

II-26 迂曲流路内の砂州上の流れに関する実験と理論

北海道大学・工学部 正 員 長谷川和義
 同 上 正 員 山岡 勲
 同 上 学生員 渡辺 康玄
 同 上 学生員 笹島 真一

1. はじめに

迂曲流路の定義は、木下¹⁾によれば、「河道1蛇行中に砂礫堆が3個以上形成される」流路である。このような流路は、一般に蛇行長が長く、流路曲率とその変化率が大きくて、主流が彎曲の外岸側に寄りつくことが多い。また、彎曲の作用と逆向する砂州が1蛇行中に1個以上形成され、そこでは砂州の接続形態が通常と異なり、流れが独特の様相を呈するようになることが知られている。¹⁾このように、迂曲流路内の流れは非常に興味深い性質を有しているが、現在までにその詳しい実態が調べられた例はない。迂曲流路は、自然状態に放置しておいても、やがては自然切離に至ることが多く、また人工的ショートカットによって短絡される場合が大部分なので、直接的な研究対象になり難い側面はあるが、その水理を解明することは、流路彎曲と交互砂州の相互の作用によってつくられる種々の砂州の接続形式を解明する上で不可欠である。本研究は、迂曲状の実験水路²⁾中に砂州を発生させ、平衡状態における流れの性質を調べようとするものであるが、あわせて従来までに著者ら²⁾³⁾が扱ってきた二次元浅水流モデルの拡張的な適用についても考察しようとするものである。

2. 迂曲流路における流れの実験

(2-1) 迂曲流路 流路の一般蛇行形状は式 (1) で表わし得る。本実験で取り扱う流路の平面形状

$$\frac{1}{r_0} = \sum_{l=1}^n \left\{ \frac{1}{R_{sl}} \sin l\omega s + \frac{1}{R_{cl}} \cos l\omega s \right\} \quad (1)$$

は、自然河川の迂曲部の形状を参考に曲率が次式で表わされるものを採用した。²⁾

$$\frac{1}{r} = -\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{46.90(\text{cm})} \cos \frac{2\pi}{432(\text{cm})} \tilde{s} - \frac{1}{114.59(\text{cm})} \sin \frac{6\pi}{432(\text{cm})} \tilde{s} \quad (2) \quad \text{ここに } \tilde{s} \text{ 流路中心線に沿って}$$

て流下方向を正とした距離軸であり、左岸に凹岸頂点が現われる位置を原点としている。

(2-2) 実験方法 実験の詳細は、文献2)に示すとおりであるが、解析に要する水理量は、表-1に掲げる。なお、RUN-ME6は、これと同じ流量を与えて行なった直線流路実験において弱射流となったにもかかわらず、常流となった。流速の測定法を述べると以下のとおりである。すなわち従来と同様に、直径3mmのプロペラ流速計を回転台座上にセットし、RUN-ME5, ME6共に、流下方向に9cm間隔、横断方向及び垂直方向にそれぞれ2cm, 3mm間隔で、流速計の読みが最大となる向きを探り、流速および流向値を得た。また、今年度は測定に先立って、流速計の水深変化にともなう歪みに関する検定を行い実測値を補正した。

表-1

		ME-5	ME-6
蛇行長	L (cm)	432	432
水路幅	B (cm)	22.0	22.0
平均流速	U_0 (cm/s.)	28.54	29.70
平均水深	H_0 (cm)	1.38	1.44
勾配	I	1/120	1/80
摩擦係数	f_0	0.028	0.040
$\omega = 2\pi H_0 / L$		0.020	0.021
$\varepsilon = 2H_0 / B$		0.125	0.131
$F = U_0 / \sqrt{gH_0}$		0.776	0.791

(2-3) 迂曲流路内の流れ 図-1 (a), 2 (a)

は、それぞれRUN-ME5およびME6における流速の測定結果を示すものである。図中の矢印は、流下方向および横断方向の流速をそれぞれ水深方向に平均化し、再び合成してベクトル表示したものである。一方、図-1 (d) および2 (d) は、それぞれの実験の表面(水面下3mm) 流速と底面(底面上2mm) 流速をベクトル表示したもので、これらの図から迂曲流の特徴を知ることができる。

