

V—7 鉄筋コンクリート単桁における曲上鉄筋の定着長決定の新しい解析

道都短期大学 正会員 今井芳雄

§1. 前言 現在鉄筋コンクリート桁のせん断荷重に対処するとして折り曲げ鉄筋は、せん断力から生ずるコンクリートの斜引張力を負担することになっている。然しこの折曲鉄筋は、これのみが stirrup の様に独立したものでなく、主引張鉄筋に接続したまゝ、曲げ上げて斜引張鉄筋となり更にのびて、圧縮部水平筋となつて定着している。そしてこの定着部は斜引張力に抵抗するものとして、定着長、定着の仕方をきめていた。コンクリートに発生する斜引張力がこの anchor によって鉄筋に伝わるためには、曲げ上げ点においても同等の抵抗の出る anchor が必要である。折曲げ鉄筋の曲上げ部は1本のものが単純に曲げ上げるから anchor 効果は期待できない。圧縮部の重要な anchor は筋力有余になることとなる。折曲げ鉄筋を使うとすれば、圧縮部定着はこういうためのものでなく、それは観念を変えて、コンクリート桁の支点までの水平せん断力を引張側の主鉄筋の各々にそっくり伝えるためのものでなければならぬと観るわけである。従つて定着長は支点まで必要である。なおこのとき斜引張鉄筋は45°斜めの stirrup の如き独立の張力を、水平せん断力伝達のためのものとは別に受けるもので、この部分は、2重の張力となる。先づ折曲げ鉄筋は引張主鉄筋につながっている。この主鉄筋は、その横断面で発揮すべき抵抗モーメントに必要な断面、例えば同一径の n 本から成っており、曲上げ筋は Bent up 直前まで引張力発揮に欠かさない大切な鉄筋であり、曲上げ点において突然張力が zero になるものでないことは明らかである。従つて主引張鉄筋の n 本の1本1本が等分に断面張力の $\frac{1}{n}$ を負担するわけである。曲げをうける等価材料の桁の力学解析と同じく、曲げを受ける鉄筋コンクリート桁においても、1つの横断面の全張力は断面中立軸より上部の全圧縮力に等しいわけである。更に解析を進めるとこの圧縮力は断面から支点(より一般的には曲げモーメント zero 点)までの中立面に働く全水平せん断力にもまた等しいのである。この事は断面圧縮力が中立面せん断力を媒介 $\times \times$ として n 本の主引張鉄筋に伝えられているということである。であるからこのうちどの1本も支点までの水平せん断力に等しくなければならぬということになる。どれかの1本は支点まででなく途中までのせん断力でよいということにならぬ。このため引張主鉄筋に連なる折曲げ筋もまた、曲上げ点から支点までのものを引張鉄筋に伝えなければならぬわけである。そうであつても横断面の n 本の1本1本が断面張力の $\frac{1}{n}$ を等分に負担するという解析条件が満たされるのである。定着筋を支点まで延ばさないで、現行のように途中までの定着で終っているのでは、必要な支点までのせん断力をとれないから、これに接続している主引張鉄筋は断面張力の $\frac{1}{n}$ に満たないことになり不足分は曲げない真直ぐな他の主引張鉄筋に増員荷されざるを得ないことになり、最初の条件と違った状態に変つていくわけ、解析は混乱する。主引張鉄筋に余裕が出来ていなくなるから折曲げ鉄筋にするというが、 dx 間に dM の moment の減少に相当する鉄筋張力の減少が起るのは、 dx 間の中立面のせん断力が dx 長の鉄筋の付着を $\times \times$ して鉄筋張力の肩替りをするからで、鉄筋もここで切断してもよいということではなく、付着用として、支点まで存続させてその区間の全付着が断面の引張力に等しくなるのである。従つて主鉄筋につながつた折曲げ筋も支点まで存続させて付着力を $\times \times$ して支点までのせん断力をとらねばならぬという解析は正鉄筋と全く同等という理論になる。

§2. 中立面の水平せん断応力. 中立面上の水平せん断応力を τ , 断面 m, n, m_2, n_2 (Fig. 2.1-a, 2.1-b) に挟まれた長さ dx の中立面上部のブロックの水平方向の vector の釣合条件 $\Sigma H = 0$ から (Fig. 2.1-c) を中立面幅とすると

$$\tau \cdot b \cdot dx = - \int_{y=0}^{y=c} \frac{\sigma_{x-1}}{c} y dA + \int_{y=0}^{y=c} \frac{\sigma_{x-2}}{c} y dA \quad \text{-----} \quad (2.1)$$

