

I-7 垂直補剛材を有する I-型断面部材の弾性座屈挙動について

北海学園大学 正 員 高橋 義裕
 北海道大学 正 員 能町 純雄
 北海道大学 正 員 角田与史雄

1. ま え が き

I-型断面部材が上縁載荷を受ける場合の腹板の弾性座屈に関しては、腹板を周辺単純支持あるいは固定の等方性長方形板にモデル化し、一様応力状態での曲げ座屈およびせん断座屈と個別に取り扱い解析されている。これに対し、現実の腹板は上下フランジで弾性固定され、さらに補剛材を有しているためフランジと補剛材が健全なまぎり腹板の応力が長方形板としての座屈応力に達しても桁としての全体の耐荷力に支配的な影響を及ぼすとは考えられない。補剛された腹板の一様応力状態での座屈に関する研究は相当数なされているが、その代表的なものに MStein,¹⁾ S. Timoshenko,²⁾ K. Klöppel³⁾ 等の研究がある。また、有限帯板法を用い、縦および横方向に補剛された板要素からなる断面部材が、その両端で対称な応力分布外力を受ける場合の弾性および非弾性座屈解析を行なっている吉田⁴⁾の研究がある。しかし、これらの研究は、いずれも周辺単純支持の長方形補剛平板を扱ったもので、補剛材の曲げ剛性およびねじり剛性の影響と同時にフランジの曲げ剛性およびねじり剛性をも考慮しての、作用外力により生ずる応力分布、すなわち座屈前応力分布が二次元的に変化し、かつすべての二次元応力成分を含む垂直補剛材を有する I-型断面部材の弾性座屈問題に関する研究は、まだ見当らないようである。本論文では、上縁載荷を受ける垂直補剛材を有する I-型断面部材の弾性座屈に関し、補剛材位置と作用荷重位置との違いによる座屈係数へ影響、補剛材間隔、曲げ剛比、面積比をパラメーターにとり座屈係数との関係を調べたものである。

2. 解 析 方 法

図-1で示される幅 b 、長さ l の補剛材を含む $b \times l$ の帯板要素を考える。図-1(a)は、座屈前応力分布 $\{ \sigma_x^*, \sigma_y^*, \tau_{xy}^* \}$ を、図-1(b)は、境界断面力 $\{ T, S, Q, M \}$ と対応する変位 $\{ u, v, w, \theta \}$ を、図-1(c)は、部材座標系を示している。いま、補剛材のせん断中心を S 、図心を G 、補剛材と板要素との接合点を P とし、せん断中心における補剛材の変位を $\{ \phi_{is}, u_{is}, v_{is}, w_{is} \}$ で示し、接合点における変位を $\{ \phi_{ip}, u_{ip}, v_{ip}, w_{ip} \}$ で表わすと、両者の間には次の関係がある

$$\left. \begin{aligned} \phi_{is} &= \phi_{ip} \\ w_{is} &= w_{ip} - x_p^* \phi_{ip} \\ u_{is} &= u_{ip} + z_p^* \phi_{ip} \\ v_{is} &= v_{ig} + (z_p^* - z_g^*) \left(\frac{dw_{ip}}{dy} - x_p^* \frac{d\phi_{ip}}{dy} \right) + (x_p^* - x_g^*) \left(\frac{du_{ip}}{dy} + z_p^* \frac{d\phi_{ip}}{dy} \right) \end{aligned} \right\} (1)$$

