

II-18 流域の地形構造と瞬間単位図法に関する研究

北海道大学工学部 正 員 藤田睦博
同 上 正員員 山岡 勲
同 上 学生員 川島 正

1. はじめに

降雨～流出系は、本質的には「遅れ系」である。Nash¹⁾は、このような「遅れ系」を線形タンクモデルで表現し、現在、実流域での流出計算に広く用いられている菅原のタンクモデルの基本的概念を与えている。しかし、Nashのモデルのタンクは、サブ流域の特性を表現し、菅原のタンクは流域の層構造を表現しているものと解釈ができる。したがって、両者のタンクモデルには本質的な差異があるものと著者らは考えている。

一方、Gupta²⁾らは、降雨～流出系の基本的特性である「遅れ系」を流域末端までの雨水の滞留時間の確率を与えることによって表現しようとしている。本研究は、Guptaらの手法をNashのタンクモデルの概念を用いて再評価し、流域の地形構造から瞬間単位図を誘導し、実流域への適用を試みたものである

2. 基礎理論

図-1 は、Guptaの手法をNashのタンク群を用いて説明したものである。図-1 は、本手法を説明するために想定した最大位数3の流域である。図中の A_{ui} は、位数 u の i 番目の部分流域の面積を示す。(b)は、(a)の河道網をタンクモデルに置換したものである。河道内への降雨量を見捨てると、雨は全て流域内の斜面上に降ることになる。位数 u の河道に隣接している斜面を c_u とすると、斜面 c_u に降った雨は全て位数 u の河道 s_u に流出することになる。図-1の例では、斜面 c_u に降った雨は、次の4通りの径路を経て流域の末端に止る。

Pass 1 $c_1 \rightarrow s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3$

Pass 2 $c_1 \rightarrow s_1 \rightarrow s_3$

Pass 3 $c_2 \rightarrow s_2 \rightarrow s_3$

Pass 4 $c_3 \rightarrow s_3$

(1)

斜面 c_u および河道 s_u をそれぞれ時定数の異なる線形タンクで表現できるものとする、図-1(b)が得られる。図において K_{ci} 、 K_{si} は、それぞれ位数 u の斜面および河道を表わすタンクの時定数を示す。また、図-1に示す6個の位数1の部分流域のうち5個の河道からの流出量は位数2位の河道に流入し、残りの1個の河道の流出量は位数3位の河道に流入している。図-1(b)の()内の数値は、この確率を示している。本論文では、以後この確率を p_{ij} と記し、位数 i から位数 j への遷移確率と呼ぶ。

一方、斜面 c_u の全流域面積に占める面積比 π_u は、次式で与えられるので

$$\pi_u = \frac{\sum_{i=1}^n A_{ui}}{A} \quad (2)$$

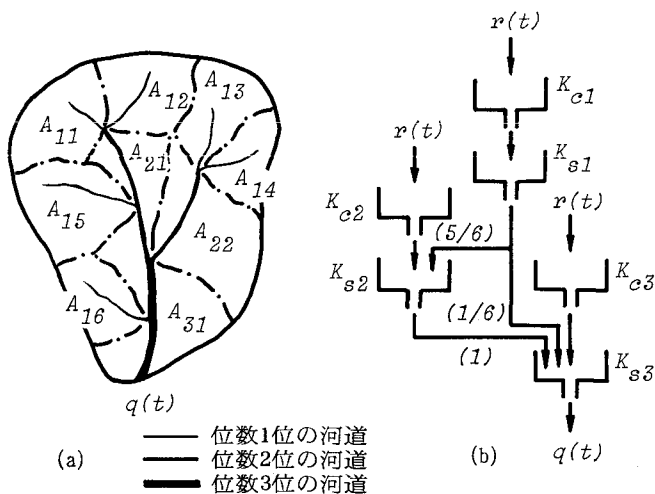


図-1 根定流域図とそのタンクモデル図

c_u に相当するタンクには $\pi_u p(t)$ の降面が入力される。図-1 (b) を数式化すると以下ようになる。
まず位数1の斜面、河道タンクを経由する流出 q_{c1}, q_{s1} は

