

II-13 石狩川の降雨計画と確率論的評価

北海道開発局 正員 館 谷 清
 〃 〃 橋 本 識 秀
 開発局石狩川開発 〃 恒 松 浩

1 まえがき

石狩川は流域面積14,330 KM^2 に及び大流域河川であり、その治水計画は流域の発展と相互に密接に関連している。この石狩川の治水計画は、明治37年の実績洪水をもとに同42年に策定され、その後、昭和40年、新河川法に基づいて策定された石狩川水系工実施基本計画では、地点確率降雨量の概念が導入された。しかし、解析基準点における流域平均確率降雨量が相対的治水安全度の評価基準として一般化するにつれて、計画対象降雨を設定する際の降雨の地域分布が大きな課題となってきた。石狩川ではこれらの課題に対して、流域特性、降雨特性から、複合基準点での降雨同時生起確率評価とその地域分布、時間分布に関する補正を行うことで、大部分の問題が解決できることが明らかとなった。本報告は、これまで種々検討されてきた成果の概要の一部を報告するものである。(図-1 流域図参照)

2 石狩川の降雨計画

(1) 降雨計画の基本概念

日本の重要水系の治水計画の安全度を計る方法として、基準点における流域平均雨量の確率評価が用いられたのは、昭和40年代半ば以降のことである。それまでは、実績洪水のピーク流量の超過確率が主として用いられ、降雨量で計画規模を評価する場合でも、地点での確率評価にとどまることが多かった。しかし、流域開発による流出機構の変化、多目的ダム等による洪水調節が進むほか、河道改修によっても河道下流流量は変化することから、46年3月の淀川水系工実施基本計画改定で流域平均確率雨量が用いられて以来、基準点流域平均雨量 R_{ave} の超過確率で計画安全度を評価する方法が主流となった。

石狩川の昭和40年の基本計画における降雨計画は次のような内容であった。まず、 $1/100$ 超過確率雨量を代表観測地点6ヶ所(札幌、旭川等)の日雨量、3日雨量について岩井法で求め、この計画降雨量に対して地域分布は代表4型であてはめた。つまり、本流主体、空知川主体等の、降雨主体域を異にする降雨パターンを定め、主体となる地点の確率雨量をもとに、2段階の相関式からその他の観測地点の降雨量を求めて流域平均雨量としたものである。この手法は、降雨の確率評価としては地点評価であり、降雨域の考え方は気象パターンのような考え方である。これは、その当時までの石狩川流域の主要な洪水時の降雨が地域的に偏った分布をしていたという事実によるものである。

しかし近年、昭和50年8月、同56年8月と史上才2、才1の大豪雨が生じ、総降雨量でも雨域規模でも従来の傾向とは大きく異なるものであった。(図-2~5 参照) この結果、基準点での流域平均雨量 R_{ave} について確率評価する必要があり、かつ、下流基準点での単純引伸しは、石狩川のような大流域河川では種々の計画上の問題を惹起するため、複合基準点方式による雨量の評価が必要となった。

