

I-14 橋梁から放射される低周波空気振動の はり理論による評価法の研究

札幌工業大学 正員 大島 俊之
北大工学部 同 能町 純雄
札幌工業大学 同 森 弘

1. まえがき

走行車両の通過による橋梁振動により橋体から放射される低周波空気振動の問題は、これまで非常に多くの研究があるが^{1), 2), 3)}、未解明の問題も多い。本論文では支間中央より放射される空気振動の音圧レベルの評価を目的として、橋体と走行車両との連成振動を考慮して計算した橋梁の振動速度を用いて解析した結果を示す。すなわち、「橋体から放射される空気振動の粒子速度は橋体表面の放射方向の振動速度に等しい」と仮定する手法により放射エネルギーを評価し、音響学の理論にしたがって解析する。本論文では著者らがこれまでに行なった低周波空気振動に関する実橋走行試験による結果と、橋体を初等はり理論によりモデル化し、バネと粘生を考慮した走行車両モデルとの連成振動を考慮した動的応答解析による理論解析結果との比較を通じて、橋体の振動速度応答および放射音波に及ぼす影響因子のいくつかについて、パラメトリック解析した結果を示す。

はりと走行車両の連成振動を考慮した研究はこれまで非常に多くみられる^{4), 5), 6)}。また平板と走行車両の連成振動を考慮した理論により、動的応答倍率に及ぼす、走行速度、車両と平板の質量比、車両と平板の固有振動数比などの影響について解析した結果が、水沢、梶田、成岡⁷⁾によって発表されている。

2. 実橋走行試験概要²⁾

実験を行なった橋梁は図1のような4主けたの単純合成桁橋である。

支間24.1m、けた高1.3m、主けた間隔3m、両側延長支間1.3m、1.5m、床版厚21cm、歩道幅員3m。

また建設直後のため、支梁の伸縮継手部の2mmの段差以外、路面凹凸はほとんどなかった。

計測センサーとして加速度計Aと音圧計Mは2本の中央位置の支梁、 $1/4$ 支、 $1/2$ 支に図のように配置している。

走行車には後輪車軸左右、前輪車軸中央(バネ下)と荷台後左右、運転席中央(バネ上)の合計6箇所上下振動を計測する加速度計をとりつけ、運転席の計器に記録した。(図2参照)

走行車の諸元は車体重量約10t(空車)、砂利積載時約22t、ホイールベース4.5m、トレッド前輪2m、後輪1.865mなどである。

データの解析にはKYOWA-DAAS-500ASを用い、石炭気ターボからのデータを1024ビットにデジタル化して読み込んだ後、積分フィルタ、FFTなどのサブルーチンを用いて処理し、理論計算結果とともにXYプロッターにより図化した。

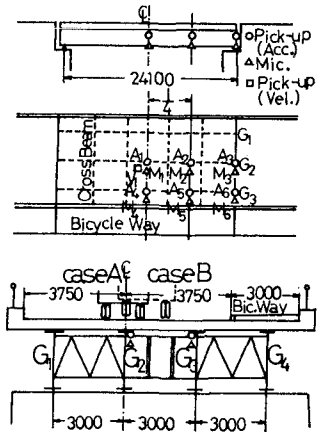


図1 実験橋と計器配置

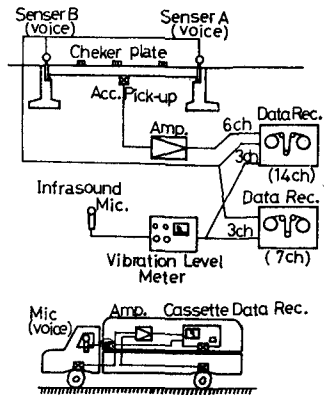


図2 計測フロー図

3. 走行車両との連成振動を考慮したはり理論による動的応答解析

(1) 2自由度系 Sprung-mass 系による走行車両のモデル化

走行車両のモデルとしては大別して (a) 走行外力 (Moving Force) としたモデル, (b) 走行質量 (Moving Mass) としたモデル, (c) バネと粘性を考慮した Sprung mass によるモデルの3つに分けられる。本論文ではこのうち (c) のモデルにより解析した結果について示す。しかし (c) のモデルにおいても、自由度のとり方、system の組み方によって走行車両のモデルとしていくつものモデルが考えられ、この型式が橋梁と走行車両との連成振動を最も良く表現できるか明らかになっていないが、一般に用いられているもののうち、ここでは図3aのような2自由度系の Sprung mass 系を用いることにした。