$$q_{c1} = \frac{\pi_1}{K_{c1}} e^{-t/K_{c1}} = \pi_1 f_{c1}(t) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} q_{s1} &= \int_0^t \frac{1}{K_{s1}} e^{-t/K_{s1}} q_{c1}(t-\tau) d\tau = \int_0^t f_{s1}(\tau) \cdot \pi_1 f_{c1}(t-\tau) d\tau \\ &= \pi_1 (f_{s1} * f_{c1}) \end{aligned} \quad (4)$$

f_{c1}, f_{s1} は c_1, s_1 のタンクを表わし、 $*$ はたたみ込み積分を表わす。位数2の河道からの流出は、

$$\begin{aligned} q_{s2} &= \int_0^t \frac{1}{K_{s1}} e^{-t/K_{s1}} \{ q_{c2}(t-\tau) + p_{12} q_{s1}(t-\tau) \} d\tau \\ &= \pi_2 (f_{s2} * f_{c2}) + \pi_1 p_{12} (f_{s2} * f_{s1} * f_{c1}) \end{aligned} \quad (5)$$

q_{s2} は全て位数3の河道に流出される。以上と同様の操作をすれば

$$\begin{aligned} q_{s3} &= \int_0^t \frac{1}{K_{s3}} e^{-t/K_{s3}} \{ q_{c3}(t-\tau) + p_{23} q_{s2}(t-\tau) + p_{13} q_{s1}(t-\tau) \} d\tau \\ &= \pi_3 (f_{s3} * f_{c3}) + \pi_2 p_{23} (f_{s3} * f_{s2} * f_{c2}) \\ &\quad + \pi_1 p_{12} p_{23} (f_{s3} * f_{s2} * f_{s1} * f_{c1}) + \pi_1 p_{13} (f_{s3} * f_{s1} * f_{c1}) \end{aligned} \quad (6)$$

q_{s3} が全流域の流出 $q(t)$ を示している。以上の式を一般化すると次の瞬間単位図が得られる。

$$h(t) = \sum_{w \in W} (f_{x_1} * f_{x_2} * \dots * f_{x_k}) p(w) = \sum_{w \in W} \sum_{j=1}^k C_{j,k} \exp\{-t/K_{x_j}\} p(w) \quad (7)$$

$$w = \langle x_1, \dots, x_k \rangle \quad x_1, \dots, x_k \in \{c_1, \dots, c_n, s_1, \dots, s_n\}$$

$$\begin{aligned} C_{j,k} &= \{ (1/K_{x_1} \dots 1/K_{x_k}) (1/K_{x_1} - 1/K_{x_j}) \dots (1/K_{x_{j-1}} - 1/K_{x_j}) \\ &\quad (1/K_{x_{j+1}} - 1/K_{x_j}) \dots (1/K_{x_k} - 1/K_{x_j}) \}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

$p(w)$ は経路確率を意味し、 π_i, p_{ij} の積として次のように表わせる。

$$p(w) = \pi_i p_{i1} x_1 x_2 \dots p_{x_{k-1}} x_k \quad (9)$$

式(6)において、経路確率 $p(w)$ は流域の地形構造より定まる。したがって、各タンクの時定数 K_{ci} , K_{si} が与えられると $h(t)$ が求まる。いま、タンクの時定数として、斜面流域に対しては降雨の到達時間、河道に関しては平均流下時間を採用するものとする。流れが、斜面、河道ともManning則に従っているとすると

$$K_{ci} = (\bar{L}_{ci} \bar{r}^{-3/2} / \alpha_{ci})^{0.6} \quad (10)$$

$$K_{si} = \bar{L}_{si} / (\alpha_{si} h_{si}^{2/3}) \quad (11)$$

$$\alpha_{ci} = \sqrt{I_{ci} / n_c} \quad , \quad \alpha_{si} = \sqrt{I_{si} / n_s} \quad (12)$$

$\bar{L}_{ci}, \bar{I}_{ci}$: 斜面 c_i の平均斜面長 (m) およびその平均勾配 $\bar{r}$: 平均降雨強度
 $\bar{L}_{si}, \bar{I}_{si}$: 河道 s_i の河道長 (m) およびその平均勾配 n_c : 斜面の等価粗度係数
 n_s : 河道のManningの粗度係数 h_{si} : 径深

