

I — 8 基礎より上昇するせん断波による多層体表面上の円形基礎の動的応答について

北海道開発局土木試験所 正員 吉田 紘一
北海道大学 工学部 正員 能町 純雄

1. まえがき

三次元多層体上の基礎の動的応答について、すでに半無限弾性体を平板要素に分割しこれにガラーキン法と、フーリエ-ハンメル変換を用いた有限平板法により、円形基礎の複素コンプライアンスを求める方法について示した。¹⁾

本論文ではすでに求めた複素コンプライアンスを利用して多層体の基礎から上昇してくるせん断波に対する地表地盤での円形基礎の動的応答について検討しようとするものである。

2. 多層体表面での地盤振動

基礎面で入力される振動の表面での振動応答についてはすでに多くの研究がなされているが、^{3,4)} ニニでは多層体の表面で複素コンプライアンスを求めたと同様に、多層体の各層の積層方向について各変位が1次変化と仮定してガラーキン法を用いた式によって計算するものとする。

今SH波のみが基礎より入力すると考えると水平方向変位 U のみを考えると基本微分方程式は

$$G \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad \tau_{xz} = G \frac{\partial U}{\partial z} \quad \text{----- (1) }_{1,2}$$

上式中、 $U = \bar{U} e^{i\omega t}$ (ω : 円振動数) とおき層厚 h として ($j-1, j$) 層で、 $\bar{U} = \bar{U}_{j-1} (1 - \frac{z}{h}) + \bar{U}_j \frac{z}{h}$ としてガラーキン法を用いると

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} \Big|_{i, i-1} &= \left(\frac{G}{h} - \rho p^2 \frac{h}{6} \right) \bar{U}_{i-1} - \left(\frac{G}{h} + \rho p^2 \frac{h}{6} \right) \bar{U}_i \\ \tau_{xz} \Big|_{i, i+1} &= \left(\frac{G}{h} + \rho p^2 \frac{h}{6} \right) \bar{U}_{i-1} - \left(\frac{G}{h} - \rho p^2 \frac{h}{6} \right) \bar{U}_i \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2)}$$

上式中 G : せん断弾性係数, ρ : 単位体積質量, h : 層厚,

式 (2) を用いて各層の境界で力のつり合いを考える事により多層体のせん断波の応答を計算できる。今、 $i+1$ 層と i 層の境界で力のつり合いをとると、

$$\tau_{xz} \Big|_{i, i-1} + \tau_{xz} \Big|_{i, i+1} = 0 \quad \text{----- (3)}$$

上式に (2) を代入して

$$\left(\frac{G_i}{h_i} + \rho_i^2 p^2 \frac{h_i}{6} \right) \bar{U}_{i-1} - \left\{ \frac{G_{i+1}}{h_{i+1}} + \frac{G_i}{h_i} - p^2 \left(\rho_{i+1} \frac{h_{i+1}}{6} + \rho_i \frac{h_i}{6} \right) \right\} \bar{U}_i + \left(\frac{G_{i+1}}{h_{i+1}} + \rho_{i+1}^2 p^2 \frac{h_{i+1}}{6} \right) \bar{U}_{i+1} = 0 \quad \text{----- (4)}$$

となる。

式 (4) と境界条件として基礎の入力変位 $U_h = U_0$ 及び地表面で $\tau_{xz} \Big|_{i=0} = 0$ を用いて地表面の応答変位 U_s を計算できる。

一様弾性体の場合 — 各層の G, h, ρ が等しい場合を考えると式 (4) は次の差分方程式で示される。

$$G \frac{\Delta^2 \bar{U}_{i-1}}{h^2} + \rho p^2 \left(\bar{U}_i + \frac{1}{6} \Delta^2 \bar{U}_{i-1} \right) = 0 \quad \text{----- (5)}$$

