

II-17 斜面の構造と貯留関数法に関する研究

北海道大学・工学部 正員 藤田 睦博
 同 上 正員 山岡 勲
 同 上 学生員 丸山 隆英

1. はじめに

貯留関数法は、本邦の実流域の流出計算に広く用いられている手法である。最近になって、kinematic wave モデルとの関連性について研究され、パラメータの物理的意味も次第に明らかになってきた。¹⁾

流域内貯留量と流出量との関係は、周知のように2価性を示し、Prasad²⁾は、この2価性を直接表現できるような貯留方程式を提案し、木村³⁾は遅滞時間を考慮した貯留関数法を提案している。

著者らは、斜面上の流れを kinematic wave モデルで表現した際、kinematic wave モデルより理論的に、誘導された貯留方程式は、1価関数で近似でき、貯留量～流量の2価性は、河道効果に起因することを示唆してきた。⁴⁾ 本研究は、貯留量～流量の関係式における河道効果の影響を検討したものである。

2. 基礎式 (三角形斜面)

斜面および河道内流れに関する基礎式を次のように与える。

斜面

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_c}{\partial x} = r(t) \quad (1)$$

$$q_c = \alpha h^m \quad 0 \leq x \leq l_y$$

河道

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial y} = q_c \quad (2)$$

$$q_s = \beta a^\delta \quad 0 \leq y \leq b$$

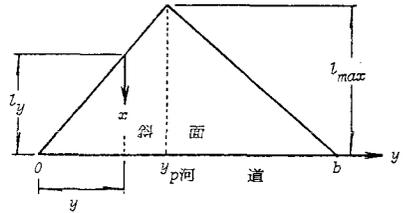


図-1 三角形斜面モデル

ここに、 t : 時間 h : 斜面上の水深 q_c : 単位幅流量 $r(t)$:

有効降雨量 l_y : 斜面長 x : 斜面上端からの距離 α, m :

kinematic wave 定数(斜面) a : 流積 q_s : 河道内流量 b : 河道長 y : 河道上流端からの距離

β, δ : kinematic wave 定数(河道)

実流域の斜面形状は非常に複雑であり、一般に斜面長 l_y は、河道の位置により変化している。いま、このような斜面を図-1に示すような三角形斜面で近似できるものとする、

$$l_y = \begin{cases} l_{max} \cdot y / y_p & 0 \leq y \leq y_p \\ l_{max} \cdot (y-b) / (y_p-b) & y_p < y \leq b \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 y_p : 最大斜面長の河道の位置 l_{max} : 最大斜面長

式(1)、(2)を藤田¹⁾の手法に従って無次元化する

$$x = x_* X \quad t = t_* T \quad r = r_* R \quad h = h_* H \quad q_c = q_{c*} Q \quad (4)$$

$$x_* = l_{max} \quad r_* = \bar{r} \quad t_* = (l_{max}^{-1-m} / \alpha)^{1/m} \quad h_* = (l_{max} \bar{r} / \alpha)^{1/m}$$

$$q_{c*} = l_{max} \bar{r} \quad \bar{r} : \text{基準となる降雨量}$$

式(4)において *印の量は無次元化基準量で、大文字の英字は小文字の英字の量の無次元量を示す。式

(4)を用いると式(1)は、

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial Q_c}{\partial X} = R$$

$$Q_c = H^m \quad (5)$$

$$0 \leq X \leq L_y = l_y / l_{max} \leq 1$$

また、斜面上の無次元貯留量 $S_c(T)$ は、

$$S_c(T) = \int_0^1 \int_0^{L_y} H(X,T) dXdY \quad (6)$$

$S_c(T)$ の無次元化基準量は、次式で与えられる。

$$s_{c*} = h_* x_* y_* \quad (7)$$

斜面からの無次元流出量は、

$$Q_c(T) = \int_0^1 Q(L_y, T) dY \quad (8)$$

無次元降雨 R が、継続時間の十分長い矩形降雨の時、定常状態における貯留方程式は、式(6) (8)より

$$S_c(T) = \frac{m^2}{(m+1)(2m+1)} z^{1/m} Q_c^{1/m} \quad (9)$$

一方、河道流に関する流れの基礎式(2)を式(3)の t_* 、 q_{c*} の無次元化基準量のほか、次の無次元化基準量を採用すると、

$$\alpha = \alpha_* A \quad q_s = q_{s*} Q_s \quad q_{s*} = \frac{l}{\max} b \bar{r} \quad \alpha_* = \left(\frac{l^{m+1} \bar{r}}{z/\alpha} \right)^{1/m} \quad (10)$$