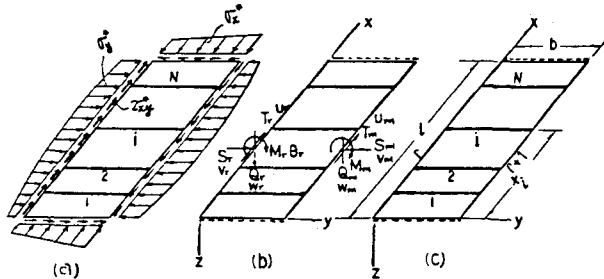


図-1

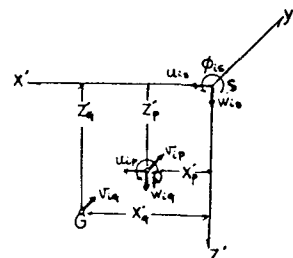


図-2

従って、補剛材 N 本を有する帯板要素 $b \times \ell$ の全ポテンシャルエネルギー Π は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} D \int_0^l \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \\ & + \frac{1}{2} D \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{2}(1-\nu) \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \\ & + \left[\frac{1}{2} E A_i \int_0^b \left(\frac{\partial v_{is}}{\partial y} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{xi} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w_{is}}{\partial y^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{zi} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 u_{is}}{\partial y^2} \right)^2 dy \right. \\ & + \frac{1}{2} G K_{Ti} \int_0^b \left(\frac{\partial \phi_{is}}{\partial y} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{\omega i} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 \phi_{is}}{\partial y^2} \right)^2 dy \\ & - \frac{1}{2} A_i \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u_{is}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{is}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_{is}}{\partial y} \right)^2 \right\} dy \Big] \\ & - \frac{1}{2} t \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \\ & - \frac{1}{2} t \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy - t \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ & - \int_0^l \left\{ (T_{r, r+1} u_{r, r+1} + S_{r, r+1} v_{r, r+1} + Q_{r, r+1} w_{r, r+1} + M_{r, r+1} \theta_{r, r+1}) \right. \\ & \quad \left. + (T_{r+1, r} u_{r+1, r} + S_{r+1, r} v_{r+1, r} + Q_{r+1, r} w_{r+1, r} + M_{r+1, r} \theta_{r+1, r}) \right\} dx \quad \dots (2) \end{aligned}$$

ここで A_i = 第 i 番目の補剛材の断面積， $E I_{xi}$ = 図心 G を通り x 軸に平行な軸まわりの曲げ剛性，
 $E I_{zi}$ = 図心 G を通り z 軸に平行な軸まわりの曲げ剛性， $E I_{\omega i}$ = 曲げねじり剛性， $G K_{Ti}$ = St Venant の
ねじり剛性， $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ ， $D = Et/(1-\nu^2)$ ， ν = ポアソン比 である

面内変位，座屈前応力分布を短辺方向に関し，一次式，面外変位を三次式に仮定する。さらに軸方向両
端が単純支持となるようにフーリエ展開しポテンシャルエネルギー停留の原理を用いることにより，それぞ
れのフーリエ係数で与えられる補剛材 N 本を有する帯板要素の要素剛性方程式が次のように得られる。

$$[K_m]_e \{\delta_m\}_e + \sum_{i=1}^N [K_{mi}^s]_e \{\delta_m\}_e - \lambda \sum_{n=1}^{\infty} [K_{mi}^G]_e \{\delta_m\}_e = \{f_m\}_e \quad \dots (3)$$

ここで $\{f_m\}_e$ ， $\{\delta_m\}_e$ はそれぞれ節接外力ベクトル，節接変位ベクトルである。 $[K_m]_e$ ， $[K_{mi}^s]_e$ ，
 $[K_{mi}^G]_e$ はそれぞれ板要素の剛性マトリックス，N 本の補剛材の剛性マトリックス，座屈前応力分布から
成る安定係数マトリックスであり， λ は座屈荷重強度を与える指標である。式 (3) を系全体に組み立て次
式を得る。

$$\{ [K] - \lambda [K^G] \} \{ \delta \} = \{ f \} \quad \dots (4)$$

座屈前応力分布 $\{\sigma_x^*, \sigma_y^*, \tau_{xy}^*\}$ は $\lambda=0$ において，作用外力による応力分布として求め， $[K^G]$ を
組み立てることができる。従って， λ は

$$| [K] - \lambda [K^G] | = 0 \quad \dots (5)$$

の固有値として求め，座屈モードは，その固有ベクトルととして求める。

3. 数 値 計 算

図-3 で示される垂直補剛材を有する I-型断面部材に対し， $\ell/H=6$ ， $H/B=2$ ， $t_f/t_w=1.5$ に対し，
図-4 で示される垂直補剛材断面の $b_s=8cm$ ， $t_s=0.5cm$ を一定に保ち，パラメータとして ℓ_s/H
 $2c/H$ ， H/t_w ， $\gamma = EI/HD$ ， $\delta = b_s t_s/H t_w$ を用いた。ここで γ は曲げ剛比， δ は面積比であ

る。断面の分割は、上下の各フランジをそれぞれ2分割、 H を8分割、荷重に関するフーリエ級数項は100項、座屈半波長は $(1+3+5+7+9)$ までとり計算を行った。計算結果は次式を用いて整理した。

$$P_{cr} = (2c \cdot q)_{cr} = K \frac{D \pi^2}{H} \quad \text{--- (6)}$$

図-5～図-9は、縦軸に座屈係数 K を横軸に作用荷重幅比 $2c/H$ をとり示した。各図中に示される1)と2)は $\ell_s=1.5H$ で、作用荷重直下に垂直補剛材がある場合とない場合を、3)、4)は $\ell_s=1.0H$ で同じく作用荷重直下に垂直補剛材がある場合とない場合についてそれぞれ示したものである。5)は、補剛材をまったく有しない場合について示したものである。

