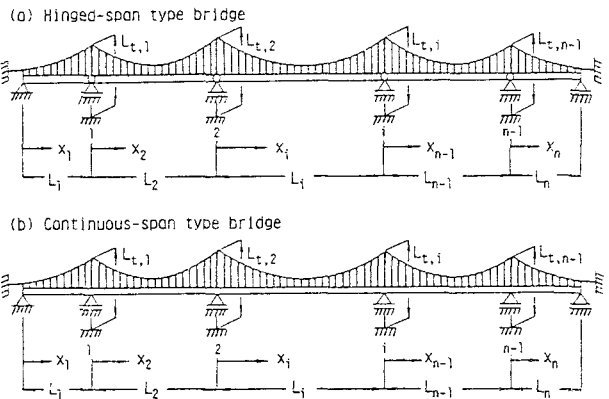


図-1 吊橋の座標系と補剛桁の支持条件

$$\eta(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m(x) q_m(t) \quad (1)$$

ここに、 $q_m(t)$ は一般座標である。吊橋の固有関数 $V_m(x)$ は線形化撓度理論による基礎微分方程式の一般解を用いて、補剛桁の境界条件式およびケーブルの方程式によって決定される。その詳細は参考文献(6)を参照されたい。減衰力のない構造物の運動方程式は時間 t に関する2階の常微分方程式で与えられ、それをLaplace変換により解くと、最終的に吊橋の動的鉛直たわみは

$$\eta(x_r, t_s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_{mr}(x_r) \{ \Phi_m(t_s) + \Psi_m(t_s) \} \quad (2)$$

となる。ここで、 $\Phi_m(t_s)$ はDuhamel積分による強制振動の項を表わし、 $\Psi_m(t_s)$ は初期条件によって決まる積分定数を含んだ自由振動の項を表わしている。

図-2は単一走行荷重が一定速度 $v=30$ m/secで移動したときのたわみの時刻歴応答曲線である。着目点は中央径間の4分の1点($L_2/4$)であり、実線は動的たわみの影響線であり、破線は速度 $v=0$ m/secに対応する静的たわみの影響線である。また、式(2)の級数展開の項数は、たわみの収束性および静的たわみの理論値との比較から、 $m=12\sim 14$ 項を採用している。

吊橋の最大たわみは中央径間の1/4点付近に生じる。この点における静的たわみの影響線は、図-2よりほぼ逆対称/次固有振動モードに類似した形で求められることは注目される。これは、1/4点に着目した場合の静的たわみ応答値は逆対称/次固有振動モードが支配的であるためと考えられる。

図-3は着目点を中央径間の中央点($L_2/2$)とした場合のたわみの時刻歴応答曲線である。この着目点における静的たわみの影響線は対称/次固有振動モードに類似しており、この振動モードが支配的であることがわかる。従来の研究では、この支配的な固有振動モードのみを考慮し、他の項を無視して、定性的に動的影響を論じている場合が多い。しかし、本研究では吊橋の径間数が3であること、補剛桁の連続性を考慮すること、さらに動的影響を定量的に取り扱うために高次の項まで級数展開を行なっている。