蛇行流路内の平均流の流速分布は、一般に平面形状と底面形状によって支配される。後述のように前者の影響は、二次流が外岸側河床を洗掘することを通じて及んでくるので直接的ではない。しかし、昨年の報告³⁾にも触れたとおり、ある水理条件のもとでは、彎曲凸岸の下流において流れの平面剥離が生ずることがあり、これは、流況に対して直接的な影響をもたらす。本実験においてこの事を調べると、

断面番号9～14の凸岸部にそれらしい流況が認められるが弱く、通常問題となる断面14以下の場所では、ほとんど剥離が生じていない。このことは、もっぱら凸岸下流における流路曲率の緩和が寄与しているものと考えられ、自然流路のほとんどが、曲頂の上流で急、下流で緩い曲り方を示すのも、この現象と密接に関係しているためと考えられる。

さて、RUN-ME6の実験は、彎曲の流入部において、外岸へ寄る蛇行性を示し、このため外岸への主流の集中が、RUN-ME5に比較してより上流側の点から始まっている(断面9参照)。この場所で直進性を示すME5は、その分だけ彎曲部において顕著な二次流を発生させており(図-1(d))、これによって洗掘された河床砂が外岸性砂州⁴⁾を形成し、B型接続¹⁾を生じている(詳細は文献2)。すなわち、断面13以降は、彎曲にともなう洗掘と、砂州による起伏が互いに打消し合う形となっている。このとき流れは、図-1(a)の断面13～16の分布に見られるように、概して一様であるが、最大流速が流路の中ほどに現われ、下流に向うに従って外岸から内岸へと遷移する。この後砂州の中央部が高まるのに合わせて、流れの分岐が生ずる。一方、ME6においては、深掘れ部の二次流がさほど顕著ではなく(図-2(d))、すぐ下流で再び小さな蛇行を起している。これは、小規模な外岸性砂州がこの位置に生じたためであるが、ME5と異なり、波長が非常に短いため、そのすぐ後に続く内岸性砂州⁴⁾が発達する結果になっている。断面16以降においては、曲りによる洗掘と砂州の起伏は同調的になり、もし上述の外岸性砂州が無視できるものとする、C型接続¹⁾になる(文献2参照)。しかし、図-2(a),(d)の断面12～15の分布はME5の外岸性砂州上の流れに似ており、その影響が下流にも及んでいて必ずしも無視することが出来ない。C型接続の特徴的流れが現われるのは、断面16以降と見られる。そこでは主流が外岸に沿うようになるが、砂州面の高まりに応じてやがて流れの分岐が生ずる。ただしこの場合の分岐は、曲りと砂州の対抗によるものではないが、流れの特徴からそれを指摘するのは難かしい。

両実験の違いが生ずる契機は、深掘れ部の外岸性砂州が、そのまま成長する(ME5)か、小規模に押しとどめられる(ME6)かによっている。この現象は、二次流の成長のしかたにも関係しているようであり、遠因は上流の蛇行性に求められることになる。しかしこれらの現象は、かなり微妙であり、実験例を重ねて、その機構を明らかにすることが望まれる。

3. 二次元浅水流モデルの適用

ここでは、これまでに著者ら³⁾⁵⁾が提案してきた二次元浅水流モデルを迂曲流路に適用した場合に、どの程度の有効性をもつかを調べることにする。

(3-1) 基礎方程式と解 昨年³⁾と同様に、流れに二次元浅水流方程式を適用し、弱彎曲という条件下で線形化を行なうと、線形無次元方程式が式(3)～(5)のように求まる。ただし、流れの局所的な抵抗がManning-Strickler型に従うものと考え、局所的摩擦係数を $f=f_0(H_0/H)^{\gamma-1}$ と置いている。ここに f_0 は断面平均の摩擦係数、 γ は定数で、M-S式が成立する場合は $\gamma=4/3$ となる。また ξ, η は、それぞれ任意点での水位及び河床高の平均面からの変位の無次元量(η は下向きを正)、 u, v は無次元流速である。次に、河床形状及び平面形状を条件として与えることにして、フーリエ級数表示により式(6)及び(1)で表わす。ここで、 A は河床波形の振幅を表わし、添字の i, j はそれぞれ、基本

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial s} + f_0 \left[u - \frac{\gamma}{2} (\xi + \eta) + \frac{n}{2\epsilon r_0} \right] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\epsilon}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{1}{r_0} + \frac{f_0}{2} v = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\partial \eta}{\partial s} + \epsilon \frac{\partial v}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

$$\eta = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sin\left(\frac{i\pi m}{2} + \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) (A_{sij} \sin j\omega s + A_{oij} \cos j\omega s) \quad (6)$$