式(2)は、結局次のようになる。

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial Q_s}{\partial Y} = Q_c$$

$$Q_s = \varepsilon A^\delta \quad \varepsilon = \beta \alpha_*^\delta / q_{s*}$$

$$0 \leq Y \leq 1 \quad (11)$$

河道内の無次元貯留量 $S_s(T)$ は、

$$S_s(T) = \int_0^1 A(Y, T) dY \quad (12)$$

$S_s(T)$ の無次元化基準量は、

$$s_{s*} = \alpha_* y_* \quad (13)$$

次に ε について検討する。図-2に示す矩形断面水路を考える。式(11)より ε は、

$$\varepsilon = \frac{\beta}{b} \left(\frac{l}{\alpha} \right)^{\delta/m} \frac{\delta}{l} \frac{\delta(m+1)/m-1}{\max} \bar{r}^{(\delta-m)/m} \quad (14)$$

Manning則に従うとすれば

$$q_s = 1/n_s i_s^{0.5} (1/d)^\gamma \alpha^{\gamma+1} \quad (15)$$

Manning則では、 $\gamma=2/3$ であるため、

$$m = \delta = \gamma+1$$

$$\alpha = 1/n_c i_c^{0.5} \quad \beta = 1/n_s i_s^{0.5} (1/d)^{m-1} \quad (16)$$

式(14)に式(16)を代入すれば、

$$\varepsilon = (1/b) \cdot \left(\frac{1}{n_s/n_c} \right) \cdot (i_s/i_c)^{0.5} \cdot (1/d)^{m-1} \frac{\delta}{l} \frac{\delta(m+1)/m-1}{\max} \bar{r}^{(\delta-m)/m}$$

$$N = n_s/n_c: \text{斜面と河道の粗度係数比} (<1)$$

$$I = i_s/i_c: \text{斜面と河道の勾配比} (<1)$$

$$D = d/b \quad E = d/l_{\max} \quad (17)$$

と置き、式(17)に式(18)を代入すると、

$$\varepsilon = D (1/N) I^{0.5} (1/E^m) \quad (18)$$

図-3は、式(18)の ε を図示したものである。図より、 ε は、およそ1.0から10.0の範囲をとることが明らかである。

3. 貯留方程式の誘導

図-4は、無次元継続時間 $T_R=2$ 、 $R=1, 2, 5$ の矩形降雨で、 $m=2$ 、 $\varepsilon=1$ 、 $Y_p=0$ としたときの、

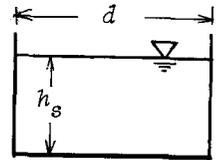


図-2 河道断面図 ($A=h_s \cdot d$)

斜面および河道の貯留量の和 S_t と、河道流出量 Q_s との関係を図示したものである。図-5は、図-4の $R=2$ に対応する河道流出量のハイドログラフを示す。なお、破線は式(8)の斜面流出量 Q_c を示し、これは、河道効果無視した場合のハイドログラフに相当している。先に示したように、河道の効果による貯留量～流量曲線における2価性が強く現われ、これを1価の貯留方程式で近似することは、困難である。また、貯留量～流量曲線における2価性は図-5に示すように、河道におけるハイドログラフの流下にもなう変形によることが大である。したがって、本論文では斜面と河道の2つの貯留方程式を考える。すなわち、斜面に関しては、すでに貯留方程式が1価関数で近似できることは明らかなので、三角形斜面流域では、式(9)のように表わせる。一方、河道における貯留方程式は、次のように表わせる。矩形降雨のとき、定常状態における流出量 Q_s は、式(11)より