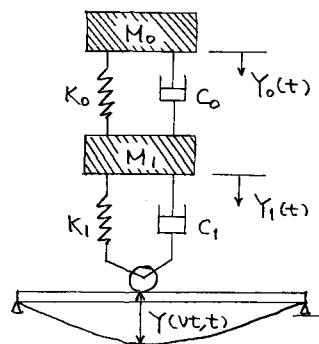


図3 走行車両のモデル

図3を参照して、このモデルは次のように表現できる。

$$M_0 \ddot{Y}_0(t) + C_0 \{\dot{Y}_0(t) - \dot{Y}_1(t)\} + K_0 \{Y_0(t) - Y_1(t)\} = 0, \quad (1)$$

$$M_1 \ddot{Y}_1(t) - C_0 \{\dot{Y}_0(t) - \dot{Y}_1(t)\} - K_0 \{Y_0(t) - Y_1(t)\} + C_1 \{\dot{Y}_1(t) - \dot{Y}(vt, t)\} + K_1 \{Y_1(t) - Y(vt, t)\} = 0 \quad (2)$$

走行荷重の接地力 $P(t)$ は g を重力加速度として、

$$P(t) = (M_0 + M_1)g + C_1 \{\dot{Y}_1(t) - \dot{Y}(vt, t)\} + K_1 \{Y_1(t) - Y(vt, t)\} \quad (3)$$

また、これを式に Laplace 変換および w の逆変換を用いて、荷重の接地力 $P(t)$ を橋体の振動速度 $\dot{Y}(vt, t)$ および走行車両の進入条件を未知量としてあらわせば、

$$P(t) = (M_0 + M_1)g - \int_0^t \dot{Y}(v\tau, \tau) \sum_n (K_1 + C_1 b_n) \frac{P(b_n)}{B^n(b_n)} e^{b_n(t-\tau)} d\tau - C_1 \dot{Y}(vt, t) \sum_n \frac{P(b_n)}{B^n(b_n)} + \sum_n \frac{O(b_n)}{B^n(b_n)} e^{b_n t} \quad (4)$$

ただし、 $z_0(t) = Y_0(t) - Y_1(t)$, $z_1(t) = Y_1(t) - Y(vt, t)$, b_n = 車両モデルの係数からなる三次方程式の4根 ($n=1, 2, 3, 4$), $P(b_n)$, $O(b_n)$, $B^n(b_n)$ は Heaviside の展開定理により決定される係数および走行車両の進入条件 (Laplace 変換の初期条件) からなる関数

(2) はりの動的応答の基礎方程式

走行荷重の進入前にはりが静止している初期条件を用いて、初等はり理論により表現された橋梁動的応答の基本式は接地力 $P(t)$ を用いて

$$y(x, t) = \frac{2}{PA\ell} \sum_s \frac{1}{n_s} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_s \tau \cdot \sin n_s(t-\tau) d\tau \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (5)$$

ただし、 $\omega_s = \pi v / \ell$, $n_s^2 = \frac{EI}{\rho A} \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^4$, v = 走行速度, ℓ = 支間長, EI = 曲げ剛性, ρ , A = はりの密度と断面積。

式(5)に式(4)を代入すると、2自由度系の Sprung mass 系の係数と、走行車両の橋梁への進入条件により表現された、はりの動的応答の基礎方程式として、次のように得られる。

$$y(x, t) = (M_0 + M_1)g \bar{y}(x, t) - \frac{2}{PA\ell} \sum_s \frac{C_1}{n_s} \sum_n \frac{P(b_n)}{B^n(b_n)} \int_0^t \dot{Y}(v\tau, \tau) \sin \omega_s \tau \cdot \sin n_s(t-\tau) d\tau \sin \frac{\pi x}{\ell} - \frac{2}{PA\ell} \sum_s \frac{1}{n_s} \int_0^t \int_0^t \dot{Y}(v\tau, \tau) \sum_n (K_1 + C_1 b_n) \frac{P(b_n)}{B^n(b_n)} e^{b_n(t-\tau)} d\tau \sin \omega_s \tau \sin n_s(t-\tau) d\tau \sin \frac{\pi x}{\ell} + \frac{2}{PA\ell} \sum_s \frac{1}{n_s} \sum_n \frac{O(b_n)}{B^n(b_n)} \int_0^t e^{b_n \tau} \sin \omega_s \tau \sin n_s(t-\tau) d\tau \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (6)$$