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sin\left(\frac{i\pi m}{2} + \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) [a_{ij} \sin j\omega s + b_{ij} \cos j\omega s] \quad (7)$$

$$v = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \cos\left(\frac{i\pi m}{2} - \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) [c_{ij} \sin j\omega s + d_{ij} \cos j\omega s] \quad (8)$$

$$\xi = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sin\left(\frac{i\pi m}{2} + \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) [e_{ij} \sin j\omega s + f_{ij} \cos j\omega s] \quad (9)$$

周期を流路幅の2倍および蛇行長にとったときの n および s 軸方向の波の波数である。さて、式(3)～(5)の近似解を式(7)～(9)で表わす。ここで $a_{ij} \sim f_{ij}$ 等は未知係数であり、 δ_{ie} は i が奇数のときに0、偶数のときに1の値をとるものとする。式(1)および(6)～(9)を式(3)～(5)に代入し、残差が解に対して直交する条件を求めると、式(10)の6元連立方程式が得られる。流路形状を式(1)で与えているため、右辺が昨年と異っており、より一般的な表現となっている。さて、式(4)の左辺第4項は、他の項に比較して無視することが多い。いま、これを省略した方程式(10)から未知係数 $a_{ij} \sim f_{ij}$ を求めると、式(11)が得ら

れる。式形から明らかなように、各係数は河床形状と平面形状の影響を受けて決まることが分る。ここに、 A_{ij} などは既値量で表わされる多項式で、内容はAppendixに示すとおりである。これらの係数を、式(7)～(9)にもどすことにより、近似解が定まる。

