II—16　山地河川における流量の短期予測について

室蘭工業大学　正員　藤　間　聡

1. ま　え　が　き

流出流量の予測を目的とした解析モデルには、物理モデル[1]、GMDH[2](Group Method of Data Handling)、統計モデル[3]など数多くのものが提案され実用化されている。一般に、物理モデルの多くは、流域特性を表わすパラメタを試行錯誤的に同定せざるを得ないため、流量予測にはモデルの構造に関する先験的な情報を必要としないモデルが多用されている。

本研究は、代表的な物理モデルとしてタンクモデル[4]、統計モデルとしてGMDHの異なる2モデルを選びこれらを胆振幌別川山地流域の洪水流量予測に適用し、各モデルの得失及びその有効性の検討を行なうものである。

2. 流量予測手法の定式化

2. 1　タンクモデル

タンクモデルは、決定論的システムモデルでタンク数、タンクの孔数及び側孔高を変化させることにより、解析対象流域の降雨量と流量の非線型関係を表現する手法である。このモデルは非線型性の強い豪雨時流出にも側孔数を増加することにより容易に追従できるが、パラメタの同定に難点がある。例えば、3段タンクではパラメタ数12個、4段では16個存在する。

洪水時の即時的流出予測においては、時々刻々得られる観測データが予測流量に逐次組込れることが必要であり、また予測した流量の精度があらかじめ明らかであることが望しい。このような要件を満たす手法としてFiltering 理論がある。このFiltering 理論をタンクモデルに適用して流量予測を行う。

タンクモデルは予測に必要な最小二乗推定値が得られないが、胆振幌別川の洪水到達時間T＝1～2時間を考慮して、非線型Smoothing により定式化を行なう。

本研究においては、モデルは3段タンクからなるものとする。モデルの計算式にもとづき状態方程式は次式で表わされる。

$$X(k) = F \cdot X(k-1) - G \cdot (f(X(k-1)) - R(k) + W(k)) \quad \cdots (1)$$

ここで、X(k)：タンク内貯留高、R(k)：流域雨量、W(k)：不規則入力を示す。

$$X(k) = (X1(k), X2(k), X3(k))' \qquad R(k) = (R(k), 0, 0)' \qquad W(k) = (W1(k), W2(k), W3(k))'$$

$$f(X(k)) = \begin{vmatrix} \alpha 1 \cdot I(X1-h1) + \alpha 2 \cdot I(X1-h2) \\ \alpha 3 \cdot I(X2-h3) \\ \alpha 4 \cdot I(X3-h4) \end{vmatrix}$$

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \beta 1 & 1 & 0 \\ \beta 1\beta 2 & \beta 2 & 0 \end{vmatrix} \qquad F = \begin{vmatrix} 1-\beta 1 & 0 & 0 \\ \beta 1(1-\beta 1) & 1-\beta 2 & 0 \\ \beta 1\beta 2(1-\beta 1) & \beta 2(1-\beta 2) & 1 \end{vmatrix}$$

ここで、α：側孔係数、β：底孔係数、h：側孔高をそれぞれ示し、1段タンク：$\alpha 1, \alpha 2, \beta 1, h1, h2$ が諸元で2個の側孔を有し、添字1 側孔が2 側孔より高く位置する。2段タンク：$\alpha 3, \beta 2, h3$、3段タンク：$\alpha 4, h4$ とする。また、kは時刻を表わす。

次に流量を与える観測方程式は1時間前の流量との合成を考慮して次式で表わす。

$$Y(k) = a \cdot g(X(k)) + b \cdot g(X(k-1)) - V(k) \quad \cdots (2)$$

ここで、a,b：k 時流量とk−1 時流量の割合を示す係数、V(k)：誤差(観測雑音)。

$$g(X(k)) = \alpha 1 \cdot I(X1-h1) + \alpha 2 \cdot I(X1-h2) + \alpha 3 \cdot I(X2-h3) + \alpha 4 \cdot I(X3-h4)$$

$$I(X(k)) = \begin{cases} X(k) & X(k) \geqq 0 \\ 0 & X(k) < 0 \end{cases}$$

と定義する。また′は転置マトリックスを示すものとする。

流量予測モデルが、状態方程式(1)式、観測方程式(2)式で決定されたので、降雨量及び流量の観測

データに基づいて貯留高を最適化した後流量を予測する。ここで(1)及び(2)式に含まれる X(k) W(k),V(k)の確率過程に関する平均、分散を次式で定義する。

$$\begin{aligned}&E(W(k))=\overline{W(k)},\ E(V(k))=\overline{V(k)},\ E(X(0))=\overline{X(k)}\\&E((X(0)-\overline{X(0)})(X(0)-\overline{X(0)})')=P\\&E((W(k)-\overline{W(k)})(W(k)-\overline{W(k)})')=S(k)\delta(k-\tau)\\&E((V(k)-\overline{V(k)})(V(k)-\overline{V(k)})')=T(k)\delta(k-\tau)\end{aligned} \quad \cdots (3)$$

