

II—22 河川水温と熱収支の近似計算について

北見工業大学 正員 佐渡公明

1. まえがき

河川水温は、水資源の利用計画の際に必要な検討項目の一つである。水温計算に当たっては、水温の非線形関数である全熱収支量をいかに解きうる形に近似するかが問題である。従来は、全熱収支量を水温の1次式で表わす方法が最もよく行なわれている。ここでは、水温の2次曲線で表わす方法を説明し、常呂川・若松大橋における熱収支観測結果にもとづき、1次近似と2次近似の比較を1時間滴下後の水温計算値を用いて行なう。

2. 基礎方程式

2-1 全熱収支量

河川の水面と河床を通して水体に作用する全熱収支量と各熱収支要素は、以下のように表わされる¹⁾。

$$H_T(\theta) = R_N + Q_H + Q_E + H_b + H_f + H_r + H_{tr} \quad \text{-----} \quad (1)$$

$$R_N = (1 - \alpha) I + 0.97 R_a - \varepsilon \sigma (\theta + \delta)^4, \quad Q_H = \alpha_H (\theta_{a2} - \theta)$$

$$Q_E = \alpha_E (e_2 - e_0), \quad H_b(m\Delta t) = 2 \sqrt{\frac{C_g \rho_g \lambda_g}{\pi \Delta t}} \left\{ \frac{\bar{\theta}_g - \theta_m}{2/m} + \sum_{i=0}^{m-1} \theta_{m-i} \Phi_{i,m} - \theta \right\} \quad (2)$$

$$H_f = \frac{\gamma_w}{j} i_f g, \quad H_r = C_w \rho_w r (\theta_r - \theta), \quad H_{tr} = \frac{C_w \rho_w g_{tr}}{B} (\theta_{tr} - \theta)$$

ここに、

H_T : 全熱収支量	θ : 水温	α_H : 顕熱伝達率	θ_{m-i} : $(m-i)\Delta t$ 前の水温
R_N : 純放射量	α : 水面のアルベド	α_E : 潜熱伝達率	g : 単位幅当りの流量
Q_H : 顕熱フラックス	ε : 水面の射出率	C : 比熱	r : 降雨量
Q_E : 潜熱フラックス	σ : ステファーン・ボルツマン定数	ρ : 密度	B : 水面幅
H_b : 河床伝熱量		λ : 熱伝導率	θ_r : 雨水の温度
H_f : 粘性逸散による熱量	δ : $= 273.15$	Δt : 時間間隔	θ_{tr} : 横流入水の温度
H_r : 水面降雨による熱量	θ_{a2} : 水面上2mの気温	$\Phi_{i,m}$: i と m の関数 ¹⁾	g_{tr} : 本川単位長さ当たりの横流入量
H_{tr} : 横流入水の移流熱	e_2 : 水面上2mの水蒸気圧	γ_w : 水の単位重量	
R_a : 大気長波放射量	e_0 : 水面の飽和水蒸気圧	i_f : 摩擦勾配	添字 g : 河床地盤
I : 全天日射量	$\bar{\theta}_g$: $m\Delta t$ 前の平均地温	j : 熱の仕事当量	添字 w : 河川水

顕熱・潜熱伝達率は、水面上2mの相対風速により強制対流の効果を表わし、水面上の飽和空気と水面上2mの湿潤空気との間の仮温度差により自由対流の効果を表わした修正 Shulyakovskiy 式¹⁾を用いるのがよい。顕熱・潜熱フラックスの算定には、水面上2mの相対風速、気温、水蒸気圧が必要である。水面上高さ z_1 の相対風速 V_{z1} 、気温 θ_{z1} 、水蒸気圧 e_{z1} と別の任意の高さ z_2 に変換するには、近似的に中立時に対する次の式(3)の対数分布則、または式(4)のべき法則を使えばよい。

$$\left. \begin{aligned} V_{z2} &= V_{z1} \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)} \\ \theta_{z2} &= \theta + (\theta_{z1} - \theta) \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)} \\ e_{z2} &= e_0 + (e_{z1} - e_0) \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{z2} &= V_{z1} \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^{0.15} \\ \theta_{z2} &= \theta + (\theta_{z1} - \theta) \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^{0.15} \\ e_{z2} &= e_0 + (e_{z1} - e_0) \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^{0.15} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