$$\int dQ_s = \int_0^Y Q_c dY \quad (19)$$

したがって、式(5)において定常状態における Q_c を求め、式(19)を考慮することにより、次式を得る。

$$A = (1/2\varepsilon)^{1/m} (RY^2)^{1/m} \quad (Y_p=1)$$

$$A = \begin{cases} (1/2\varepsilon)^{1/m} (RY^2/Y_p)^{1/m} & (Y < Y_p) \\ (1/\varepsilon)^{1/m} \{0.5Y_p^2 - (0.5Y^2 - Y - 0.5Y_p^2 + Y_p)/(1 - Y_p)\}^{1/m} & (Y > Y_p) \end{cases} \quad (20)$$

$$A = (1/\varepsilon)^{1/m} (Y - 0.5Y_p^2)^{1/m} \quad (Y_p=0)$$

式(20)を式(12)に代入することにより定常状態における無次元貯留量 $S_s(T)$ は、次のように求まる。また、このときの

$$Q_s = \frac{1}{2}R \quad (21)$$

である。式(20)の第2式の積分は困難なので、数値計算より次式を得た。

$$K = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{1/m} \cdot \{(-0.04736Y_p^3 + 0.13565Y_p^2 - 0.01853Y_p + 0.1703) \cdot \ln(m) - 0.33332Y_p + 0.66665\} \quad (22)$$

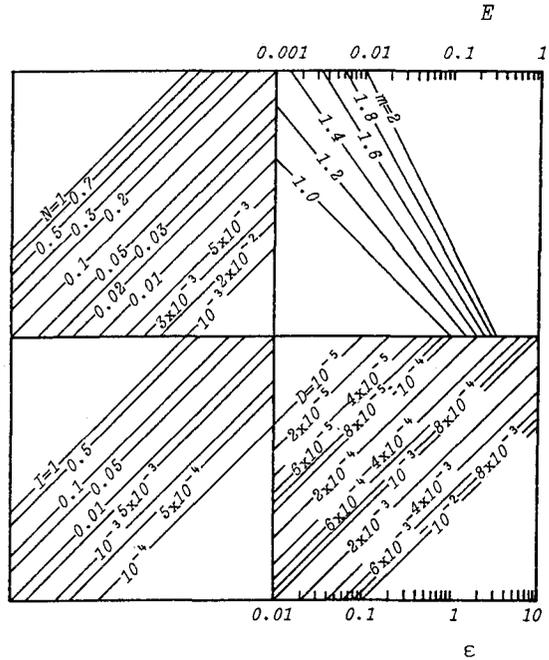


図-3 係数 ε

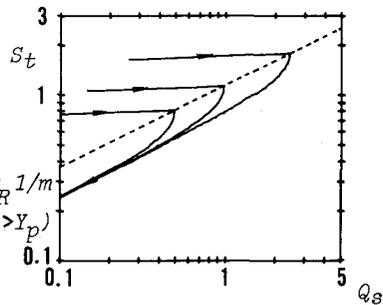


図-4 $S_t - Q_s$ 曲線
($m = 2.0$ $\varepsilon = 1.0$ $Y_p = 0$)

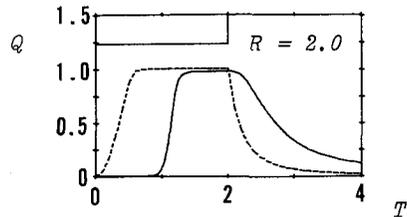


図-5 $Q - T$ 曲線
($m = 2.0$ $\varepsilon = 1.0$ $Y_p = 0$)