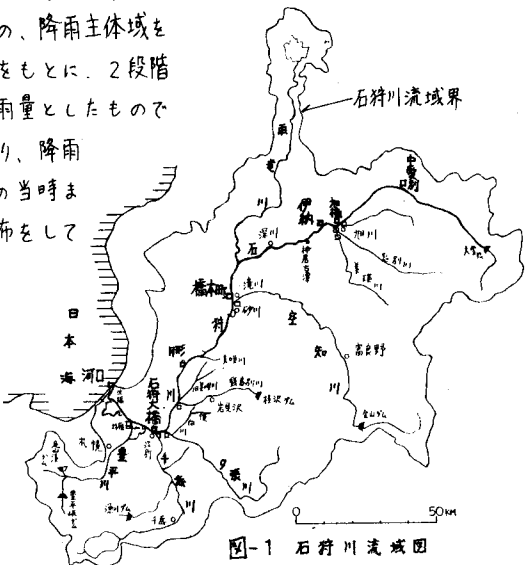
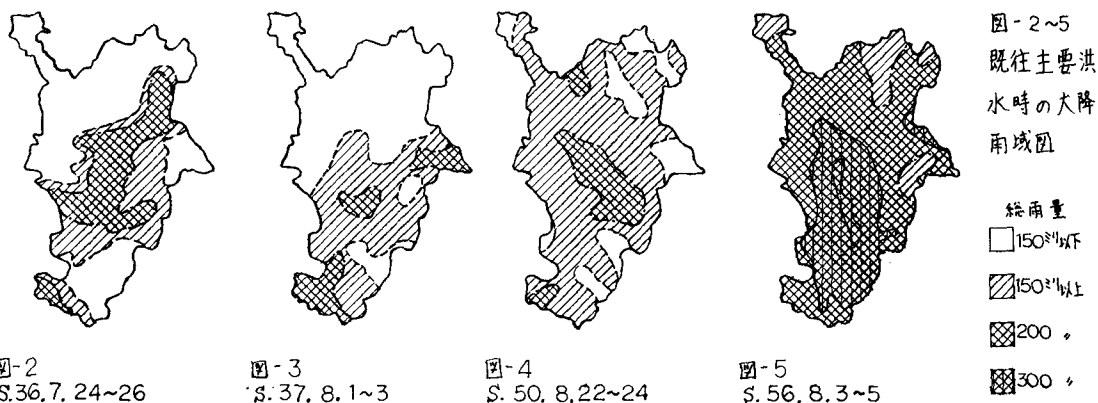


図-1 石狩川流域図



(2) 流域平均確率降雨

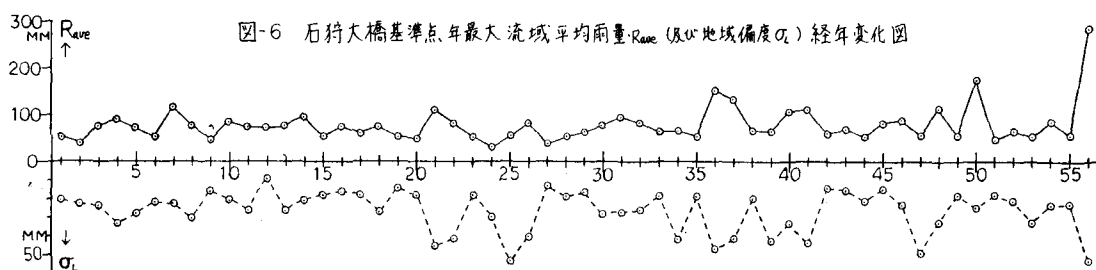
降雨計画の基本となる実績降雨量の確率評価は、既往主要3日降雨（昭和1～56年；152洪水例）をもとに等雨量線図を作成し、これから得られる基準点毎の年最大流域平均雨量について行った。この際の基準地点は、流域面積のバランスと9大支川の位置を考慮して30地点を選定した。これにより得られた、代表基準点石狩大橋での年最大流域平均3日雨量経年変化図が図-6である。（後述の地域偏度 α を併せて示す）また、主要洪水時の流域平均雨量を石狩川沿いに縦断的に図示したのが図-7である。これにより、各降雨の分布特性の違いを概観することができる。なお、データとして3日雨量を採用したのは、日雨量、2日雨量と比較して洪水ピーク流量との相関が高いこと、実績降雨継続時間が3日以上にわたる例が多いこと、等による。

次に、ここで得られたRaveの確率評価結果を、分布関数式による確率計算結果を含めて、図-8のThomasプロット図に示した。

(3) 計画降雨量と引伸し率

こうして得られた各基準点Raveの確率評価値をもとに、上下流、本支川のバランスを考慮して計画降雨量 R^* を設定した。一方、降雨パターンとしては、主要実績洪水時降雨を10例程度選定し、各パターンについて基準点で実績流域平均雨量 R^j と R^* の比 $\alpha = R^*/R^j$ を算定した。従来の手法は、この α を用いて、各単流域の実績流域平均雨量 r^j を単純に引伸すものであった。（ $r^* = \alpha \cdot r^j$ ）この方法では、石狩川下流域のように流域面積が大きいと、計画降雨まで引伸すと上流域や一部の地域で過大な降雨を想定することとなり、このため通過流量が過大となるか、或はダム計画のある場合に異常放流となるなど、適切な流量計算が困難となる。