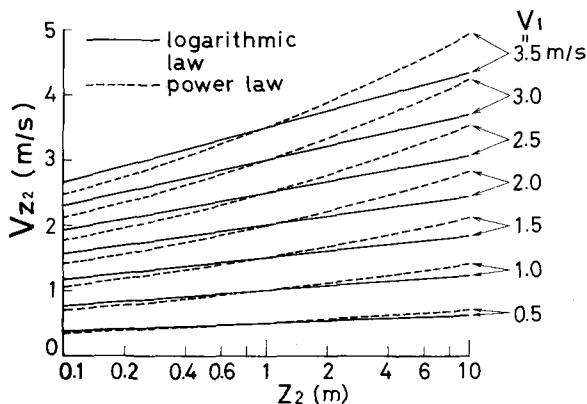


図-1 相対風速の高度変換

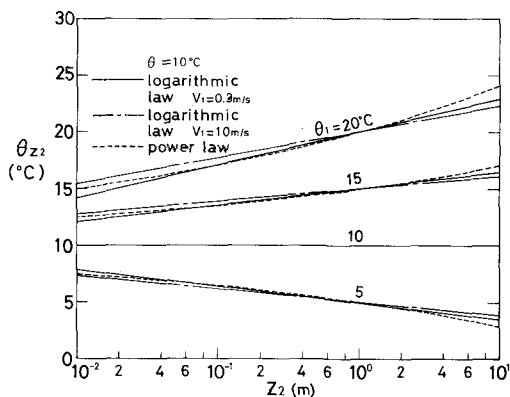


図-2 気温の高度変換

水面の空気力学的粗度 z_0 、気温および水蒸気圧分布に対する粗度高さ z_θ 、 z_q は、近藤のバルク輸送係数²⁾から得られる。なお、ここでは水温の流水方向の1次元解析を扱うので、水深方向に水温は一定であるとする。

図-1, 2, 3は、 $z_1 = 1\text{m}$ としたときの高度変換である。べき法則から得られる相対風速は、対数則の値に比べ変化が大きい。また、気温と水蒸気圧も $z_2 > 1\text{m}$ では、べき法則が対数則より大きく変化している。対数則では、相対風速 V_1 が大きいほど、気温・水蒸気圧の高度差が小さいことが分かる。

2-2 河川水温の近似解

河川水温の1次元解析では、温排水がない場合に乱流拡散の影響はほとんど無視でき、断面平均流速を U 、断面平均水深を h として、次式を解くことになる。

$$\frac{dx}{dt} = U \quad \text{上で} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{H_T(\theta)}{c_w \rho_w h} \quad \text{----- (5)}$$

式(5)を差分式に変形し、流下時間が1時間当たりの水温変化を図-4に示す。全熱収支量が大きく、水深が浅いほど水温変化が大きい。

さて、全熱収支量 $H_T(\theta)$ は、水温 θ の非線形関数である。これを線形化するために、基準温度 θ_B を用いてTaylor級数に展開し、1次の項まで取ると次のように熱交換係数 K と平衡温度 θ_1^* が得られる。

$$H_T(\theta) = K(\theta_B) \{ \theta_1^*(\theta_B) - \theta \} \quad \text{----- (6)}$$

$$K(\theta_B) = 4\epsilon\sigma(\theta_B + \delta)^3 + \alpha_H(\theta_B) - \alpha'_H(\theta_B)(\theta_{a2} - \theta_B) + \alpha_E(\theta_B)e'_0(\theta_B) - \alpha'_E(\theta_B)\{e_2 - e_0(\theta_B)\} + c_w \rho_w r + 2\sqrt{\frac{c_g \rho_g \lambda_g}{\pi \Delta t}} - \frac{c_w \rho_w g_{tr}}{B} \quad \text{----- (7)}$$

$$\theta_1^*(\theta_B) = \theta_B + \frac{H_T(\theta_B)}{K(\theta_B)} \quad \text{----- (8)}$$

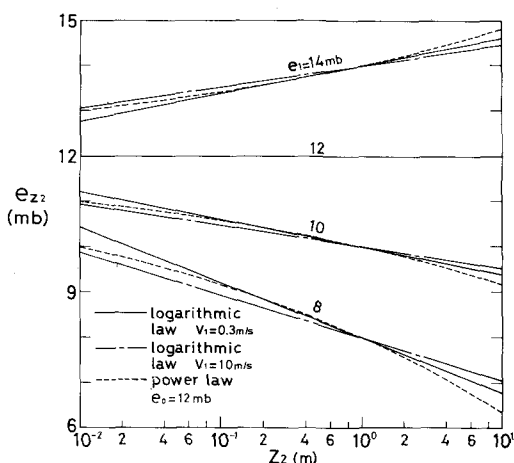


図-3 水蒸気圧の高度変換

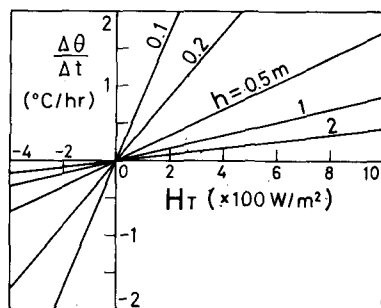


図-4 単位時間当たりの水温変化

基準温度は、そのときの実際の水温に近いほど、全熱収支量の近似誤差が少い。厳密な平衡温度 θ^* は、 $H_T=0$ を Newton-Raphson 法を用いて解くことにより得られる。式(6)を式(5)に代入し、気象条件が一定、等流の流れと仮定し、木塊の出発点 $x=x_0$ 、 $t=t_0$ で $\theta=\theta_0$ のもとに解くと、次のように解が得られる。