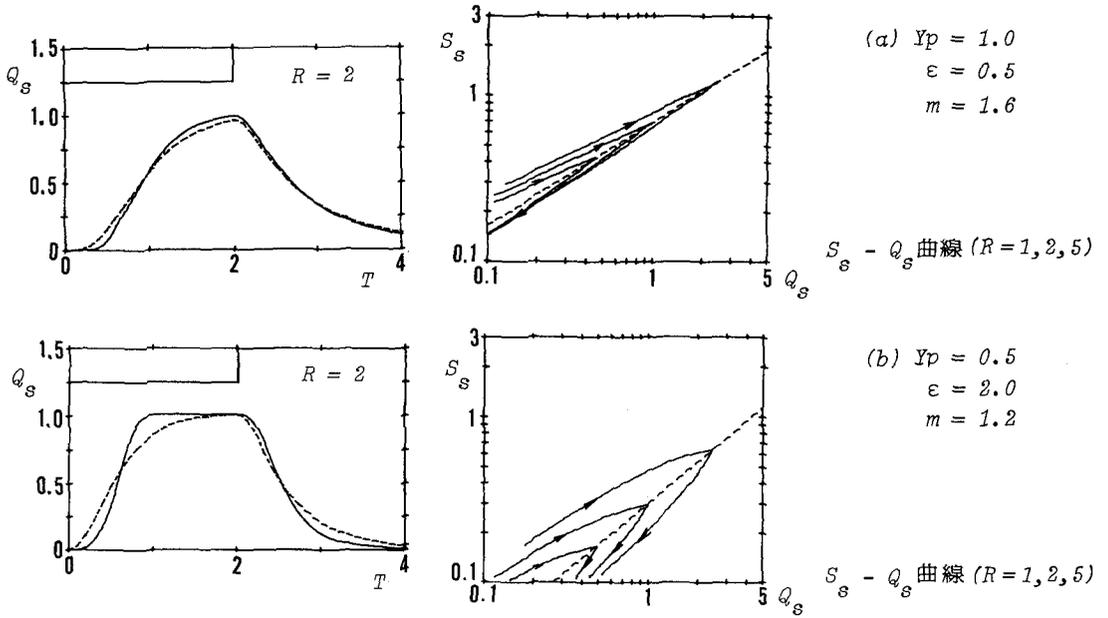


図-6 Kinematic Waveモデルと、貯留型モデルとの比較 (矩形降雨、 $T_R = 2$)