走行荷重による吊橋の動的影響を評価するために、ここでは次式によって定義される動的増加率 δ を用いる。

$$\delta = (\eta_{d, \max} - \eta_{s, \max}) / \eta_{s, \max} \quad (3)$$

ここで、 $\eta_{d, \max}$ は時刻歴応答曲線の動的たわみの最大値であり、 $\eta_{s, \max}$ は静的たわみの最大値である。

3. 動的応答特性

式(3)と同様に、走行荷重による吊橋の動的影響を調べるのに、次の速度パラメーター α を用いることは有効である。

$$\alpha = \mu_{1r} v / \omega_1 \quad (4)$$

ここに、 μ_{1r} は第 r 径間の第1次固有値、 v は走行荷重の速

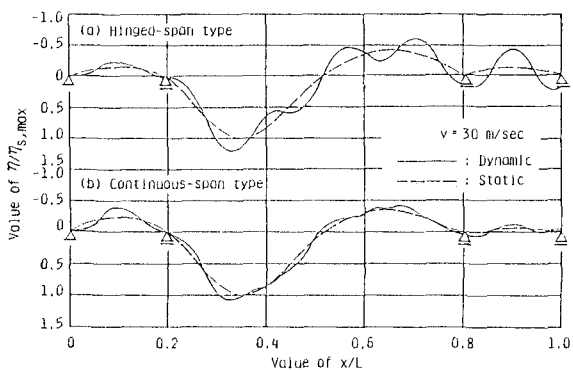


図-2 たわみの時刻歴応答曲線 ($L_2/4$)

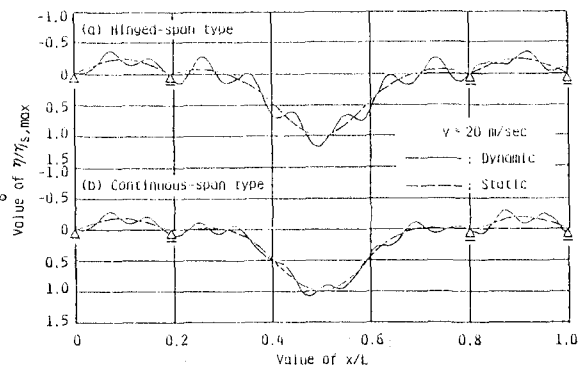


図-3 たわみの時刻歴応答曲線 ($L_2/2$)

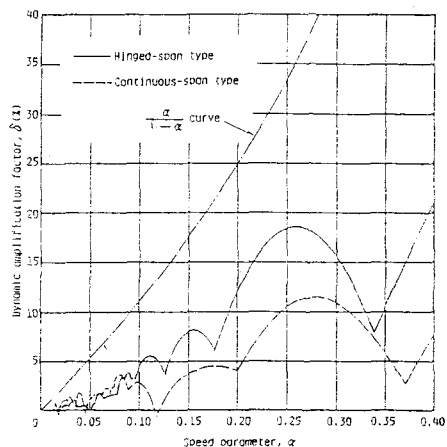


図-4 たわみの $\delta-\alpha$ 図 ($L_1/2$)

度、 ω_1 は吊橋の第1次固有円振動数である。この速度パラメーターは、荷重速度、補剛桁の曲げ剛性、質量、ケーブルのサグ長、支間長に依存する無次元量である。実在橋における α の範囲はおおよそ0.0~0.4である。

図-4は支間長85 m-315 m-85 mの吊橋の第1径間中央点に着目した場合の δ - α 関係図である。一般的に動的増加率 δ は速度パラメーター α の増加にともなって大きくなる傾向がある。図-5は同じ吊橋の第2径間1/4点に着目した場合の δ - α の関係を示したものである。図中の実線の曲線は2ヒンジ吊橋に、破線の曲線は連続吊橋に対応している。2ヒンジ吊橋の動的増加率は連続吊橋のものに比較して全体的に大きい値を示している。特に、吊橋の最大たわみを生じる4分の1点に着目した場合の両者の差異は顕著である。

図-6は支間長250 m-770 m-250 mの吊橋の第2径間中央点に着目した場合の動的増加率 δ と速度パラメーター α との関係を示したものである。図中の $\alpha/(1-\alpha)$ の曲線³⁾は動的増加率の包絡線の性質をよく表わしている。

2ヒンジ吊橋と連続吊橋との振動特性の差異はたわみの時刻歴応答曲線にも見られる。つまり、補剛桁の中間支点において連続吊橋は左右のたわみ角が相等しく、折れ角を生じることはないが、2ヒンジ吊橋はこの中間支持点で折れ角を生じる。図-7は第1中間支持点($x_2=0$)における δ - α 曲線を示している。たわみの場合と同様に、2ヒンジ吊橋のたわみ角に関する動的増加率は一般的に連続吊橋のものに比較して大きな値を示している。また、2ヒンジ吊橋に生じる折れ角の動的増加率が非常に大きいことは注目される。