3. 実流域への適用とその考察

図-2 に示す天塩川上流部の岩尾内、名越橋、名寄真駒別流域について、上述の理論を適用した。各流域の地形量に関する諸元を表-1 に示す。また地形図で、位数 i から位数 j へ遷移する河道数を求め、結果を表-2 に示す。表-3 は各流域の経路と経路確率 $p(w)$ を示したものである。

一方、タンクの時定数を決定するには、 $\bar{L}_{ci}, \bar{I}_{ci}, \bar{h}_{si}, \bar{I}_{si}$ の値が必要である。 $\bar{L}_{ci}$ 、 $\bar{I}_{ci}$ については、藤田の理論³⁾ を用いて

$$\bar{L}_{ci} = 0.327A^{0.36} \sim 0.202A^{0.47} \quad (13)$$

$$\bar{I}_{ci} = 0.323A^{-0.165} \sim 0.411A^{-0.220} \quad (14)$$

A : 斜面流域の面積 (km^2)

$\bar{I}_{si}$ は河道長 $\bar{L}_{si}$ と河道高低差 $(\Delta h)_i$ を用いると次式で与えられる。

$$\bar{I}_{si} = \Delta h / \bar{L}_{si} \quad (15)$$

Δh : 河道高低差

なお、Yang⁴⁾ は Δh が位数に関係せず一定値をとることを報告している。 $\bar{Q}_i$ は河道断面形が矩形とする

と、
$$\bar{Q}_i = \bar{B}_i \bar{h}_{si} \bar{V}_i \quad (16)$$

$\bar{Q}_i$: 流量 $\bar{V}_i$: 平均流速 $\bar{B}_i$: 川幅

表-1 各流域の地形量

流域名	岩 尾 内			名 越 橋			名寄真駒別		
order	N_u	$\bar{L}_u (\text{Km})$	$\bar{A}_u (\text{Km}^2)$	N_u	$\bar{L}_u (\text{Km})$	$\bar{A}_u (\text{Km}^2)$	N_u	$\bar{L}_u (\text{Km})$	$\bar{A}_u (\text{Km}^2)$
1	101	1.379	1.824	137	1.594	2.011	136	1.700	2.514
2	21	3.388	2.324	366	2.658	3.011	36	5.989	3.162
3	6	5.709	6.877	10	7.840	15.039	10	5.185	8.235
4	2	11.271	18.007	4	7.303	15.282	3	20.140	31.345
5	1	3.001	4.881	1	14.100	34.975	1	17.100	69.906
流域面積	335.173 (Km^2)			630.388 (Km^2)			701.988 (Km^2)		

岩 尾 内

$i \backslash j$	2	3	4	5	N
1	81	8	11	1	101
2		19	2	0	21
3			4	2	6
4				2	2

名 越 橋

$i \backslash j$	2	3	4	5	N
1	108	15	11	3	137
2		34	0	2	36
3			10	0	10
4				4	4

名寄真駒別

$i \backslash j$	2	3	4	5	N
1	99	20	13	4	136
2		26	6	4	36
3			10	0	10
4				3	3

表-2 河道位数遷移表

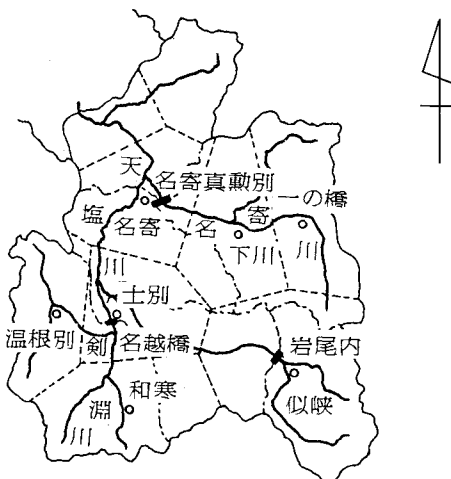


図-2 天塩川上流域概略図

Leopold⁵⁾は $\bar{B}_i$ と $\bar{Q}_i$ について次の関係を与えている。

$$\bar{B}_i = 5 \bar{Q}_i^{0.5} \quad \bar{B}_i: \text{川幅 (m)} \quad \bar{Q}_i: \text{流量 (m}^3/\text{sec)} \quad (17)$$