図-5より、 $H/t_w=50$, $H/B=2$, $t_f/t_w=1.5$ $\delta=0.049$, $\gamma=3.55$ の垂直補剛材を配置した場合、その座屈係数 K の値の増加は補剛材をまったく配置しない場合に比べて約30%増加し、垂直補剛材間隔、配置方法による差異はほとんど見られない。

図-6は、 $H/t_w=100$, $H/B=2$, $t_f/t_w=1.5$ $\delta=0.0988$, $\gamma=28.41$, 図-7は、 $H/t_w=150$ $H/B=2$, $t_f/t_w=1.5$, $\delta=0.148$, $\gamma=95.87$, 図-8は、 $H/t_w=200$, $H/B=2$, $t_f/t_w=1.5$ $\delta=0.1975$, $\gamma=227.24$ の各断面と垂直補剛材を有するI型断面部材について、その座屈係数 K の値を作用荷重比 $2c/H$ との関係を示したものである。これらの図より補剛材配置の方法によりその座屈係数 K の値は非常に異なることが分かる。いずれの場合でも荷重直下に補剛材が有る場合、下側に凸の曲線を示

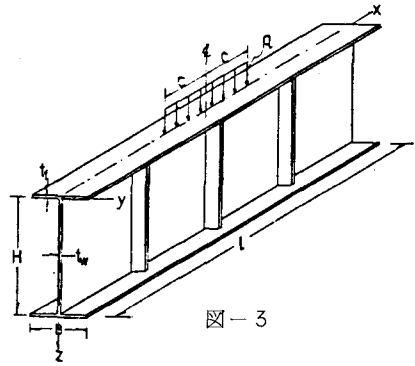


図-3

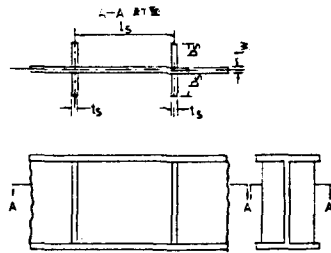


図-4

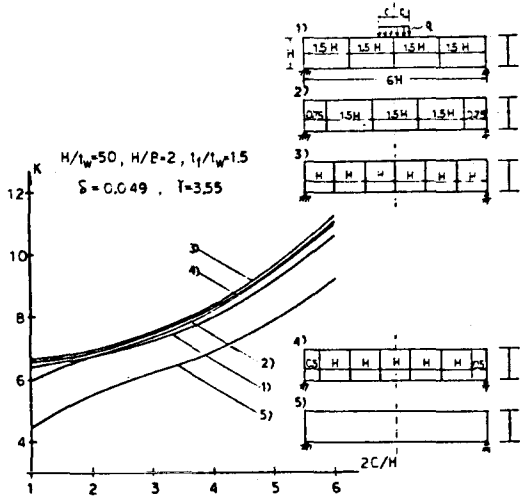


図-5

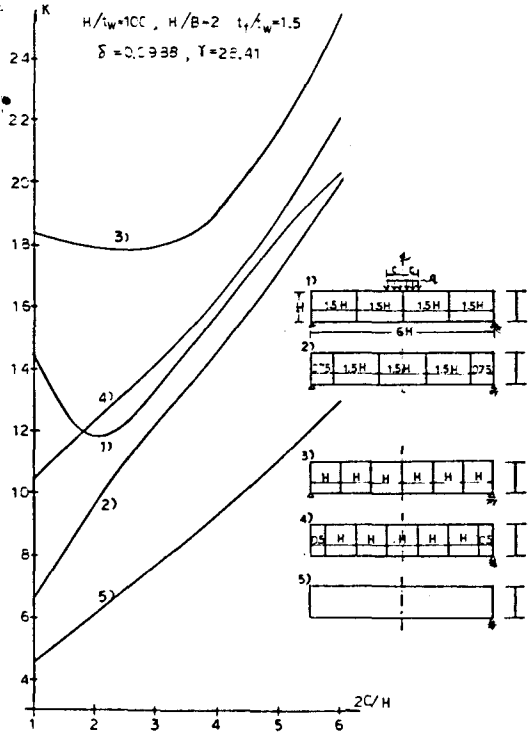


図-6

し、補剛材間隔 $t_s=1.5H$ の場合は、 $2c/H=2.0$ 付近で極小値を示している。作用荷重直下に補剛材がない場合には、一様に増加していることが分かる。作用荷重幅が広がるに従い補剛材配置の相違による座屈係数間の差は、小さくなる傾向にある。