以上のことから、走行荷重による吊橋の動的応答特性の面からみると、吊橋の補剛桁の構造形式は通常よく用いられるヒンジ形式よりも連続形式の方が有利であると考えられる。

4. 衝撃係数

前章では、各着目点における吊橋のたわみとたわみ角の動的増加率について示した。橋梁の設計で用いられている衝撃係数は、設計活荷重による最大たわみ、あるいは最大応力に対する動的影響の割り増しという形で与えられる。本来、走行荷重による橋梁の衝撃は、橋面の不整、車両の速度、バネ効果、構造形式などの要素が複雑に組み合わさったものであり、衝撃係数はこれらの影響を考慮し、実在橋の実測結果による確認の上で算出されるべきであろう。

橋梁における衝撃の原因は上述のようにいくつかあるが、最も大きく動的影響を与えるのは車両の速度である。このことは式(4)の速度パラメーターからも理解できる。また、吊橋の衝撃効果は列車荷重よりも集中荷重の方が、大きい支間長よりは小さい支間長の方が大きい。そこで、本研究では吊橋の衝撃係数を荷重速度30~40 m/secの場合を対象として、実在橋の断面諸元を用いた数値計算により支間長 L の通減関数で表わすことを以下に考察する。図-8、9は数値計算に用いた断面諸元の分布範囲と支間長との関係を表わしている。

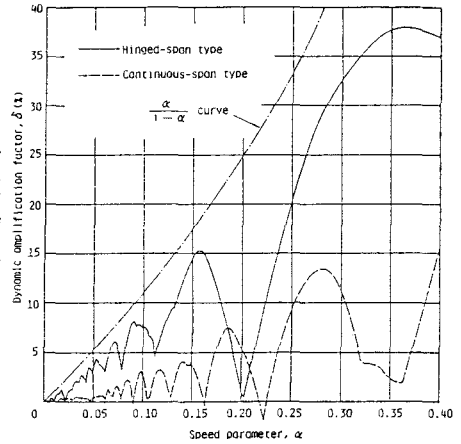


図-5 たわみの δ - α 図 ($L_2/4$)

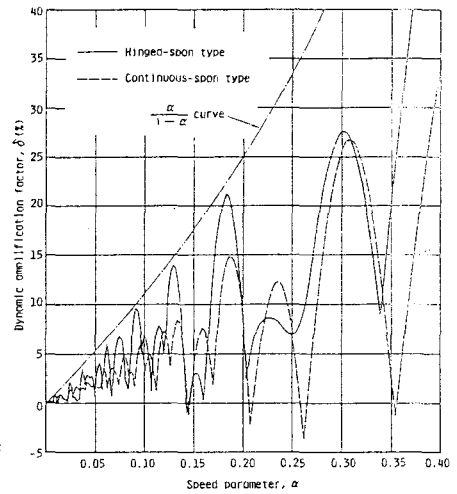


図-6 たわみの δ - α 図 ($L_2/2$)

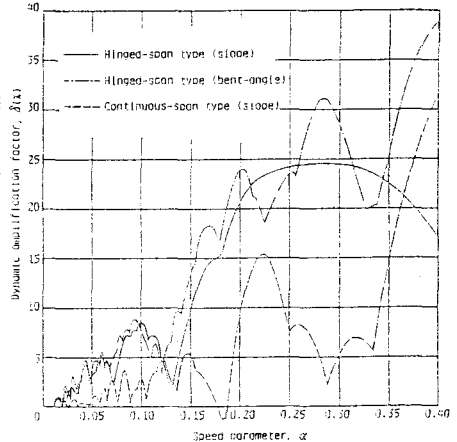


図-7 たわみ角の δ - α 図 ($x_2=0$)