図-1 Run-ME5

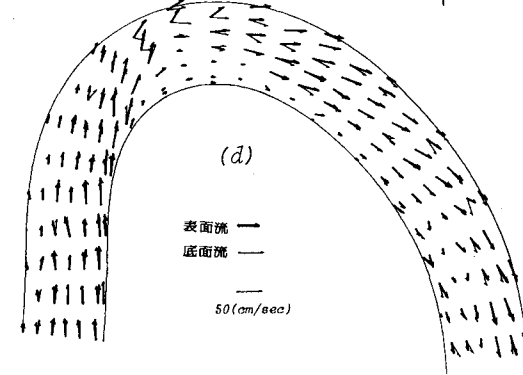
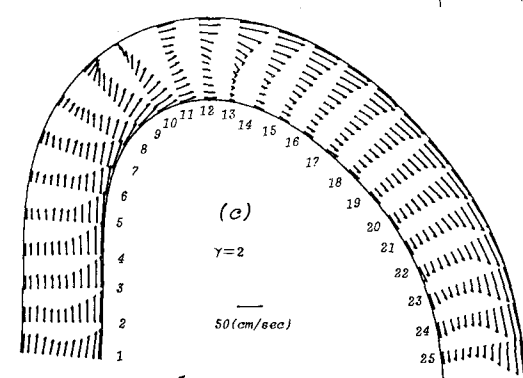
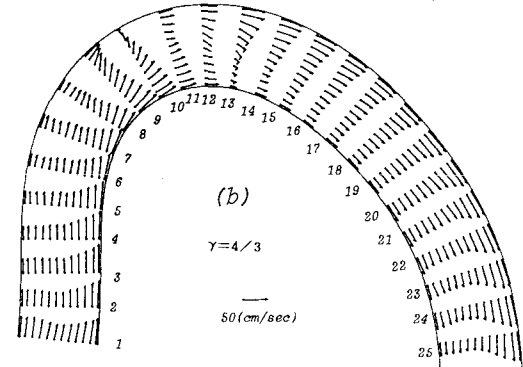
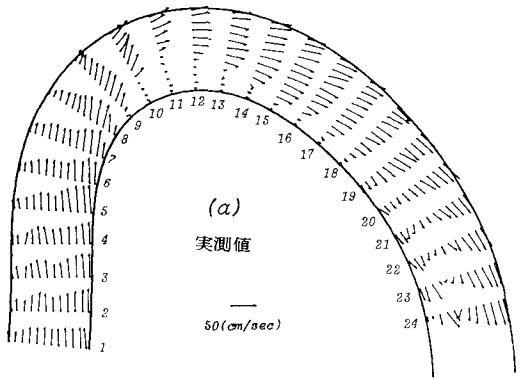
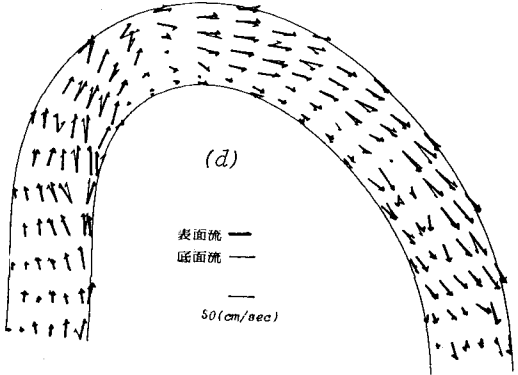
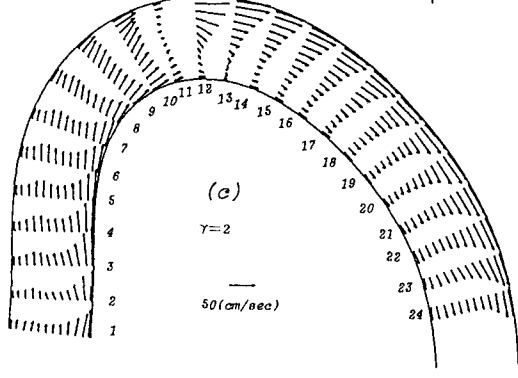
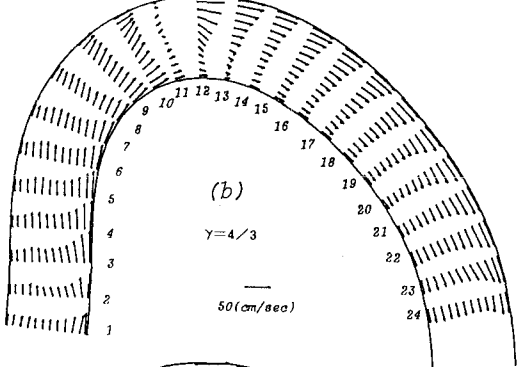
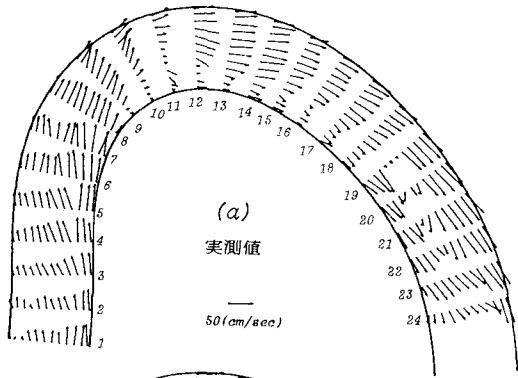


図-2 Run-ME6



(3-2) 理論と実測の比較

RUN-ME5,6のそれ
それにつき理論解
を求めると、図-1
(b), (c) および図-
2(b), (c) となる。

ただし(b), (c)は、

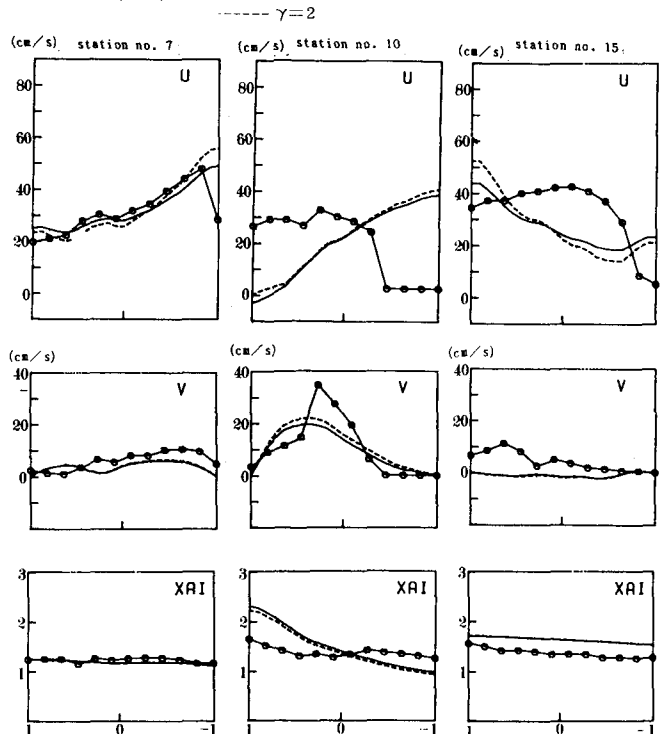
それぞれ $\gamma=4/3$ および $\gamma=2$ としたときの結果である。これによ