このような降雨の過剰引伸しを解消するには、引伸しによる地域分布の変動を補正する必要がある。この補正を行うため、降雨資料年数（N=56）の制約等も考慮して、2基準点間での降雨同時生起確率について検討を行うこととした。



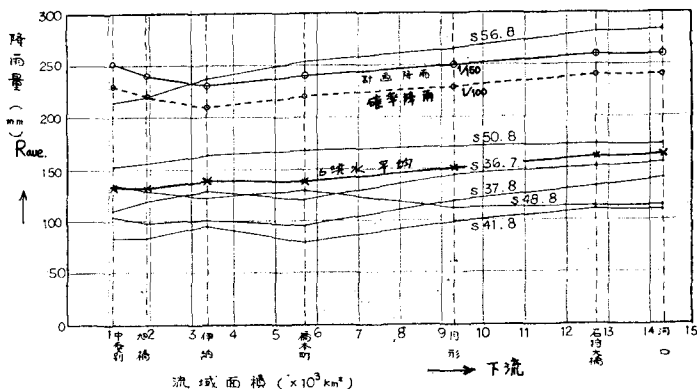


図-7 実績流域平均雨量比較線断面

3 複合確率理論による降雨計画

(1) 2元同時生起確率論

2変数で正規分布の場合の確率密度関数 f は、次式で表わされる。

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left\{\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right\}\right\} \quad \text{①}$$

μ_x, μ_y : 平均値, σ_x, σ_y : 不偏分散, $\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$

$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}$: 相関係数, σ_{xy} : 共分散, $\rho^2 \leq 1$

この f の概念図が右図-9であり、 $f_x(x)$ 、 $f_y(y)$ は周辺確率を表わし、各々次の1変数の場合の確率密度関数に一致する。

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left\{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right\} \quad \text{②}$$

実際の計算では、次のように対数正規化してデータを統計処理し、各々の標本値を求めて母数に替えて用いる。

$$m_x = \sum_{i=1}^N \ln x_i / N \rightarrow \mu_x, \quad S_x = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\ln x_i - m_x)^2 / (N-1)} \rightarrow \sigma_x, \quad r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \rightarrow \rho \quad \text{③}$$

この標本値を①式へ代入して、所要の超過確率となる (x, y) を数値計算により求めることとなる。この③式の処理に用いる降雨量データの組 (x, y) のとり方として、基準点の組合わせ毎に次の3ケースがある。i) 下流基準点 $Rave$ 最大、ii) 上流補助基準点 $Rave$ 最大、iii) 残流域 $Rave$ 最大、の3ケースでそれぞれ(下流 $Rave$ 、上流 $Rave$)が N 組得られる。

(2) 複合確率密度関数の補正值

2基準点の $Rave$ の同時生起確率を、③式により得られる標本統計量を①式へ代入して得る場合、各統計量の母数に対する信頼限界を考慮せねばならない。つまり、平均値 μ については t 分布により、標準偏差 σ については χ^2 分布により、相関係数 ρ についてはその Z 変換が正規分布とみなせることから、各々その信頼限界は次式により推定することができる。(フィッシャーの Z 変換: $Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho}$)