ただし $\ddot{y}(x, t)$ は式(5)において $P(t) = \bar{1}$ とする走行外力によるはりの動的応答を意味する。また式(6)の右辺第1項は走行車両の質量の影響、第2, 第3項ははりと車両との連成効果の影響、第4項は車両の進入条件の影響の項をそれぞれ意味している。

(3) 積分方程式の解法

Faltung 定理を用い、式(6)の右辺第3項の2重積分を1重積分に変形し、確定関数を整理して示すと

$$\ddot{y}(x, t) = f(x, t) - \int_0^t \ddot{y}(vt, \tau) G(t, \tau, vt) d\tau \quad (7)$$

ただし、 $f(x, t)$ は式(6)の第1項および第4項、 $G(t, \tau, vt)$ は第2項、第3項の係数をそれぞれ意味する。

式(7)を一回微分して、 $x = vt$ とおくと、荷重位置のばりの振動速度を未知関数とする次のような Volterra 型の第2種積分方程式が得られる。

$$\dot{y}(vt, t) = h(t) - \int_0^t \dot{y}(vt, \tau) K(t, \tau) d\tau \quad (8)$$

$$\text{ただし } h(t) = \frac{d}{dt} f(vt, t), \quad K(t, \tau) = \frac{d}{dt} G(t, \tau, vt)$$

積分方程式の解法として、連立方程式による解法、Fredholm の行列式による解法などもあるが、 ∞ 重積分と Neumann 級数を用いた相対関数による Volterra の解法による結果を示す。

解核 $R(t, \tau, \lambda)$ は Neumann 級数を用いて

$$R(t, \tau, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} K_{n+1}(t, \tau) \lambda^n \quad (9) \quad \text{ただし } K_1(t, \tau) = K(t, \tau), \quad K_n(t, \tau) = \int_0^t K_n(t, \tau) K(\tau, \xi) d\xi$$

となる。 $(\lambda = -1)$

したがって、式(8)の解は次式によりあらわされる。

$$\dot{y}(vt, t) = h(t) + \lambda \int_0^t h(\tau) R(t, \tau, \lambda) d\tau \quad (11)$$

4. 数値解析結果および実験結果と比較

実験に用いた橋梁のモデルとして、断面二次モーメント $I = 0.0936 \text{ m}^4$ 、単位長さ当り重量 $w = 1.035 \text{ t/m}$ 、弾性係数 $E = 205.8 \text{ GPa}$ の平均化換算弾性ばりを用いた。

実験から得られた交点中央の振動速度と音波の波形を理論計算結果とともに図4～7に示している。図4、図5は車両重量10t(空車)、走行速度42 km/h の場合の結果であり、図6、図7は車両重量22t、走行速度42 km/h の場合に対する結果である。また理論計算に用いた車両モデルの諸元はそれぞれ次のようになる。

$$[1] \quad W_0 (= M_0 g) = 7 \text{ t}, \quad W_1 (= M_1 g) = 3 \text{ t},$$

$$\text{初期段差 } z_1(0) = 0.4 \text{ cm}, \quad z_0(0) = 0,$$

$$K_0 = 4000 \text{ kg/cm}, \quad K_1 = 8000 \text{ kg/cm}$$

$$h_0 = 0.033, \quad h_1 = 0.006$$

$$[2] \quad W_0 = 19 \text{ t}, \quad W_1 = 3 \text{ t} \quad \text{他は [1] と同じ}$$

$$[3] \quad W_0 = 19 \text{ t}, \quad W_1 = 3 \text{ t}, \quad K_0 = 10000 \text{ kg/cm},$$

$$K_1 = 14500 \text{ kg/cm}, \quad \text{他は [1] と同じ}$$

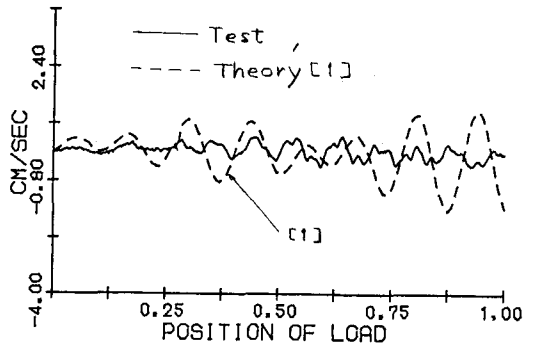


図4. 振動速度の応答波形 (10t)