$$x = x_0 + U(t-t_0) \text{ --- (9)} \quad \theta = \theta_i^* + (\theta_0 - \theta_i^*) \exp \left\{ -\frac{K}{c_w \rho_w h} (t-t_0) \right\} \text{ --- (10)}$$

次に、全熱収支量の近似値をより精度のよいものにするために、水温の2次式について検討する。図-5に示すような断面の熱状態を表わす水温～全熱収支量のグラフにおいて、観測点を $A(\theta_{act}; H_{Tact})$ とする。気象条件と木理条件が一定のもとで、 θ_{act} と異なる水温 θ_α 、 θ_β に対する全熱収支量を $H_{T\alpha}$ 、 $H_{T\beta}$ とする。 $\theta \sim H_T$ 平面の3点、 $A(\theta_{act}, H_{Tact})$ 、 $B(\theta_\alpha, H_{T\alpha})$ 、 $C(\theta_\beta, H_{T\beta})$ を通る2次曲線を次式で表わす。

$$H_T = a\theta^2 + b\theta + c \text{ --- (11)}$$

θ_α と θ_β の決め方は、流下しながら水温が上昇するときは、観測値 θ_{act} より少し大きく取り、逆に水温が低下するときは θ_{act} より少し小さく取ればよい。平衡温度を用いて、 $\theta_{act} < \theta^*$ のとき流下に伴い水温が上昇し、 $\theta_{act} > \theta^*$ のとき水温が低下する。式(11)を式(5)に代入し、式(10)を求めたときと同じ条件で解くと次のように解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{(b - \sqrt{b^2 - 4ac})d - (b + \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a(1-d)} \\ d &= \frac{2a\theta_0 + b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a\theta_0 + b - \sqrt{b^2 - 4ac}} \exp \left\{ -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{c_w \rho_w h} (t - t_0) \right\} \end{aligned} \right\} \text{ (12)}$$

3. 常呂川・若松大橋における適用例

3-1 全熱収支量

常呂川中流の若松大橋(北見市)より下流83mを観測断面として、1982年8月9日18:00～8月16日16:00の期間熱収支観測を実施した。観測期間中、昼間の雲量が0～4と最も少く、水温日変化が最大の日(8月15日)である。この日の気象要素については、文献(3)を参照願うことにして、1時間平均の水温～全熱収支量の関係を図-5に示す。図中の数字、例えば10は、9～10時の1時間平均値を表わし、実線の出発点が9～10時の1時間平均の水温と全熱収支量を示す観測点である。

この1, 2, ..., 24の各点を結んだ多角形が観測地点における8月15日の熱状態を表現している。すなわち、1時間平均の最高水温が15～16時の25.4℃、最低水温が5～8時の17.5℃；全熱収支量の最大値は11～12時の1.03 ly/min = 722 W/m²、最少値は18～19時の-94.8 W/m²である。また、水温の最大・最少値が全熱収支量の最大・最少値より遅れて生じていることが分かる。各地の気候の特徴を表わすのに使われる、月平均気温と月平均湿度を両軸とするクライモグラフあるいは月平均気温と月降水量を両軸とするハイザーグラフのように、各河川の各地点の熱状態を示すグラフである。冬期間に近づくにつれて、 H_T 軸上を1周する扁平な形に接近していく。また、天気の悪い

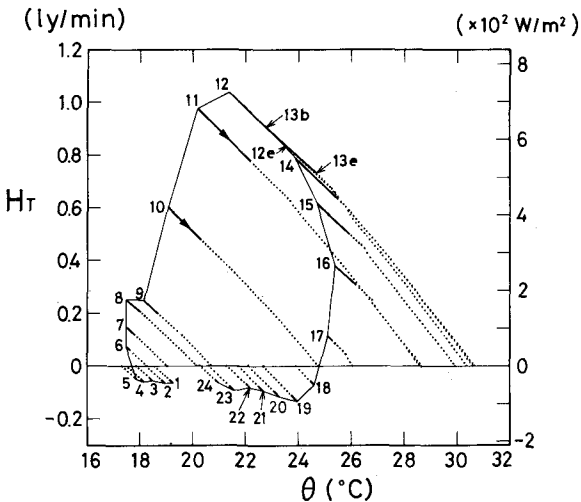


図-5 観測地点の水温と全熱収支量(1982年8月15日)