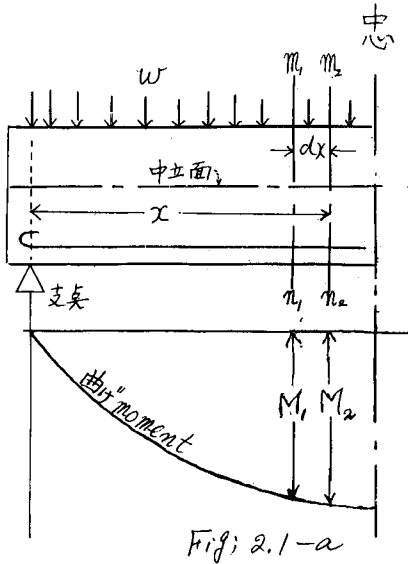


Fig. 2.1-a

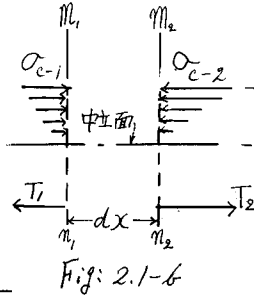


Fig. 2.1-b

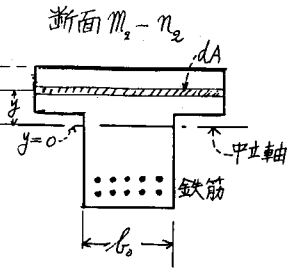


Fig. 2.1-c

$$\tau b_0 dx = - \int_{y=0}^{y=c_0} \frac{M_1}{I} y dA + \int_{y=0}^{y=c_0} \frac{M_2}{I} y dA \quad (2.2)$$

$$= \left(\frac{1}{I} \int_{y=0}^{y=c_0} y \cdot dA \right) \times (-M_1 + M_2) \quad (2.3)$$

$= \left(\frac{1}{I} \int_{y=0}^{y=c_0} y dA \right) \cdot dM \dots (2.4)$, ここで中立面の水平せん断力, $\tau b_0 dx$ を断面 $m_1 n_1$ から支えA

まで積分すると $\int_{x=0}^{x=x} \tau b_0 dx = \left(\frac{1}{I} \int_{y=0}^{y=c_0} y dA \right) \int_{x=0}^{x=x} dM \dots (2.5) = \frac{M}{I} \int_{y=0}^{y=c_0} y \cdot dA \dots (2.6)$

$= \frac{Q}{C_0} \int_{y=0}^{y=c_0} y \cdot dA \dots (2.7)$ とする。(2.7)式は断面 $m_2 n_2$ (Fig. 2.1-c) の中立軸から上部に働く圧

縮力のつり合いを示すものであるから断面における釣合条件 $\Sigma H = 0$ から鉄筋の引張力の和と等しいわけである。この際引張鉄筋が例えば同一径 n 本あれば1本1本は $\frac{1}{n}$ を等分負担するわけである

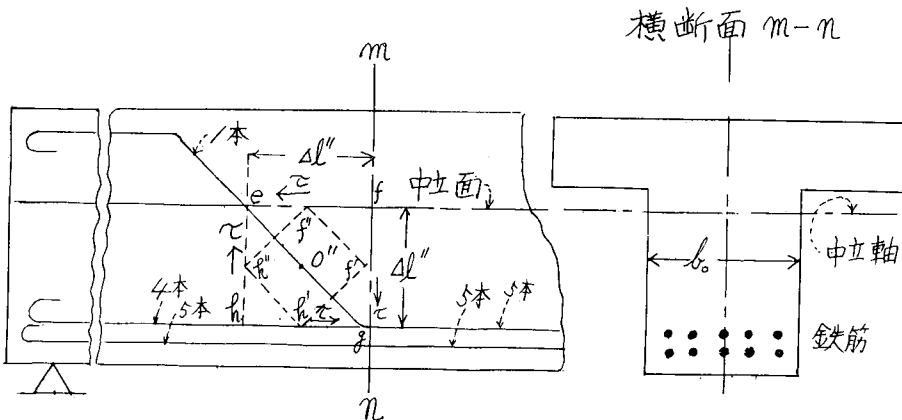


Fig. 3.1-a

横断面 m-n

§ 3.