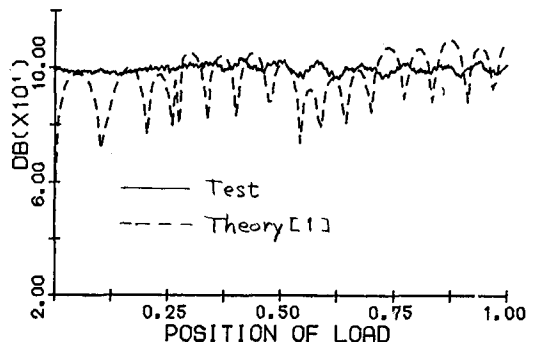


図5. 音波の波形 (10t)

$$\text{左左} \quad 2h\omega_0 = C_0/M_0, \quad \omega_0^2 = K_0/M_0,$$

$$2h_1\omega_1 = C_1/M_1, \quad \omega_1^2 = K_1/M_1$$

はり理論の1次固有振動数は実験結果とほぼ一致するようにし、また車両モデルについてともほぼ一致するように調整した。

図4の振動速度においては車両の進入初期にはほぼ一致しているが、時間がたつにつれて多少差がみられる。

図5の音圧波形においては重量が小さいこともあり、連成の効果は小さく、文献²⁾における結果と同様、実験値は理論値の包絡線のような傾向となっている。

また図6の車両重量22tの場合には[2]のモデルの理論値がほぼ近い値となっているが、[3]のモデルではかなり大きな振幅となっており、車両のバネ定数の影響がみられている。

図7の音圧については後半部で理論値がやや大きくなっているが、全体としては図5と同じ傾向となっている。

以上、車両との連成を考慮したはり理論により、理論計算値と実験結果の比較を示した。

参考文献

- 1) S. Nomachi, T. Ohshima, Y. Kakuta and N. Kishi; On Infrasound Evaluation Radiating from Freeway Bridge Generated by a Travelling Load, Internoise 80, Miami, USA, 1980
- 2) 大島俊之, 能町純雄; 走行車両により橋梁から放射される低周波空気振動の解析, 日本音響学会誌, 第39巻, 第1号, 1983
- 3) K. Kaneyasu, Y. Adachi, M. Koyasu and S. Shimizu; Investigations of the Radiation of Low Frequency Sound from Highway Bridges, Internoise 81, Nederland, 1981
- 4) 月田良博; 不規則不平等と初期段差が橋の移動荷重応答に及ぼす影響について, 土木工学部土木工学科修士論文, 1980.
- 5) 岡林, 中井, 谷龍; 高次振動を考慮した道路橋の単一走行車両による非定常r.m.s. 応答, 土木学会論文報告集, 第296号, 1980. 4
- 6) 岡林; 単一走行車両による道路橋の平均応答解析, 土木学会論文報告集, 第286号, 1979. 6
- 7) 水沢, 梶田, 成岡; 走行車両による斜土スラブの動的学的性状について, 土木学会論文報告集, 第320号, 1982. 10.

追記: 以上述べた解析結果の他、その他の影響因子についての解析結果についても、いくつかの例について当日発表する予定である。

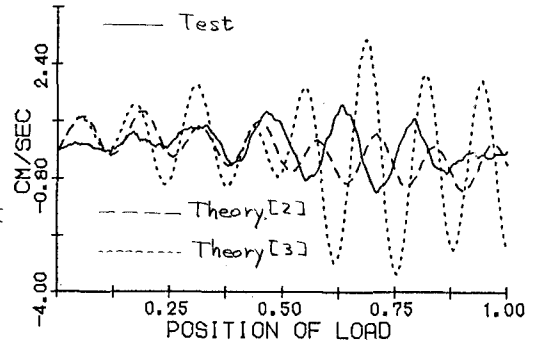


図6 振動速度の応答波形 (22t)

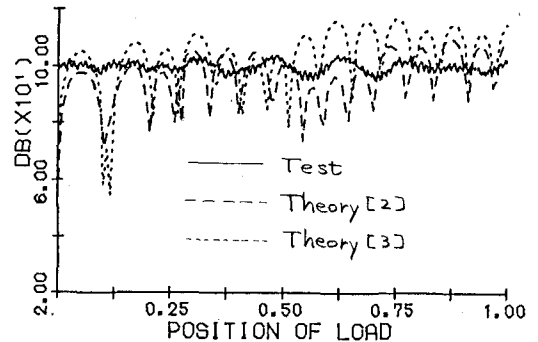


図7 音圧の波形 (22t)