$$\left. \begin{aligned} m - t_{\alpha} \frac{S}{\sqrt{N-1}} < \mu < m + t_{\alpha} \frac{S}{\sqrt{N-1}} &: t_{\alpha} \text{ は危険率 } \alpha, \text{ 自由度 } N-1 \text{ の } t \text{ 分布の臨界値 (両側)} \\ \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{\alpha/2}^2}} \cdot S < \sigma < \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{\alpha/2}^2}} \cdot S &: \chi_{\alpha/2}^2 \text{ は危険率 } \alpha, \text{ 自由度 } N-1 \text{ の } \chi^2 \text{ 分布の臨界値 (両側)} \\ \frac{1}{2} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho} = \exp\left[\ln \frac{1+\rho}{1-\rho} \pm Z_{\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{N-3}}\right] &: Z_{\alpha} \text{ は危険率 } \alpha \text{ に対する正規偏差 (} N > 40 \text{ の場合)} \end{aligned} \right\} \quad \text{④}$$

この④式について、データ数 $N=56$ 、危険率 $\alpha=5\%$ とすると、信頼限界推定式よりそれぞれの補正值を求めることができる。次の各式が、この場合の推定式となる。

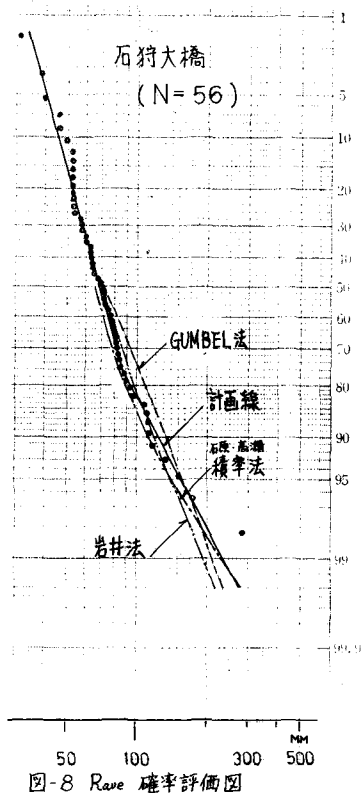


図-8 $Rave$ 確率評価図

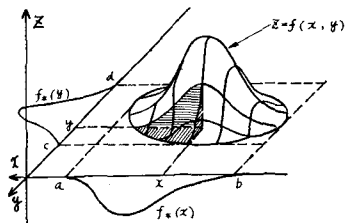


図-9 二変数の同時分布関数

$$\begin{cases} \mu_1 = m + 0.269 \cdot S \\ \mu_2 = m - 0.269 \cdot S \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_1 = \sqrt{\frac{55}{36.45}} \cdot S \\ \sigma_2 = \sqrt{\frac{55}{77.35}} \cdot S \end{cases} \quad \begin{cases} p_1 = \exp[K + 0.5385] - 1 / 1 + \exp[K + 0.5385] \\ p_2 = \exp[K - 0.5385] - 1 / 1 + \exp[K - 0.5385] \end{cases}; K = \ln \frac{1+p}{1-p} \dots\dots ⑤$$

ここで、石狩川の主要基準点である石狩大橋と橋本町について R_{ave} の2元同時生起確率評価を行った結果を図示すると、図-10 のようになる。即ち、各確率規模毎の等超過確率線が得られ、それらに対して上述の、標本値を用いることによる信頼限界としての上限線が得られることになる。これらの等超過確率線をもとにして、複合基準点方式の計画降雨量の配分を決めることができる。

(3) 石狩川の計画対象降雨量

石狩川本流の計画基準点のうち、主要地点の計画降雨量は表-1 に示す値が得られた。この表から、石狩川の計画降雨量の特徴として、本流沿いに下流から上流へ移るに従って降雨量が漸減する傾向が認められる。これは、図-7 に示した実績 R_{ave} 縦断面図においてもみられるように、下流域で石狩川に合流する夕張川、千歳川、豊平川等の支川流域が、その気象、地理、地形条件等により多雨地帯となっていることに起因するものである。