他の共分散はすべて0とする。

このモデルは、状態方程式、観測方程式とも非線型であるので直接的に(k)時刻の観測データを使用して(k−1)時刻の貯留高 X(k−1)の最小二乗推定値を求められないため有本の方法[5)]を使用した。

この方法は、非線型Smoothing の解は拘束条件(1),(2)式のもとで次の動作指標J(n)を最小にするX, W,V を求める問題と等価になるとするものである。

$$J(n)=\frac{1}{2}\|X(0)-\overline{X(0)}\|^2 P^{-1}+\frac{1}{2}\sum_1^n\|W(k)-\overline{W(k)}\|^2 S^{-1}+\frac{1}{2}\sum_1^n\|V(k)-\overline{V(k)}\|^2 T^{-1} \quad \cdots (4)$$

ここで、(4)式の最小化を求めるアルゴリズムを要約すると次のようになる。

1) 状態及び観測方程式の制約のもとに J(n) のgradientを計算するためHamiltonian を定義する。

$$H(n)=-J(n)+\sum\lambda 1(k)\cdot(X-F\cdot X+G\cdot(f-R+W))+\sum\lambda 2(k)\cdot(Y-a\cdot g-b\cdot g+V) \quad \cdots (5)$$

ここで、$\lambda i(k)$, $k=1\sim n$：補助変数。

2) 適当なX(0),W(k),R(k)を初期値として与えX(k)を(1)式から求め、そののち(2)式からV(k)を計算する。次にH(n)をX,V等で微分し、補助変数λiの満足すべき式を導びく。

3) λiを逆順に求め、このλiを用いて $\partial H(n)/\partial W$, $\partial H(n)/\partial X$を算出する。

4) J(n)を計算し最小値か否かを判定する。最小値でなければ、$X=X+\varepsilon 1\cdot\partial H(n)/\partial X$, $W=W+\varepsilon 2\cdot\partial H(n)/\partial W$, (εi：微小正定数) により値を修正し、1) ステップに戻り逐次近似的に解く。

このように、k=0 からk=kまでの観測データを得て、現時点k より過去の貯留高(流量)Xの最適な推定量を求めるSmoothing 法により流量予測が行なえるのは、河川の出水の遅れに基づく。胆振幌別川の出水の遅れは約2時間である。このことから現時点の降雨は2時間後に流量として出現するので、Smoothing により得られた現時点の流量は、胆振幌別川に限れば2時間後の流量を示すことになる。

2. 2 G M D H (Group Method of Data Handling)

GMDH はシステム構造が、非常に多くのパラメタや変数を含むためモデル化が困難な場合にシステムをブラックボックスとみなしてモデル化を行なう方法である。

このモデルを用いて複雑な現象過程を推定するため、一般に次のモデル式を定義する。

$$Y=\alpha 0+\sum\alpha iXi+\sum\sum\alpha ijXiXj+\sum\sum\sum\alpha ijkXiXjXk+\cdots \quad \cdots (6)$$

ここで、Yは(k)時点の流量、Xi,Xjは(k−1)時点以前の降雨量、流量の時系列データである。

上記の(6)式において、入力変数Xi,Xjのランダムな結合は無数に存在するため、αi等を直接決定することは計算量が膨大になり実際上不可能となる。このため、入力変数Xi,Xjの2個の適当な組合せを行ない、次式で示される中間変数Zkを定義し、このZkの組合せの中でY を最もよく近似する組合を選択する方法をとることにする。

$$Zk=a_{k1}+a_{k2}Xi+a_{k3}Xj+a_{k4}Xi^2+a_{k5}Xj^2+a_{k6}XiXj \quad \cdots (7)$$

ここで、GMDH の基本的アルゴリズムを要約すると以下のようになる。

1) Yに関係すると思われる入力変数Xをできるかぎり選び出す。

2) Yと各入力変数Xの相関をとり、相関係数の大きなXを有用入力変数としてN個採用し、相関係数のの小さいものは有害入力変数として捨てる。

3) 現時点まで得られている観測データをtraining用データとchecking用データとの2組に分割する。

データの分割法はtraining用とchecking用を交互にふり分ける方法と分散の大きなほうをtraining用に、分散の小さいほうをchecking用にする方法が考えられる。本研究においては前者を採用した。