斜引張力と付着力

中立面上の水平せん断力をとすれば、中立面以下のコンクリートはせん断力のみの

Fig. 3.1-b

状態である。そこで中立面幅 b_0 を厚さとする正方形ブロック $\Delta l'' \times \Delta l''$ (Fig; 3.1-a) を考えるとブロックは四周に共役せん断応力 (Complementary shear stress) τ が作用して釣合いが保っているわけである。更にブロック $h''f''f'h''$ を内部に考えると 4面は主応力面 (Principal plane) であつて、主応力の大きさは τ である。ブロック $efgh$ ($\Delta l'' \times \Delta l''$) の eg の長さは伸張 ϵ 、これに伴う斜引張力 T_d は vector であつて ef'' 面, eh'' 面上のせん断力の合力 vector である。それは $h''f''$ 主応力面に作用し、大きさは

$$T_d = b_0 \times \sqrt{\left(\frac{\Delta l''}{2} \times \tau\right)^2 + \left(\frac{\Delta l''}{2} \times \tau\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} b_0 \cdot \Delta l'' \times \tau \dots (3.1) \text{ となる。対照位置にある}$$

$h''f''$ 主応力面にも斜引張力が起り、その大きさは (3.1) 式の T_d に等しく、方向は反対向きである。

そしてブロック $\Delta l'' \times \Delta l''$ (ブロック, $efgh$) 内で釣合うもので中立面を越えて及ぶ筋のものではない。この解析によつてコンクリートの斜引張力 による亀裂が 先づ引張鉄筋側の $h''f''$ 面で発生することがよくわかる。それは下縁はブロック頂角 g 角が容易に鉄筋が逸脱するためであらう。斜引張力 T_d は長さが斜辺長 $\sqrt{2} \Delta l''$ の $h''f''$ 面に normal に作用する $b_0 \cdot \sqrt{2} \cdot \Delta l'' \times \tau$ である様に思えるが、そうはいかず、共役せん断応力作用下のブロック $efgh$ は同時に斜め方向 fh 方向に圧縮歪みも伴っているから半減され、(3.1) 式相当のものになる。もし (3.1) 式の T_d が $h''f''$ 面で $h''f''$ 面でもなく $\sqrt{2} \Delta l''$ の長さの $h''f''$ 面に作用しているならば、その応力は τ でなく $(b_0 \cdot \sqrt{2} \Delta l'' \times \tau) \div (\frac{1}{2} \tau) = \frac{1}{2} \tau$ でなければならぬ。斜引張力 T_d は $h''f''$ 面、 $h''f''$ 面に作用すると結論される。斜引張応力 σ の分布幅は $h''f''$ の幅から中心 O に向つて直線的に zero になると解される。鉄筋の直径を D とすれば周囲長は πD 、鉄筋の付着応力を τ_0 とすれば、(3.1) 式で求める斜引張力 T_d は先づブロック $efgh$ (Fig; 3.1-a) の頂角 g から $h''f''$ 面迄の付着長 $\frac{\Delta l''}{2} \times \cos 45^\circ = \frac{\Delta l''}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ で支えられるとする。それは頂角 g から $\frac{1}{2} \Delta l''$ の直角2辺の合 vector h'' からである。この g 角迄の τ_0 の anchor として $\frac{\Delta l''}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \pi D \times \tau_0 = \frac{1}{2} b_0 \cdot \Delta l'' \times \tau \dots (3.2)$ と等置出来る。 $\therefore \tau_0 = \frac{2 \cdot b_0}{\pi D} \times \tau \dots (3.3)$

この付着応力 τ_0 が発揮されなければ斜引張鉄筋はそのまゝ残曲にコンクリートは逸脱するから $h''f''$ 面は亀裂面となる。(3.3) 式からみてコンクリートの斜引張亀裂を阻止するに付着応力 τ_0 に頼るだけでは構造的に付着長が採れないので Bent up 角に stirrup を交差する等にて些小のつれもない阻止角を作る等の機械的構造が必要であらう。