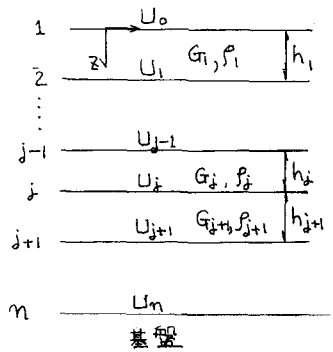


図-1 多層体

式(5)で $n \rightarrow 0$ を考えると $\Delta^2 \bar{U}_{i-1} / R^2 \rightarrow \partial^2 U / \partial x^2$ となる事より

$$G \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + P P^2 \bar{U} = 0. \quad \text{----- (6)}$$

となり式(6)は式(1)で $U = \bar{U} e^{i p t}$ とした式に一致する。

複素減衰を考えた場合——多層体の内部減衰をSHAKEのプログラムと同様に複素減衰として考える場合は式(1)～(6)で G の代りに $G^* = G + i G'$ と書き換える事により内部減衰を考慮する事ができる。

本式による解析結果とSHAKEプログラムによる結果の比較を図-2に示す。図-2は表-1に示したような地盤での基礎からの入力と地表面での応答倍率を示したものであり、本解析結果は各層を特別に分割しないで、それぞれ一層として計算したものであり10要素として計算した。

この結果を見ると、ピーク付近に多少の差はあるもののほぼ一致した結果が得られており、各層の分割をさらに行なえばなお一致するものと考えられる。

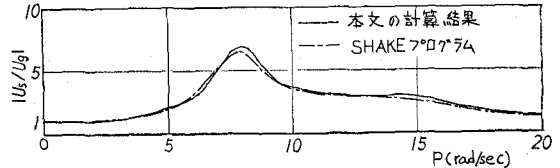


図-2 表層地盤の応答倍率

表-1 解析対象多層地盤の物理定数

	層 厚 H_j (m)	せん断弾性係数 G_j (t/m^2)	単位質量 ρ_j (t/m^3)	減衰定数 G'/G
1	2.5	14.5×10^3	2.05	0.332
2	5.7	6.4×10^3	2.05	0.608
3	4.0	54.7×10^3	1.85	0.154
4	2.0	86.6×10^3	2.05	0.210
5	3.3	121.6×10^3	1.00	0.134
6	6.3	64.3×10^3	1.90	0.168
7	7.0	152.0×10^3	1.90	0.202
8	9.2	218.3×10^3	2.20	0.188
9	6.0	201.9×10^3	1.90	0.138
10	7.0	445.1×10^3	1.90	0.110
基礎	—	∞	—	—

2. 円形基礎の複素コンプライアンス

今、地表面で円形基礎の複素コンプライアンスは文献1)にしたがって求めると次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_a \\ \bar{\varphi}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{HH} & C_{HH} \\ C_{HH} & C_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H} \\ \bar{M} \end{bmatrix} \quad \text{----- (7)}$$

上式中 $\bar{U}_a, \bar{\varphi}_a$ は次のような重み付きの平均変位と平均回転角を考える。

$$U_a = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a (U \cos \theta - V \sin \theta) r \, dr \, d\theta.$$

$$\varphi_a = \frac{4}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a w r^2 \cos \theta \, dr \, d\theta.$$

$H = \bar{H} e^{i p t}$: 円形基礎底面の水平力

$M = \bar{M} e^{i p t}$: 円形基礎底面の回転モーメント

C_{HH} : 水平力による水平変位の複素コンプライアンス

$C_{HH} = C_{HH}$: 水平力による回転方向の複素コンプライアンス = 回転モーメントによる水平変位の複素コンプライアンス

C_{HH} : 回転モーメントによる回転角の複素コンプライアンス

3. 円形基礎の水平振動と回転振動方程式

円形基礎を高さ h 、半径 r_0 の剛体と考えると、

水平振動方程式は $\bar{H} = m p^2 (\bar{U}_a + \bar{U}_s).$ ----- (8)

回転振動方程式は $\bar{M} = m p^2 \left\{ \mu^2 h^2 \bar{\varphi}_a + \frac{h}{2} (\bar{U}_a + \bar{U}_s) \right\}.$ ----- (9)