実線：Kinematic Waveモデル

破線：貯留型モデル

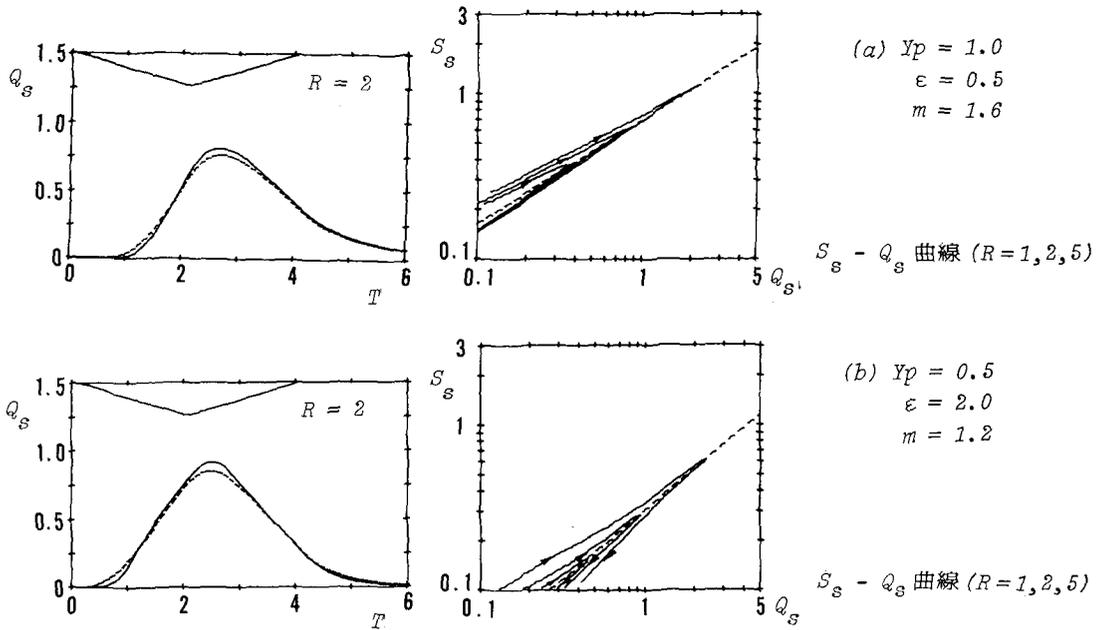


図-7 Kinematic Waveモデルと、貯留型モデルとの比較 (三角形降雨、 $T_R = 4, T_P = 2$)

実線：Kinematic Waveモデル

破線：貯留型モデル

したがって、河道内の流れに関して式(22)の貯留係数 K を用いると、次の貯留方程式が得られる。

$$\frac{dS_s}{dT} = Q_c - Q_s \quad (23)$$

$$S_s = K Q_s^{1/m}$$

図-6,7は、矩形降雨、三角形降雨について、kinematic wave モデルと、式(23)の貯留モデルの解を比較したものである。式(23)の第2式の貯留方程式は、実用上十分な精度をもっていることがわかる。なお、図-6,7の貯留量～流量曲線における破線は、式(23)の第2式を図示したものである。

これまでの結果は、いずれも無次元表示によるもので、これを次元のある量に書き直す。斜面流域に関しては、

$$\frac{ds_c}{dt} = r(t) - q_c \quad \alpha: \text{メートル/秒 単位} \quad (24)$$

$$s_c = \frac{2m^2}{(m+1)(2m+1)} \left(\frac{1000^{m-2} l}{3.6\alpha} \right)^{1/m} q_c^{1/m}$$

l : マートル
 q_c : mm/hr
 s_c : mm
 q_s : mm/hr
 s_s : mm

また、河道に関しては、

$$\frac{ds_s}{dt} = q_c - q_s \quad (25)$$

$$s_s = 2l \left(\frac{1000^{m-2}}{7.2\alpha} \right)^{1/m} K q_s^{1/m}$$

の貯留関数法が得られる。

4. 実流域における解析

上述の貯留関数法を豊平川一の沢流域に適用した結果を示す。図-8は、一の沢流域の概要である。この流域は、本流の豊平川、支流の薄別川、白井川、小樽内川の4河川が一の沢地点の直上流で合流しており、図-8に示すように流域をこれら河川によって4分割した。各部分流域の地形量を表-1に示す。ここで採用した水文資料については、岸⁵⁾がすでに kinematic wave モデルを用いて解析しており、斜面の等価粗度係数 n_c については、その値をそのまま用いた。河道の粗度係数 n_s は全て 0.07 とし m の値は流れがManning則に従っているものとして 1.6 を採用した。表-2は、表-1の地形量をを用いて計算した各流域の貯留係数を一括してまとめたものである。



表-1 一の沢流域地形データ

n_c NO.10 0.6 NO.11 0.8
 n_s NO.10 0.07 NO.11 0.07
 total A = 423 (km²) m = 1.6

	豊平川		薄別川		白井川		小樽内川	
	左岸	右岸	左岸	右岸	左岸	右岸	左岸	右岸
A (km ²)	53.78	75.18	46.53	19.88	48.47	45.66	76.36	37.79
b (km)	29.33	35.82	20.27	16.48	23.41	22.35	25.05	21.49
τ_c	0.138	0.146	0.197	0.190	0.220	0.223	0.188	0.183
τ_s	0.014	0.014	0.011	0.011	0.012	0.012	0.021	0.021
l_y (km)	3.67	4.20	4.59	2.39	4.14	4.09	6.10	3.52
l_p (km)	14.93	13.39	11.09	7.42	8.16	13.28	7.84	5.07
l_p	0.51	0.18	0.55	0.45	0.35	0.59	0.36	0.24
d (m)	30	30	15	15	20	20	25	25
ϵ (NO.10)	6.02	5.96	14.22	6.12	8.41	8.64	18.34	8.86
ϵ (NO.11)	8.01	7.92	18.91	8.14	11.18	11.49	24.40	11.78