4 計画降雨の地域分布、時間分布計画

(1) 地域分布計画

基準点流域平均雨量として与えられた計画降雨を、各単流域へ配分するに際して、次式で表わされる地域偏度について適切な引伸し方式の検討を行った。

$$\sigma_L = \sqrt{\sum \frac{a_i}{A} (r_i - R_{ave})^2} : a_i \text{ は各単流域面積} \dots\dots ⑥$$

$$\sum a_i = A, \quad \sum a_i \cdot r_i / A = R_{ave}$$

表-1 計画雨量一覧表

基準地点	流域面積 km ²	計画規模	計画雨量 (mm)
中 央	1082.5	1/100	230
旭 橋	1,917.2	1/150	240
伊 勢	3,379.8	1/150	230
橋 本 町	5,710.6	1/150	240
月 形	9,305.5	1/150	250
石 狩 大 橋	12,696.7	1/150	260

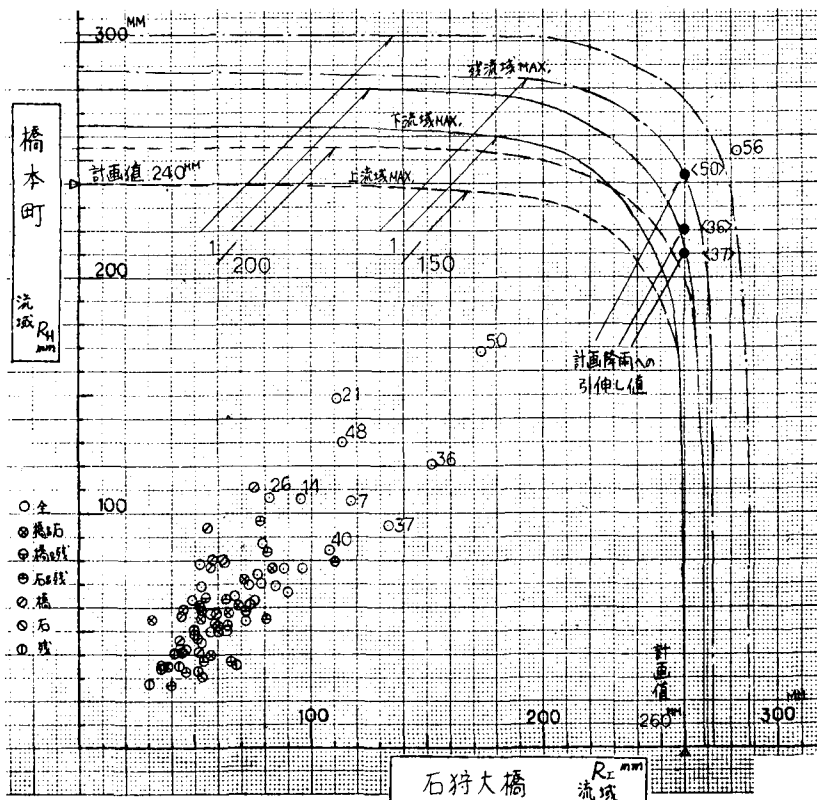


図-10 R_{ave} 2元同時生起確率評価図

流域	流域面積 (km ²)	下流域 R_2 (mm)	上流域 R_1 (mm)	R_2 (mm)
流域	12696.7	5710.6	698.6	
2元同時生起 (上限値) $W = \frac{1}{150}$	下流域 R_2 最大	256	265	0.903
	上流域 R_1 最大	255	244	0.901
	流域 R_2 最大	273	287	0.930
2元同時生起 (上限値) $W = \frac{1}{200}$	下流域 R_2 最大	269	280	0.903
	上流域 R_1 最大	269	256	0.901
	流域 R_2 最大	288	303	0.930

この地域偏度 σ_L の各年最大値（石狩大橋基準点について、各年最大の R_{ave} に対応する σ_L の経年変化を示したのが、図-6 である。）について確率評価を行うとともに、各基準点（ $A > 3,000 \text{ KM}^2$ ）毎に $R_{ave} \sim \sigma_L$ の関係を考察した結果、 R_{ave} が増大するにつれての σ_L の減少傾向が認められることから、次式を用いることとした。（図-11 参照）

$$r^* = \alpha' \cdot r^T + \beta \quad ; \quad \beta: \text{図-11 から得られる。} \quad \alpha' = \frac{R^* - \beta}{R^T} \quad \text{である。} \quad \cdots \cdots \cdots \text{⑦}$$