この式は、本来、沖積河川に関して成立するものであるが、ここでは山地上流域までも適用できるとした。また $\bar{V}_i$ はManningの平均流速公式を用いれば、 $\bar{h}_{si}$ は次のようになる。

$$\bar{h}_{si} = (\bar{L}_{si} \bar{Q}_i / \Delta h)^{3/10} (n/5)^{3/5} \quad (18)$$

ここで $\bar{Q}_i$ を次のようにおく。

$$\bar{Q}_i = \bar{r} \bar{A}_i t_r / t_q \quad (19)$$

$\bar{r}$: 平均降雨強度 $\bar{A}_i$: 位数iの集水面積 t_r : 降雨継続時間

t_q : 洪水継続時間

$\bar{A}_i$ は s_i 1本当りの背後にある流域面積である。これは表-2 から求められ、次のようにおける。

(b) 名越橋

Pass							$p(w)$
	c_u	s_u					
w_1	1	1	2	3	4	5	0.3254
w_2	1	1	3	4	5		0.0479
w_3	1	1	2	5			0.0191
w_4	1	1	4	5			0.0351
w_5	1	1	5				0.0096
w_6	2	2	3	4	5		0.1624
w_7	2	2	5				0.0094
w_8	3	3	4	5			0.2386
w_9	4	4	5				0.0970
w_{10}	5	5					0.0146

$$\bar{A}_i = \sum_{j=1}^{i-1} m_{ij} \bar{A}_j + \bar{A}_{ci} \quad (20)$$

m_{ij} : s_i に接続している s_j の平均数

$\bar{A}_{ci}$: c_i の面積

以上の式より K_{ci} , K_{si} を求められる。この例においては、各流域を通じて、 $n_c=0.5$ $n_s=0.06$ $t_r/t_q=0.3$ を仮定してまた岩尾内、名越橋に関しては $\bar{r}=0.5\text{mm/hour}$ 、名寄真敷別には $\bar{r}=2.0\text{mm/hour}$ を想定して計算した。高低差 Δh は、地形図から、岩尾内112m、名越橋65m、名寄真敷別90mを得た。以上の地形量等を用いて得られた瞬間単位図を図-4 (a)に示す。またこれより求めた単位時間 1 hour、降雨強度 1.0mm/hourの単位図を(b)に示す。

(a) 岩尾内

Pass							$p(w)$
	c_u	s_u					
w_1	1	1	2	3	4	5	0.2644
w_2	1	1	2	3	5		0.1322
w_3	1	1	2	4	5		0.0418
w_4	1	1	3	4	5		0.0289
w_5	1	1	3	5			0.0144
w_6	1	1	4	5			0.0595
w_7	1	1	5				0.0054
w_8	2	2	3	5			0.1256
w_9	2	2	3	4	5		0.0628
w_{10}	2	2	4	5			0.0198
w_{11}	3	3	4	5			0.0821
w_{12}	3	3	5				0.0410
w_{13}	4	4	5				0.1075
w_{14}	5	5					0.0146

(c) 名寄真敷別

Pass							$p(w)$
	c_u	s_u					
w_1	1	1	2	3	4	5	0.2560
w_2	1	1	2	4	5		0.0591
w_3	1	1	3	4	5		0.0716
w_4	1	1	2	5			0.0394
w_5	1	1	4	5			0.0465
w_6	1	1	5				0.0143
w_7	2	2	3	4	5		0.1171
w_8	2	2	4	5			0.0270
w_9	2	2	5				0.0180
w_{10}	3	3	4	5			0.1173
w_{11}	4	4	5				0.1340
w_{12}	5	5					0.0996

図-4は上述の単位図を用いて得た流量を実測値と比較したものであり、表-4は各洪水の生起年月日を示したものである。図-4において、実線が実測値、破線が計算値を示し、同時に中安の方法⁶⁾による計算値を・印で示している。実測値との比較において、名越橋ではきわめて良好な結果が得られた。他の二流域に関しては