図-9は、 $H/t_w=100$, $H/B=2$, $t_f/t_w=1.5$, $\delta=0.1$ とし、 γ を変化させたときの座屈係数 K の変化を調べたものである。 γ の増加に伴ない座屈係数 K の値は漸増し下側に凸な曲線に移行していく。しかしある程度 γ の値が大きくなると座屈係数 K の値の増加割合は小さくなる。数値計算には北海道大学大型計算機センターの HITAC-M200H を使用した。

3. あ と が き

以上、有限帯板法を用いて垂直補剛材を有する I 型断面材の弾性座屈係数を曲げ剛性比 γ 、面積比 δ との関係を調べることができた。

参 考 文 献

- 1) M. Stein and R. W. Fralic: NACA Tech. Note, NO. 185, April, 1949
- 2) S. Timoshenko and J. Gere: McGraw-Hill, 2nd ed.
- 3) K. Klöppel und J. Scheer: Wilhelm Ernst Sohn, 1960
- 4) 吉田 博, 前川 幸次: 土木学会論文報告集, 第282号, 2, 1979

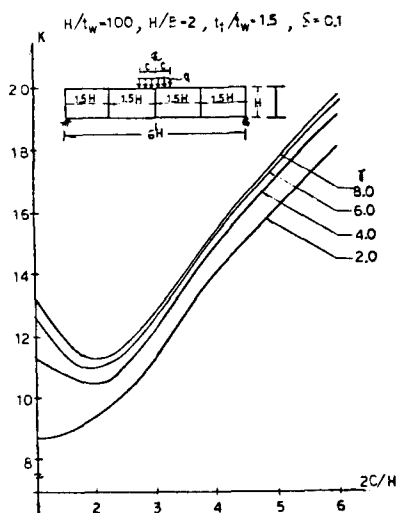


図-9

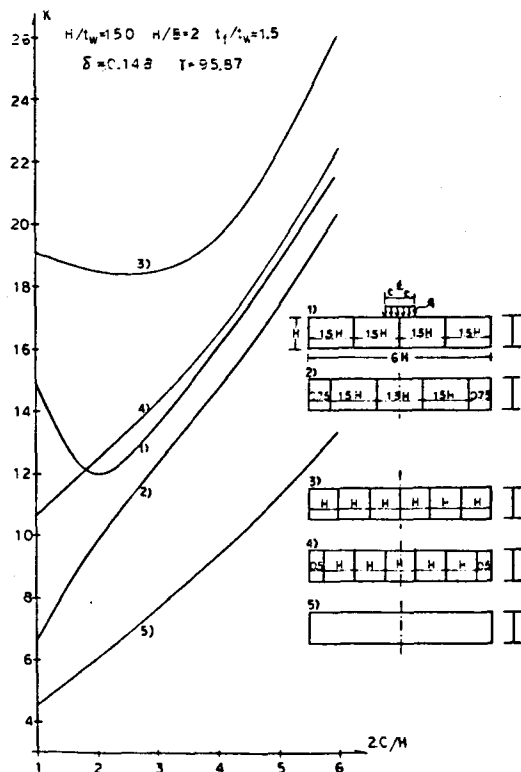


図-7

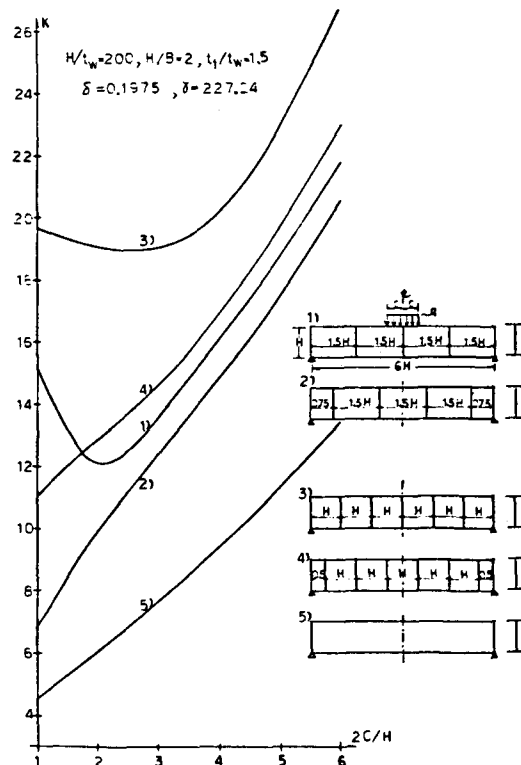


図-8