即ち、基準点流域内全単流域に一定値 β を配分することにより、適切な降雨計画が与えられることとなる。

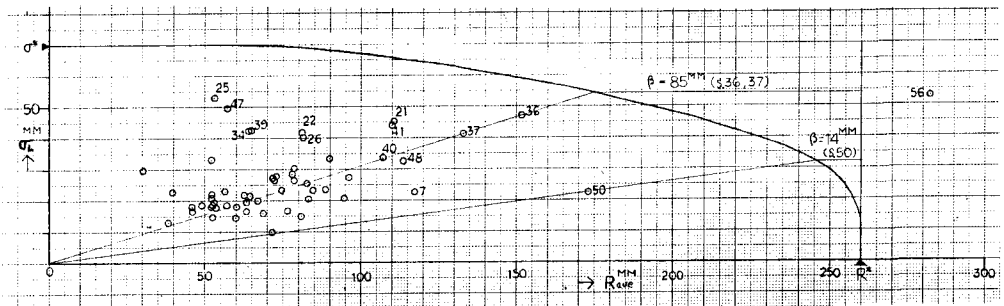


図-11 $R_{ave} \sim \sigma_L$ 複合確率評価図（石狩大橋； $N = 56$ ）

(2) 時間分布計画

基準点流域内各単流域に与えられた計画雨量： r^* の時間分布は、実績時間雨量パターンの引伸しを基本として与えることとなるが、さらに、降雨量： R ，降雨継続時間： T_w ，降雨強度の偏度： σ_T の関係について検討を加えた。

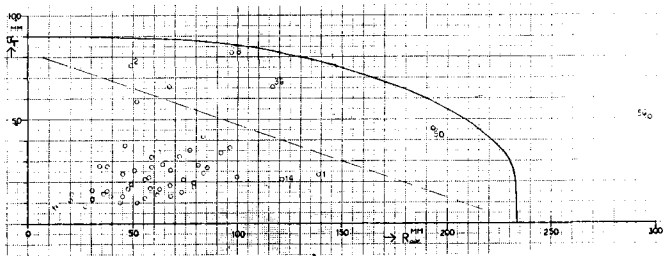


図-12 $R \sim \sigma_T$ 複合確率評価図（旭川； $N = 56$ ）

代表地点として、時間雨量資料の整備されている札幌、旭川、岩見沢等を選び、 $\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum (\pi_i - \bar{\pi})^2 / T_w - 1}{\sum \pi_i^2 / T_w - 1}}$ （ π_i ：時間雨量）として得られた σ_T と $R (= \sum \pi_i)$ の関係からも、地域分布と同様の傾向がみられる。また、 $\sigma_T \sim T_w$ の関係をみても、総雨量が大きい（降雨継続時間が長い）ほど降雨が一樣化する（ σ_T が小さくなる）という関連がみられ、先述の一定値 β を単流域に与える際に、 β / T_w として時間分布でも一定値として配分することが妥当と考えられる。（図-12 参照）

5 大流域河川の降雨計画

我が国の代表的な大流域河川の降雨計画について、淀川、利根川と比較しながら、石狩川方式について考え方を述べると次のようになる。

淀川工事実施基本計画は、昭和46年3月改定されたが、明治34年～昭和40年（ $N = 65$ ）の降雨資料をもとに、35単流域、7基準点の流域平均2日雨量を算定し、計画規模 $1/200$ 、 $R^* = 302 \text{ mm}$ （枚方基準点）等を得て、単純引伸しを行っている。これによる計画流量のカバー率は90%とされている。

利根川については、昭和55年12月に工事実施基本計画が改定され、総合確率法と呼ばれる手法で検討されている。これは、降雨の3要素のうち、地域分布と時間分布は十分多数（31個）の実績降雨群で表わしうろと考え、それらの生起頻度が等値であるとの仮定を設けて降雨の引伸しを行い、降雨量の確率から流量確率を求める方法である。