ただし

m : 円筒基礎の質量

h : 円筒基礎の高さ

μ : 慣性回転半径と高さの比

U_s : 水平力強制振動による加速度振幅、この場合は地表面での地盤振動変位

式(8), (9)を式(7)に代入して、式を整理すると

$$\begin{bmatrix} 1 - \bar{C}_{HH} - \frac{1}{2} \bar{C}_{HH} & \mu^2 \bar{C}_{HH} \\ \bar{C}_{HH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{HH} & 1 - \mu^2 \bar{C}_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_a \\ h \bar{\varphi}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{HH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{HH} \\ \bar{C}_{HH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{HH} \end{bmatrix} \bar{U}_s \quad (10)$$

上式中、 $\bar{C}_{HH} = m P^2 \bar{C}_{HH}$ 、 $\bar{C}_{HH} = \bar{C}_{HH} = m P^2 h \bar{C}_{HH}$ 、 $\bar{C}_{HH} = m P^2 h^2 \bar{C}_{HH}$

4. 応答スペクトルの計算例

計算例として図-4に示すような剛な基礎の上に一樣な弾性体の層があり、この表面に円筒基礎がある場合について、この弾性体を4層に等分割した場合について示す。

計算例はポアソン比 $\nu = 0.2$ とし、円形基礎の半径 a と層厚 δ が等しい($a = \delta$)場合について、基礎の高さと半径 h/a 、および弾性体の層と剛体の密度比 $b = m / (P a^3)$ をパラメーターとし、無次元円振動数 $a_0 = a P \sqrt{P/G}$ に対して水平変位、回転角の応答倍率を求めた。なお、円部減衰は考えないとして計算した。

a) 基礎のない場合の応答倍率

図-5に基礎のない場合の地表面変位 $|U_s|$ の基礎入力変位 $|U_g|$ に対する倍率を示した。この場合、円部減衰を考慮していないので共振点での応答倍率は無限大となる。

b) 基礎の水平変位の応答倍率

図-6、図-7に円筒基礎の水平変位に関して基礎との応答倍率を示した。

図-6は $h/a = 0.5$ と高さの低い場合、図-7は $h/a = 2.0$ で高さと同じ場合について、それぞれ $b = 0.5$ 、 2.0 の場合の計算例である。

この両図と図-5を比べると、円筒基礎の応答がかなり複雑となり、 b が大きくなる(基礎の質量が大きくなる)と振動数が小さい時は応答が小さくなるが、振動数が大きくなると逆になる場合も多くなる事がわかる。

c) 基礎の回転角の応答倍率

回転角の応答倍率は図-8に示すように、回転角 φ_a に高さを乗じたものの比 $|h \varphi_a| / |U_g|$ で示した。

ここでは $h/a = 2.0$ の高さの高い方についてのみ示して

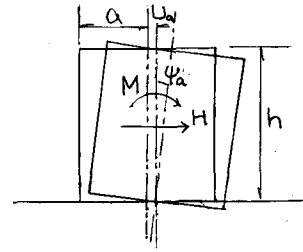


図-3

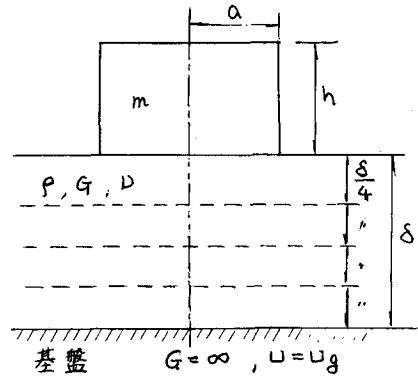


図-4 計算モデル

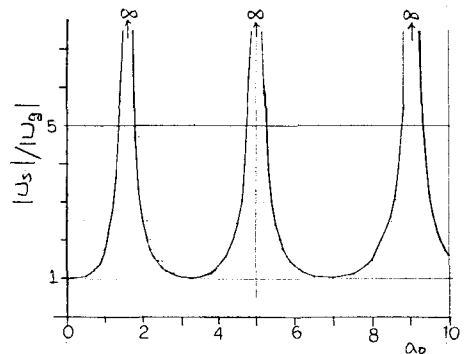


図-5 計算例の基礎入力に対する地表面変位の応答倍率 $|U_s|/|U_g|$ (内部減衰 $G' = 0$)