図-8、9は数値計算に用いた断面諸元の分布範囲と支間長との関係を表わしている。

吊橋の死荷重 w と主径間におけるケーブルのサグ長 f は支間長 L に対して、ほぼ直線的に変化している。また、吊橋の補剛桁の断面2次モーメント I と死荷重による水平張力 H_w は支間長 L に対して、ほぼ放物線的に変化していることがわかる。

衝撃係数は式(3)と同様の考え方で算定できる。この衝撃係数の算出方法にはたわみに着目する場合³⁾と応力もしくは曲げモーメントに着目する場合⁷⁾がある。

図-8 死荷重と断面2次モーメント 図-9 ケーブルサグ長と水平張力
本研究ではModal Analysisの解の収束状態から判断して、吊橋のたわみ応答値に着目して衝撃係数を評価する。図-10は衝撃係数 i_η と支間長 L との関係を示している。図中の破線は道路橋示方書(適用支間長200 m以下)、一点鎖線は鉄道橋示方書(適用支間長150 m以下)で採用されている衝撃係数である。実在橋のいくつかの数値計算結果から、本研究では吊橋の補剛桁の支持形式と支間長 L を考慮に入れた衝撃係数の算定式を次のように提案する。

$$i_\eta = \frac{220}{400+L} \quad (\text{ヒンジ形式}) \quad (5)$$

$$i_\eta = \frac{120}{300+L} \quad (\text{連続形式}) \quad (6)$$

5. あとがき

本研究は、最も基本的な平滑走行荷重による吊橋の動的応答性状について検討し、補剛桁の設計にはある程度衝撃係数を考慮する必要があることを示した。その結果、吊橋の支間長を含む衝撃係数の算定式を提案した。ここで示した算定式は、列車荷重(連行荷重)を考慮した場合の衝撃係数よりも若干大きめの値となり、安全側の結果を与えることになるだろう。しかし、吊橋の補剛桁の設計において、有効であると思われる。

なお、本研究の数値計算には北海道大学大型計算機センターのHITAC M-200Hを利用した。

(参考文献)

- 1) Abdel-Ghaffar, A. M., ASCE, Vol. 106, No. ST10, 1980.
- 2) Bleich, F., et al., Bureau of Public Roads, US, 1950.
- 3) 伊藤, 土木学会論文集, 第149号, 1968.
- 4) Klöppel, K., et al., Ingenieur-Archiv, Vol. 13, 1942.
- 5) Vellozzi, J., ASCE, Vol. 93, No. ST4, 1967.
- 6) Hayashikawa, T., et al., ASCE, Vol. 108, No. EM6, 1982.
- 7) 本田ら, 土木学会論文報告集, 第331号, 1983.

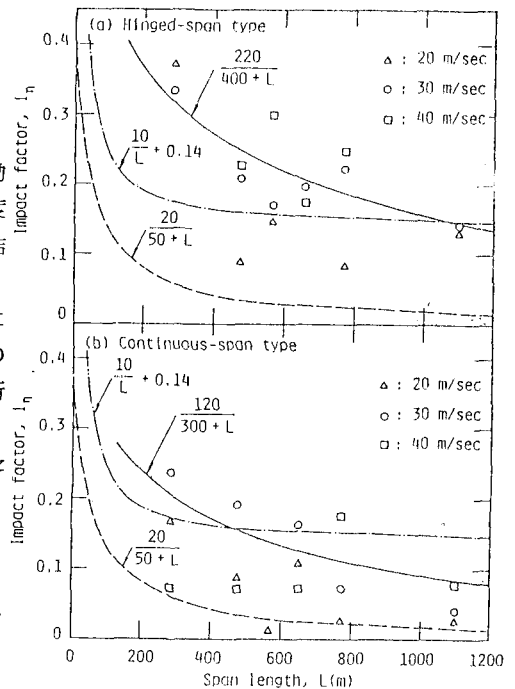


図-10 衝撃係数と支間長