表-3 各流域の経路と経路確率

ピーク流量が実際よりも、岩尾内で大きく、名寄真敷別で小さく出る傾向が認められるが、地形構造だけによって作成された単位図としては、実用的には十分の精度をもっているものと思われる。

タンクの時定数に関して、斜面流域では到達時間を、河道では平均流下時間を採用したが、これについては今後検討を要する問題である。

4. 結論

本論文は地形量のみから単位図を求める従来の総合単位図とその概念を同一にするものであるが、河道網構造を考慮することによって、従来の総合単位図を改良しようと試みたものである。図-4に示すように実用上は十分に精度をもつ単位図が得られた。本手法は基本的には線形流出解析法なので、流域面積の大きな名越橋、名寄真敷別での再現計算がより良好であった。

参考文献

- 1) Nash, J.E. : The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph, Intern. A soc. S i. Hydrology, Pub. 45, vol.3 pp114- 121, 1957 (Chow : Handbook of Applied Hydrology)
- 2) Gupta, V.K., Waymire, E. and Wang, C.T. : A Representation of an Instantaneous Unit Hydrograph From Geomorphology, Water Resources Reseach, vol16, No.5, pp855~862, October 1980
- 3) 藤田 陸博：流域の地形構造を考慮した貯留関数法に関する研究, 北海道大学 博士論文, 1982
- 4) Yang, C.T. : Potential energy and stream morphology, W.R.R., 7, 1971
- 5) Leopold, L.B. and M.G. Wolman : River channel patterns : Braided, Meandering and Straight, Geol. survey professional papcr 282-B, 1957
- 6) 土木学会編：水理公式集, 中安米蔵：本邦河川洪水のUnit Graphについて, 第7回建設省直轄技術研究会, pp333~346, 1953

図-3 各流域の瞬間単位図 (a) と単位図 (b)

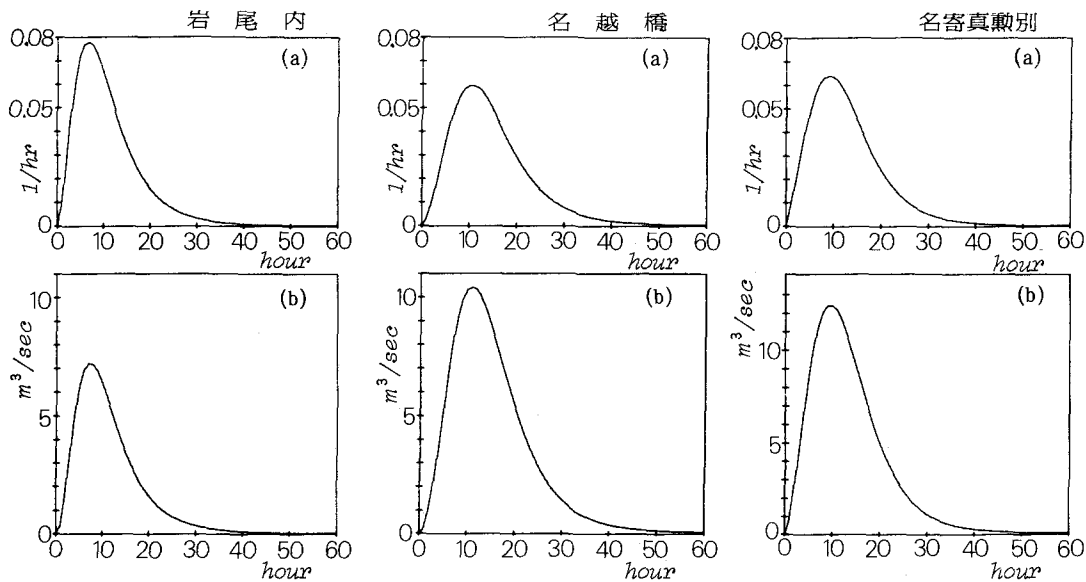


表-4 洪水生起年月日

岩 尾 内		名 越 橋		名寄真敷別	
洪水No.	生起年月日	洪水No.	生起年月日	洪水No.	生起年月日
1	昭34.9.27~29	1	昭33.8.20~22	1	昭33.8.20~22
2	昭37.7.31~8.2	2	昭34.9.6~8	2	昭37.9.8~9
3	昭37.8.3~5	3	昭36.7.25~28		