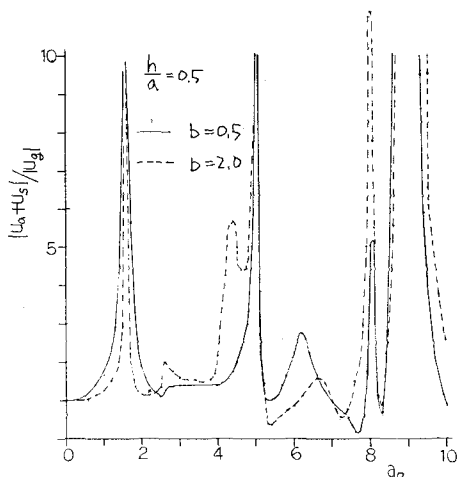


図-6 水平変位の応答倍率 ($h/a = 0.5$)
あるが、この場合は b が大きい方が応答も大きくなっている傾向も見られる。

5. あとがき

本文では、円形基礎が基礎盤からの振動入力をも層体表面で受けた場合の応答についての解析方法と計算例を示した。ここでは円部減衰を無視した場合で、しかも一様な層を4分割した簡単な例のみを示したにすぎない。今後、円部減衰を考慮した場合などより実際に近いケースについての検討を進めたい。

参考文献

- 1) 吉田, 能町; 有限平板法による3次元多層体上の円形基礎の動的応答について: 土木学会北海道支部論文報告集, 昭和56年度
- 2) 能町, 松岡, 三上; 半無限体表面上に下方から上昇するせん断波による剛結された片持ばりの応答について: 土木学会北海道支部論文報告集, 昭和56年度
- 3) 竹宮, 山田; 架杭基礎を有する高橋脚の地震時地盤との動的相互作用: 土木学会論文報告集, 第318号, 1982年2月
- 4) Schnabel, P.B., J. Lysmer and H.B. Seed; SHAKE, A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, EERC Report 72-12, University of California, Berkeley, 1972.

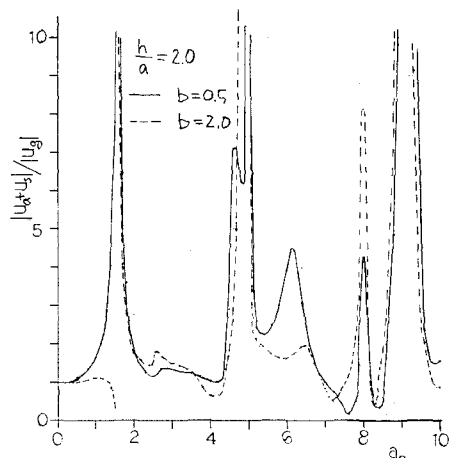


図-7 水平変位の応答倍率 ($h/a = 2.0$)

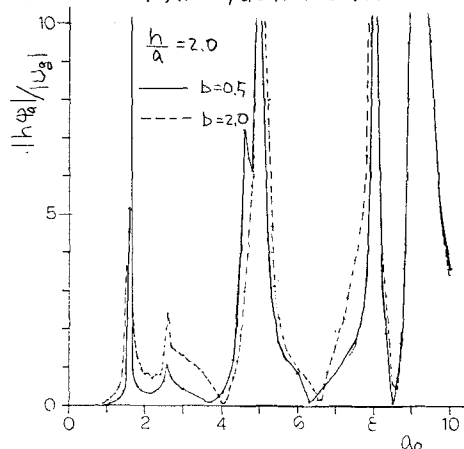


図-8 回転角の応答倍率