4) ステップ2において選択されたN個の入力変数のうち2個の組合せに対し(7) 式により中間変数Zk(k=1,2,・・,N(N−1)/2) をつくる。式(7)の右辺の係数a_{k1}, a_{k2}, ・・, a_{k6} はtraining用データを使用して二乗平均誤差を最小にするように決定する。

5) ステップ4で決定した係数を用いて今度はchecking用データで中間変数Zkを計算し再び二乗平均誤差を求める。算出した二乗平均誤差の最小値から順にM個の中間変数採用し残りは捨てる。

6) Xi=Zi,Xj=Zjとしてステップ4に戻り、次の中間変数を計算を行なう。以下ステップ4〜6を繰返し中間変数を選択していく。

7) ステップ5において二乗平均誤差の最小値が前回の最小二乗平均誤差を越えた時に計算を止め、その中間変数を逆順してもとの変数Xi,Xjに戻し(6)式のYの形を決定する。

3. タンクモデル、GMDHの実流域への適用

3.1 対象流域の概要

対象流域として登別地方にある胆振幌別川流域を選んだ。この流域は流域面積A=104.7km^2、最長河道距離L=17.6kmで平均高度700mの分水レイ囲まれた南北15km、東西11knのほぼ扇状形流域である。流域の90%は山地部で大部分が森林で占めており、市街地及び畑地は最下部の狭小な沖積地に限られている。また、この流域の平均高度、中位高度はそれぞれ325m、310mである。

本研究で用いる観測資料は、降雨量については流域のほぼ中央部に位置する標高350mの鉱山町降雨観測所で収集されたデータを、流量は河口から約4 km上流の標高40m にある幌別ダムで観測された流観データを使用する。観測データはいずれも昭和43年から得られている。

3.2 タンクモデルの同定

タンクモデルに含まれるパラメタは、過去の洪水流出を求める際に決定論的モデルとして扱ったときのパラメタをそのまま固定して用いた。

タンク	パラメタ	
1	$\alpha1=0.06$, $\alpha2=0.06$, $\beta1=0.25$, $h1=15.0$, $h2=2.5$	
2	$\alpha3=0.10$, $\beta2=0.10$, $h3=3.00$	・・・(8)
3	$\alpha4=0.04$	

ここで、αi,βiの単位は1/hr、hiはmmである。

上記の係数を(1)及び(2)式のf、G、F、gに代入することにより定式化ができる。

3.3 GMDHの同定

このGMDHを水文資料の少ない小河川にも適用可能にするため、市販の小容量のマイコン(NEC,PC−6000)を使用してプログラミングを行なった。(6)式を同定するために、昭和44年10月1日〜4日の観測データを使用し同定後昭和43年5月13日〜14日の流量予測を行なうことにする。

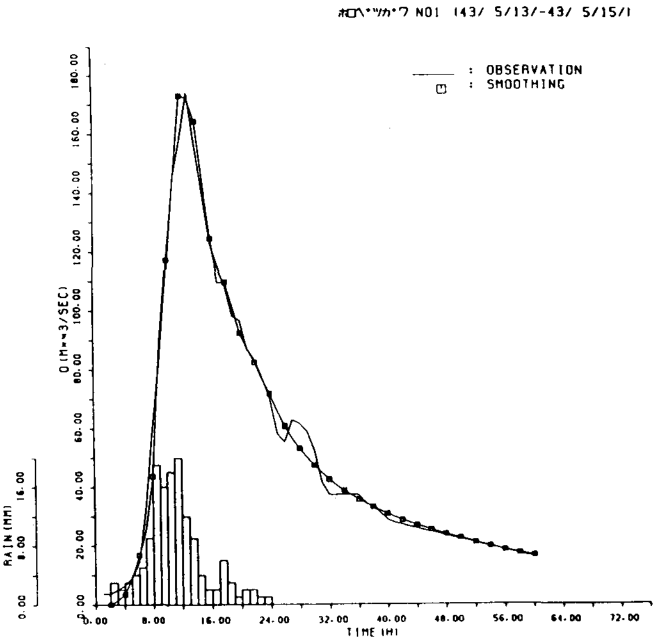
入力変数は、降雨量X(k) 、流量Y(k) を採り使用計算機が小容量であることを考慮して、X(k−1) X(k−2)、Y(k−1)、Y(k−2) の4個とする。また、(7)式で示される中間変数Zk=4(4−1)/2=6個とし、計算終了まで6個に固定する。以下に得られた中間変数の一部を示す。