図-8 一の沢流域地形概略図

図-9は計算結果を示したものである。破線は、式(24), (25)を用いて各部分流域の流出量を合計して、流域全体の流量を求めたものである。鎖線は、河道効果を全く無視し、式(24)だけを用いて各部分流域の流出量を合計したものである。河道効果は両計算値の比較によってよく理解できる。

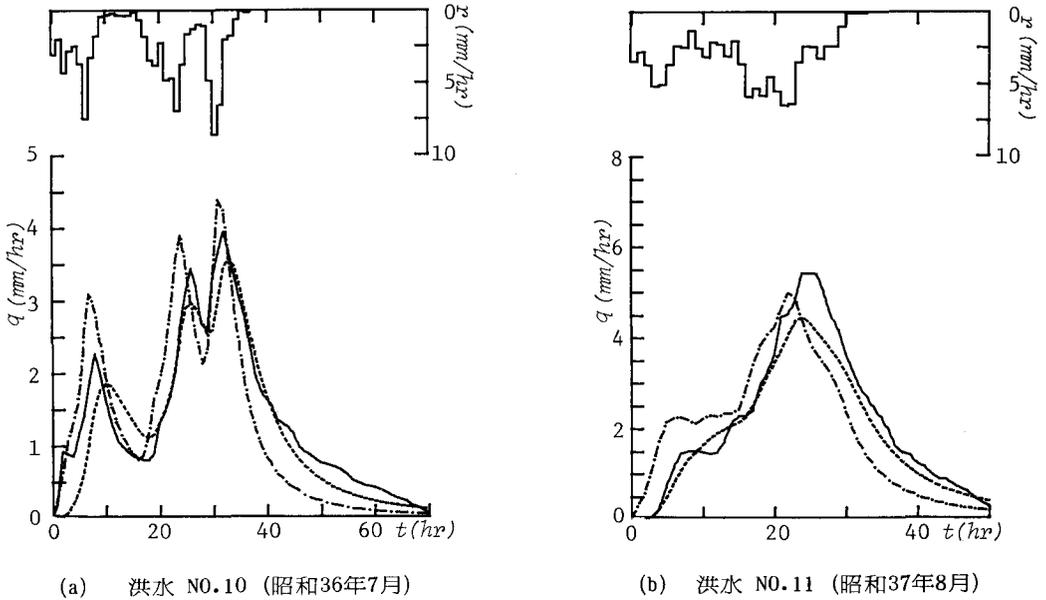


図-9 一の沢流域における実測流量と計算値との比較

実線：実測値
 破線：河道効果を考慮した計算値
 一点鎖線：河道効果を無視した計算値

		豊平川		薄別川		白井川		小樽内川	
		左岸	右岸	左岸	右岸	左岸	右岸	左岸	右岸
NO.10	Kc	8.539	9.128	8.786	5.910	7.958	7.865	10.65	7.619
	Ks	4.506	5.684	2.655	1.878	3.687	3.179	3.016	3.599
NO.11	Kc	10.22	10.93	10.52	7.074	9.526	9.414	12.75	9.117
	Ks	4.512	5.696	2.660	3.210	3.694	3.185	3.020	3.606

表-2 一の沢流域における貯留係数

Ks : (25)式

Kc : (24)式

参考文献

- 1) 藤田睦博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第314号, 1981
- 2) Prasad, A. : A nonlinear hydrologic system response model, Proc. ASCE, Vol. 93, No. HY4, 1964
- 3) 木村俊晃：貯留関数法 III-I, 土木技術資料, 4, No. 4, 1962
- 4) 藤田睦博：流域の地形構造を考慮した貯留関数法に関する研究, 北海道大学 博士論文, 1982
- 5) 岸力：豊平峽ダムの計画洪水量の計算, 北海道大学河川研究室委託研究報告, 1968