日には、対辺距離性の小さな多角形になる。

3-2 1時間流下後の水温

図-5において、観測地点より下流の水深と気象条件が観測地点の各1時間平均値と同じであると仮定すると水塊の流下に伴い水温は矢印のように変化し、1時間後には実線の端まで到達する。それ以後はドットで示しているが、 $H_T = 0$ との交点が平衡温度 θ^* である。 H_T が正のとき、流下しながら水温は上昇し、負のとき水温は低下している。昼間、気温が水温より高いとき接水気層は安定であるが、ドット線上で水温が増加し不安定になると顕熱・潜熱フラックスに自由対流の効果が現われてドット線の傾きが急に変化している。

水温計算で問題になるのは、1時間流下中の水温変化を示す図-5の実線を水温のどのような式で表わすかである。 $\theta_B = \theta_{act}$ とした式(6)の直線近似と、 $|\theta^* - \theta_{act}|$ が $0 \sim 0.5^\circ\text{C}$ のとき $\theta_\alpha = \theta_{act} \pm 0.25$, $\theta_\beta = \theta_{act} \pm 0.5$; 同様に $0.5 \sim 1.0^\circ\text{C}$ のとき $\theta_\alpha = \theta_{act} \pm 0.5$, $\theta_\beta = \theta_{act} \pm 1.0$; $1 \sim 2^\circ\text{C}$ のとき $\theta_\alpha = \theta_{act} \pm 1$, $\theta_\beta = \theta_{act} \pm 2$; 2°C 以上のとき $\theta_\alpha = \theta_{act} \pm 2$, $\theta_\beta = \theta_{act} \pm 4$ として係数 a , b , c を決めた式(11)の2次近似を比較すると、1時間流下後の水温計算値には差がなく図-6のようになる。このときの平均水深は 0.38 m である。図-6の水温の最大・最少値は平衡温度の最大・最少値より遅れて生じている。

図-7は、水深を変えた場合の1次近似と2次近似の比較である。水深が小さいほど1次近似の水温計算値が高くなっている。これは、図-5の実線、ドット線が上に凸の曲線であるのに対し、直線近似は観測点(実線の開始点)における接線のため H_T が大きくなり、式(5)より水深が小さいほど H_T の誤差が水温に影響するからである。流下時間が1時間のときの水温計算の場合、水深が極端に小さいとき以外は、1次近似と2次近似には差がないことが分かる。実測水温と平衡温度の差が大きく、水温変化の大きい河川ほど1次近似の誤差が大きい。

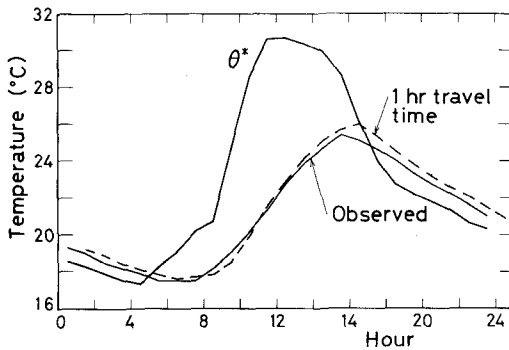


図-6 平衡温度と1時間流下後の水温

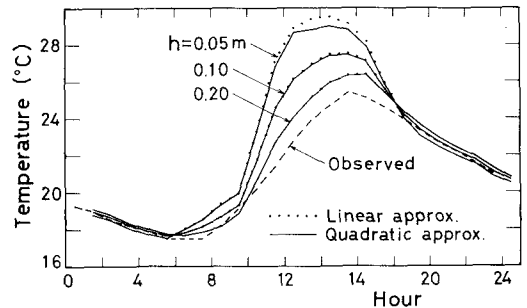


図-7 1次近似と2次近似の比較

4. 結語

以上、河川水の熱収支と水温の近似値について述べたが、要約すると次のようになる。

- 1) 水温と全熱収支量を両軸とするグラフにより、各河川の各地点の熱状態を表わすことができる。
- 2) 単位幅当たりの流量が小さい河川ほど水温変動が大きく、全熱収支量の直線近似は全熱収支量と水温計算値が大きくなる。

参考文献

- 1) 佐渡公明: 河川水の熱収支に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 330号, 1983-2.
- 2) 近藤純正: 海面と大気間の運動量・顕熱・水蒸気に対する輸送係数, 防災科学技術セン-9-研報, 10号, 1974.
- 3) 佐渡公明: 河川水の全熱収支量とその近似値に関する研究, 第29回水理講演会論文集, 1983-2.