Input Variables	$X1=X(k-1)$, $X2=Y(k-1)$, $X3=X(k-2)$, $X4=Y(k-2)$
1st Layer	$Z1=-11.740+0.335X4+10.122X2+1.87\times10^{-3}X4^2-0.056X2^2-0.330X4X2$
	$Z2=-12.998+0.096X3+9.662X2+5.578\times10^{-3}X3^2+0.055X2^2-0.064X3X2$
2nd Layer	$z1=47.918+0.819Z4-0.026Z1-1.396\times10^{-3}Z4-7.163\times10^{-5}Z1-7.73\times10^{-5}\times Z4Z1$
3rd Layer	$w1=66.880+0.235z2-0.544z1+3.445\times10^{-3}z2^2-1.576\times10^{-3}z1+0.013z2z1$
Predicted Var.	$Y=w1$

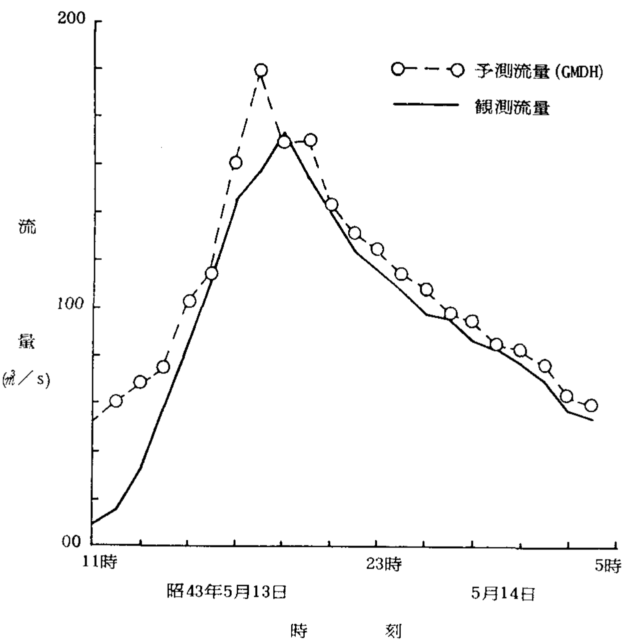
4. 流量予測の結果と考察

タンクモデルによる流量予測の結果を図－1に示す。この計算において、式(3)で示すV,W の平均を0、分散 1と仮定している。同図において、実測値の時系列特性を計算値が非常に精度良く推定されていることが認められる。初期タンク貯留高X(0)に関して十数例について推定した結果ほぼ 0となり、これから流域の地質状態を考えると、地表面から浅いところにある土は非常に浸透性に富み、降雨が止むとすみやかに水がひく同流域の特性に合致している。以上の結果から出水の遅れ時間を精度よく把握できるとダンクモデルを用いた非線型Smoothing により充分な精度で流量が予測できる。

一方、G M D H により同一の出水過程を解析した結果を図－2に示してある。ただし、この図は図－1中の降雨期間のみを示している。G M D H は必ずしも十分な結果が得られていない。この原因としては、モデル式の同定に際し使用したデータ数が少なかったこと及び小容量計算機を用いたために入力変数Xiが4個と限定されたことに基づくものと考えられる。幌別川は降雨条件によりピーク流量値の変動が大きいので、既往の大小の洪水の出来る限り数多いデータで同定すべきものと思われる。また、G M D Hで同定したモデル式は、同定に用いたデータの最大値最小値の区間のみ有効であるので[6]、将来生起するかも知れない異常降雨にも対応させるため、(7)式の修正も併せて考えなければならない。



図－1 タンクモデルによる予測流量



図－2 GMDH による予測流量

参 考 文 献

1) 木下武雄,各種流出モデルの比較,1972年度水工学夏期研修会講義集(A)
2) 池田三郎,他,GMDHと複雑な系の同定・予測,計測と制御,Vol.14,No.2,1975
3) 高棹琢馬,他,確率論的な流出予測に関する研究,京大防災研究所年報,第24号B－2,1981
4) 菅原正巳,流出解析法,水文学講座7,共立出版,1972
5) 有本 卓,カルマン・フィルター,システム サイエンス シリーズ,産業図書,1981
6) Ozaki,T. On a model of non- linear feed back system for riverflow prediction,Water Resources Research,1980