ると、両ケースとも流路の曲頂部より上流の部分で理論値と実測値との対応がよく、前章で触れたME6のこの部分での蛇行性もいくぶん表現されている。しかし曲頂部付近から下流にかけては、理論と実測の間にひらきがあり、とりわけ断面9~11では、分布の傾向が逆になっている。これらをさらに詳しく見るために、図-3,4に主要断面における流速、水位の横断方向分布の比

較例を示す。ME5の断面7およびME6の断面2に見られる一致の良好さに比較して、ME5の断面10およびME6の断面11における結果は対照的である。実際の流れが、左岸沿いの深掘れ部へ落ちこんで大部分の流量がそこを流れるのに対し、理論流速は逆の分布形を示している。この影響は水位にも現われており、理論では左岸で水位がかなり大きな値をとる結果になっている。一方、B型接続の断面15 (ME5) およびC型接続の断面20 (ME6) の比較から、曲りと砂州の作用が打消しあうB型の場合には、理論は実測と逆になってしまうが、両者が同調的なC型の場合には、理論は実測と傾向を一にすることがわかる。ただし、いずれの場合にも流れの分岐が表現されていない。以上の理由を知るために、理論の流速がどのような成分から構成されているかを調べてみる。図-5(b)はME6を例にとり、 $\gamma=2$ として左岸($n=1$)におけるuの値を計算したものである。式(7), (11)を用い

ると、この値は河床(A_{cij}, A_{sij})に関わる項と、曲り($1/R_{cj}, 1/R_{sj}$)に関わる項に分離することができる。図-5(c), (d)は、それぞれ河床効果の正弦および余弦成分を、(e), (f)は、遠心力の正弦および余弦成分を、描いたものであり、(a)は実河床形状を示している。なお、(b)には実測値も同時に記入してある。これによると、遠心力の効果は意外に小さく、河床効果の影響が強いことが分る。特に余弦成分に関わるBの項が強く影響しており、深掘れ部での不一致も、この項が原因しているように思われる。実測値が示すように、深掘れ部左岸において流速が正偏倚するためには、 $B>0$ となる必要があるが、Appendixに示す式形から明らかなように、各jに対するBの値はjが大きくなると負となる。このことは、得られた解が高波数域で大きな誤差を含むことを示しており、非線形要素の無視が響いていることを示唆している。また、

図-3 (ME5)



深掘れ部の流れが強い三次元性を有することは、二次流の大きさを見ても明らかであり、同所は二次元モデルの適用範囲を越えているものと言える。

4. まとめ

(1) 自然河川に近い迂曲流路形状のもとでは、流れは曲頂下流においても剝離を起さない。(2) 流路の曲率が小さく、また、大きな深掘れが存在しない部分では、流れは二次元浅水流の線形解によって十分表現し得る。(3) 曲頂よりやや上流外岸に生ずる深掘れ部では、流れの三次元性、非線形性が強まり、二次元浅水流の線形解は実測値と一致しなくなる。(4) 同所の二次流は、条件によってその強度が異なり、下流の外岸性砂州の成長、減衰に影響を及ぼす。(5) 深掘れ部下流の外岸性砂州が成長して伸びた場合、B型の接続が生じ、曲りと砂州の作用が打消し合って、流速分布は概して平坦化する。しかし、流路の中央部に最大流速が生じ、下流に進むにつれて、ピーク位置が外岸側から内岸側へずれる。このさらに下流では流れの分岐が生ずる。二次元浅水流の理論は、この場合にも不一致が大きい。(6) 同じ外岸性砂州が小規模なものにとどめられた場合には、そのさらに下流に内岸性砂州が伸び、C型接続の形態が生ずる。このとき曲りと砂州の作用は同調的となり、流れは外岸側に偏る傾向が強まる。しかし、砂州の先端近くで砂州面が高まり、流れが分岐する。この場合に対する理論の適合性は、傾向を表現する程度であり、分岐流は表わし難い。(7) 以上のように、迂曲流路内の流れは複雑であり、二次元浅水流のモデルは、これらの流れのごく大雑把な特性を表現し得るものの、深掘れ部や、砂州のB型、C型接続部における流れ、分岐流などの微妙ではあるが重要な特徴を有する流れまでは表わし得ない。