淀川、利根川等の降雨特性は、表日本の気候で降雨原因も台風が主体となっているが、石狩川は大陸的な流域特性をもつうえ、降雨特性も前線と低気圧等の複合型降雨が主体であるなど大きな相異がみられることから、石狩川方式の降雨計画が確立されることとなった。

石狩川では、昭和元年～56年 ($N=56$) の降雨資料をもとに、流域平均3日雨量、計画規模 $1/150$, $R^*=260^{mm}$ (石狩大橋) 等を得た。その地域配分、時間配分について補正を行い、各単流域の計画対象降雨を用いるものである。これによる基本高水のピーク流量は $18,000 m^3/s$ で、流量確率でみてもほぼ $1/150$ となっている。また、石狩川の場合、昭和56年8月上旬洪水が $R^J=282.2^{mm}$ であって $R^*=260^{mm}$ を上回っている。しかし、この R^J は明瞭な2山降雨であり、1山降雨に換算すると 220^{mm} 程度に相当するものであり、計画上カバーされている。

6 確率降雨と相対的治水安全度

治水計画の基本となっている降雨量の統計値が経年的に変化する傾向にあることは、石狩川流域のみならず全国的に指摘されているところであるが、北海道においては資料年数の少ないこともあってその変動傾向が著しいようである。図-6 の石狩大橋での R_{ave} では増加傾向が認められよう。しかし、こうした変動傾向は降雨計画にはとりにまかれていない。というのは、治水安全度の目標自体が相対的なものであり、社会工学的に評価されるべきものであって、自然現象である降雨の変動傾向により直ちに影響される性質のものではないからである。

換言すると、現時点までの資料を総体としてとらえて統計処理し、全国的基準のもとに確率評価した値を基本とし、そのうえで計画対象河川の自然特性、社会的位置付け等を十分配慮して、治水安全度の適正水準が設定されるものである。

7 あとがき

石狩川の流量計画に関する検討が昭和46年に着手されて以来、同57年3月25日の石狩川水系工事実施基本計画の改定までに10年余の歳月が経過した。特に、石狩川の降雨特性をいかにして治水計画に結びつけ、治水安全度を評価するかが大きな課題となっていた。この間に生じた、昭和50年、56年の2度の大水は、降雨計画に関する理論的考え方を発展させるとともに、治水計画に関する新しい考え方を大きく飛躍させる重要な役割を果たしたといえる。ここで得られた検討成果は、次のようにまとめられる。

a. 雨域規模が問題となる大流域河川では、複合確率評価による計画降雨の地域配分が必要となり、また、複合確率密度関数において ΔR_m , $\Delta \sigma$, $\Delta \rho$ の補正值を用いることにより、その実用的計算を確立できた。

b. 実績降雨の引伸しは、従来の $\alpha \cdot R^J$ という単純引伸し方式から、降雨の地域偏度を補正した $\alpha \cdot R^J + \beta$ の新引伸し方式の方向付けを行った。

c. 石狩川の降雨計画方式として、次の手法が得られた。

I: $R_{ave} \rightarrow$ 複合基準点で評価して (R_1, R_2) を得る $\rightarrow$ 地域偏度による補正で $(R_i + \alpha R_i)_{i=1,2}$ を得る。

II: $R_{ave} \rightarrow$ 地域偏度による補正で $R' + \alpha R$ を得る。

昭和50年、56年洪水における実績降雨により、これらの降雨の地域分布補正の妥当性が実証された。

以上の考察からも、石狩川流域の適切な降雨計画がなされたものと考えられる。これらの降雨計画を治水安全度の評価基準として、石狩川の流量計画、治水計画が総合的に検討され、工事実施基本計画の改定がなされた。今後は、この治水計画の具体化が次の課題といえるが、石狩川の将来の望ましい姿の基礎は、この基本計画改定によって得られたと考えられる。