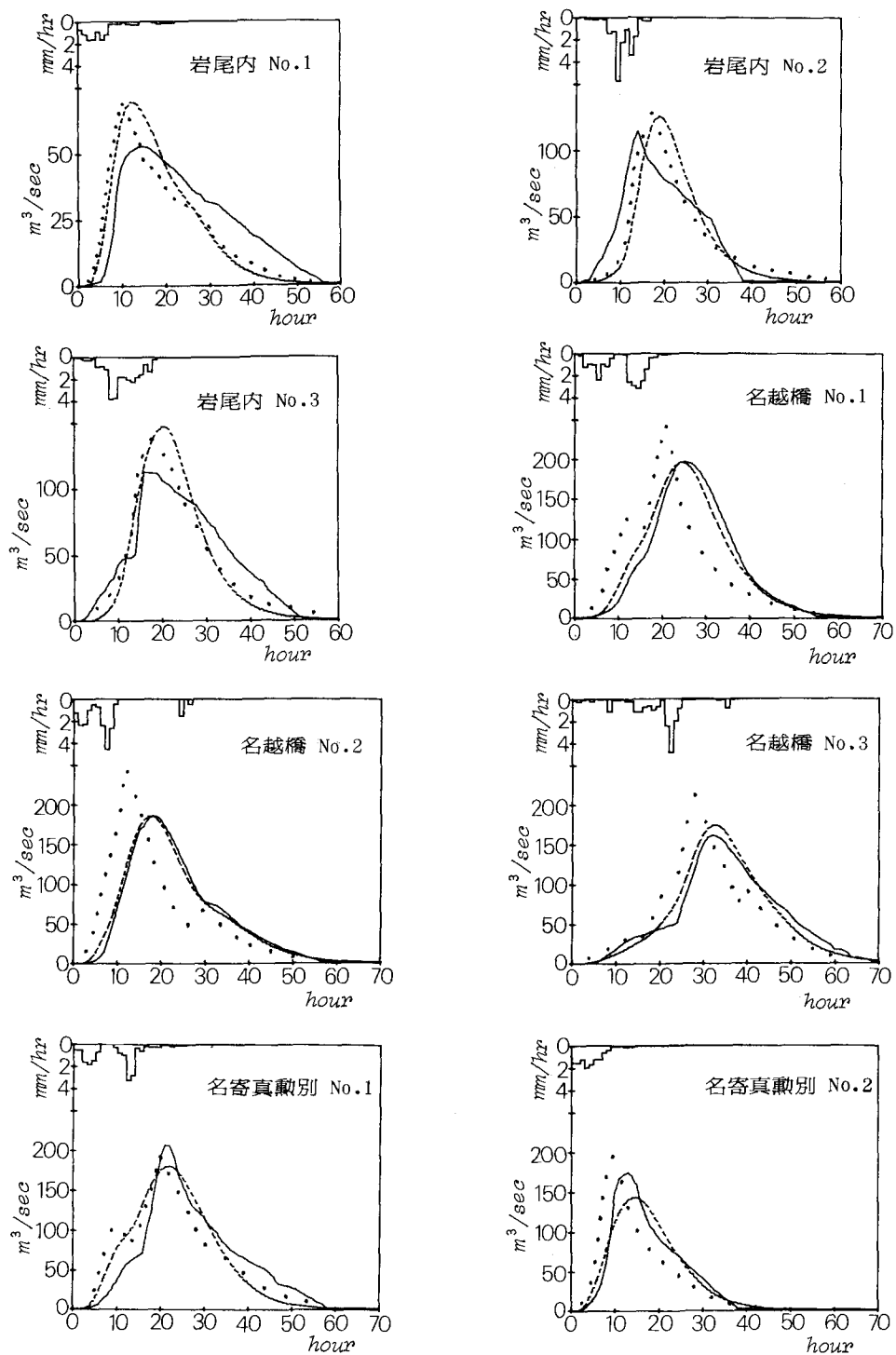


図-4 実流域への適用例