謝 辞

本研究の一部は、昭和57年度文部省科学研究費(一般(B) 57460148 代表 山岡 勲)の助成を受けてなされたものである。記して謝意にかえる次第である。

参考文献

- 1) 木下良作：石狩川河道変遷調査，科学技術庁資源局資料 第36号，1961年
- 2) 山岡勲・長谷川和義・渡辺康玄・岡睦夫：迂曲状流路内における交互砂州の形状特性，土木学会北海道支部論文報告集 第39号，1983，2

図-4(ME6) $\gamma=4/3$ $\circ-\circ-$ 実測値 $\gamma=2$

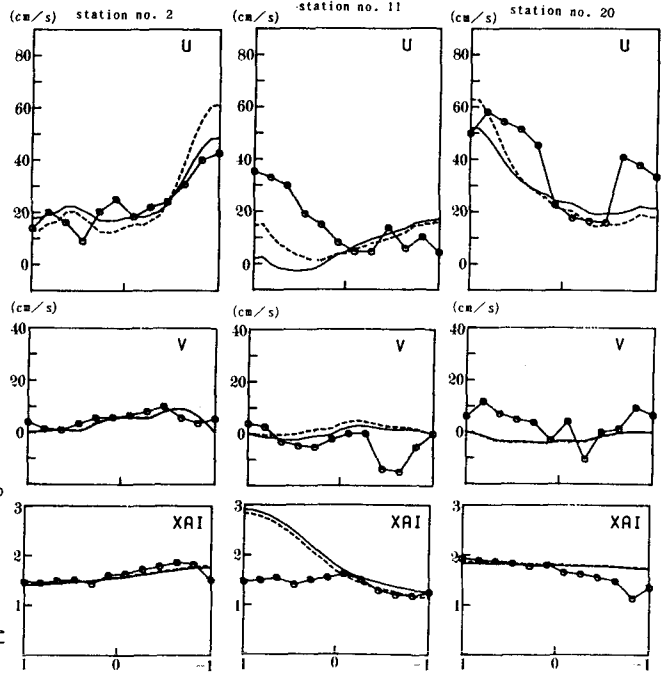
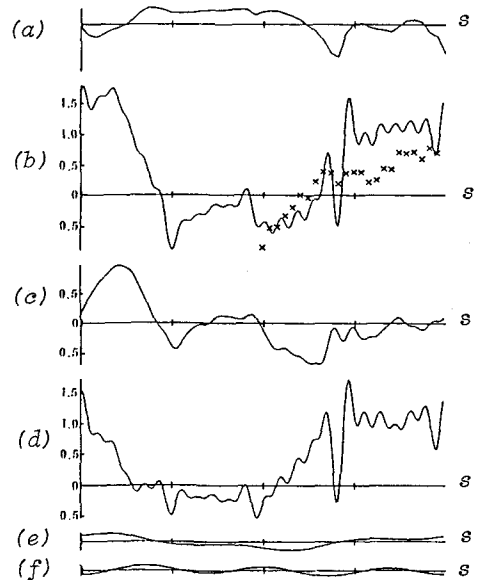


図-5



- 3) 長谷川和義・山岡勲・鈴木康正：蛇行流路における河床波上の流れ，土木学会北海道支部論文報告集 第38号，1982，2
- 4) 永納・福岡・山坂・竹内：湾曲水路の交互砂州，第37回土木学会年講概要集 II-276，1982，10
- 5) 長谷川和義・山岡勲・岡地勇治：蛇行流路内の交互砂州上を流れる流れ，土木学会北海道支部論文報告集 第37号，1981，2

Appendix

$$\Delta = 2(j\omega)^2 \{4(F^2 - 1)(j\omega)^2 - (i\pi\epsilon)^2\}^2 + 2f_0^2 \{2F^2(\gamma + 2)(j\omega)^2 - (i\pi\epsilon)^2\}^2$$

$$A_{ij} = -f_0 j\omega [16(\gamma + 2)F^2(j\omega)^4 + 4(\gamma F^2 - \gamma - 2)(j\omega)^2(i\pi\epsilon)^2 - \gamma(i\pi\epsilon)^4] / \Delta$$

$$B_{ij} = [32(F^2 - 1)(j\omega)^6 - 2\{4(j\omega)^2 + \gamma(\gamma + 2)(f_0 F)^2\}(j\omega)^2(i\pi\epsilon)^2 + \gamma f_0^2(i\pi\epsilon)^4] / \Delta$$

$$A'_{ij} = \delta_{i0}(-1)^{(i+1)/2} \cdot 8\epsilon f_0 j\omega [(-1)^{(i+1)}(\gamma F^2 + 2)\{4F^2(j\omega)^2 - (i\pi\epsilon)^2\} + 16F^2(F^2 - 1) \cdot (j\omega)^4 / (i\pi\epsilon)^2 - 4(2F^2 - 1)(j\omega)^2 + (i\pi\epsilon)^2] / \Delta$$

$$B'_{ij} = \delta_{i0}(-1)^{(i+1)/2} \cdot 8\epsilon [(-1)^i [8(F^2 - 1)(j\omega)^4 - 2\gamma(\gamma + 2)f_0^2 F^4(j\omega)^2 - \{2(j\omega)^2 - \gamma(f_0 F)^2\}(i\pi\epsilon)^2] + f_0^2 [8(\gamma + 2)F^4(j\omega)^4 / (i\pi\epsilon)^2 - 2(\gamma + 4)F^2(j\omega)^2 + (i\pi\epsilon)^2]] / \Delta$$

$$C_{ij} = (-1)^{i+1} 2(i\pi\epsilon)(j\omega) [8(F^2 - 1)(j\omega)^4 + 2(\gamma + 2)^2(f_0 F)^2(j\omega)^2 - \{2(j\omega)^2 + (\gamma + 2)f_0^2\} \cdot (i\pi\epsilon)^2] / \Delta$$

$$D_{ij} = (-1)^{i+1} 2f_0(i\pi\epsilon)(j\omega)^2 \{4(\gamma + 2)(j\omega)^2 + \gamma(i\pi\epsilon)^2\} / \Delta$$

$$C'_{ij} = -\delta_{i0}(-1)^{(i+1)/2} \cdot \frac{16}{i\pi\epsilon} j\omega [8(F^2 - 1)^2(j\omega)^4 + 2(\gamma + 2)^2 f_0^2 F^4(j\omega)^2 - \{2(F^2 - 1)(j\omega)^2 + (\gamma + 2)(f_0 F)^2\} \cdot (i\pi\epsilon)^2 + (-1)^i f_0^2 \{2(\gamma + 2)F^2(j\omega)^2 - (i\pi\epsilon)^2\}] / \Delta$$

$$D'_{ij} = -\delta_{i0}(-1)^{(i+1)/2} \cdot 16\epsilon f_0(j\omega)^2 [(\gamma F^2 + 2)(i\pi\epsilon) - (-1)^i \cdot \{4(F^2 - 1)(j\omega)^2 / (i\pi\epsilon) - i\pi\epsilon\}] / \Delta$$

$$E_{ij} = 4f_0 F^2(j\omega)^3 \{4(\gamma + 2)(j\omega)^2 + \gamma(i\pi\epsilon)^2\} / \Delta$$

$$F_{ij} = -4F^2(j\omega)^2 [8(F^2 - 1)(j\omega)^4 + 2(\gamma + 2)^2(f_0 F)^2(j\omega)^2 - \{2(j\omega)^2 + (\gamma + 2)f_0^2\}(i\pi\epsilon)^2] / \Delta$$

$$E'_{ij} = \delta_{i0}(-1)^{(i+1)/2} \cdot 32\epsilon f_0 F^2(j\omega)^3 [(-1)^i(\gamma F^2 + 2) - \{4(F^2 - 1)(j\omega)^2 / (i\pi\epsilon)^2 - 1\}] / \Delta$$

$$F'_{ij} = -\delta_{i0}(-1)^{(i+1)/2} \cdot 16\epsilon F^2 [(-1)^i [4(F^2 - 1)(j\omega)^4 + 2(\gamma + 2)(f_0 F)^2(j\omega)^2 - \{(j\omega)^2 + f_0^2\}(i\pi\epsilon)^2] + 2f_0^2(j\omega)^2 \{2(\gamma + 2)F^2(j\omega)^2 / (i\pi\epsilon)^2 - 1\}] / \Delta$$