§4. 曲上げ鉄筋張力の2重性

斜引張力 $T_d = \frac{1}{\sqrt{2}} b_0 \cdot \Delta l'' \times \tau \dots (3.1)$ は $h''f''$ 面および $h''f''$ 面 (Fig; 3.1-a) に大きさ等しく方向反対な力として作用している。これはブロック $efgh$ の長さ eg が伸張 ϵ 、付着力が中を通る芯の斜引張鉄筋を伸長する様に働く。然しこれとは別に、Bent up 角では主引張鉄筋の1本の張力が水平方向に掛つてゐるから、この $\cos 45^\circ$ の分力が斜引張鉄筋に伝わる。この方はすでに解析したように、支えまでの水平せん断応力の $\cos 45^\circ$ 分の分力で釣合はねばならぬものである。即ち曲上げ鉄筋の 45° 傾斜部は斜引張力 T_d とあわせ2重の張力下にあることになる。斜引張力 T_d が (3.1) 式の 100% が鉄筋に生ずるか、どうかはもつぱらすでに解析したごとくブロック $efgh$ (Fig; 3.1-a) の g 角におけるコンクリート逸脱阻止力如何によるものである。

§5. 設計例の検討

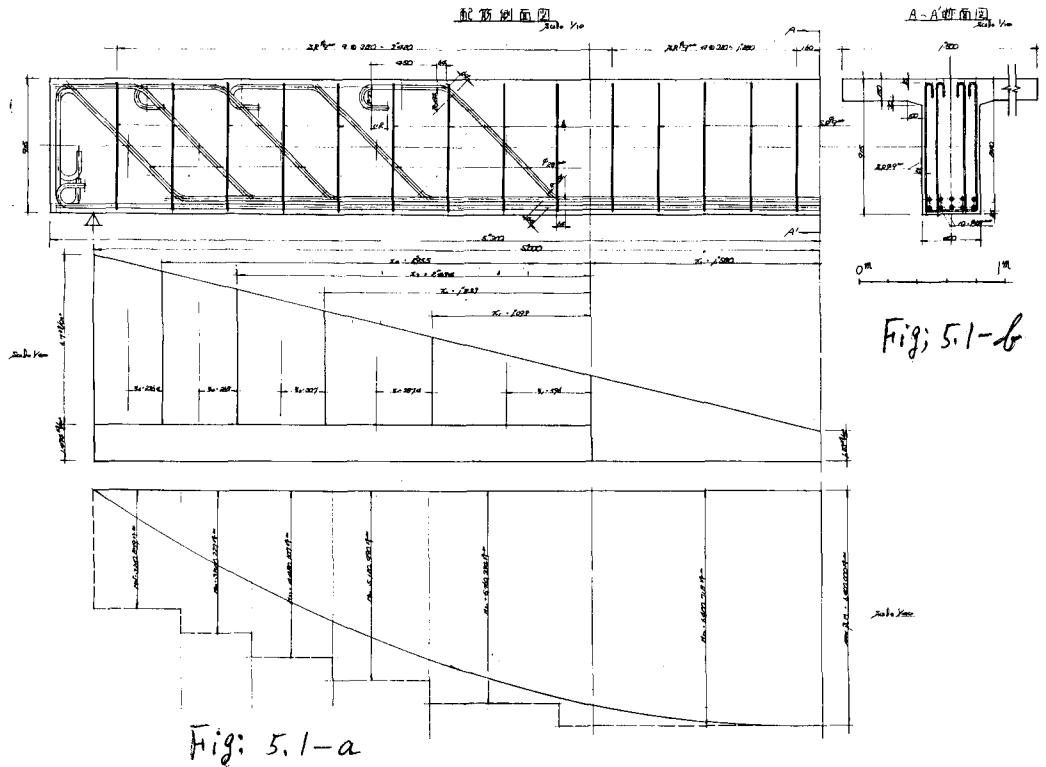


Fig. 5.1-b 断面の上面から中立軸までの高さを x とすれば $x = 28.604 \text{ cm}$, 中立軸の高さ Δl (Fig. 3.1-a) $= 84 \text{ cm} - 28.604 \text{ cm} = 55.4 \text{ cm}$, 中立軸に関する断面二次率を I_i とすれば $I_i = I_{\text{equivalent}} = I_{\text{concrete}} + I_{\text{steel bar}} = 3,913,353.2 \text{ cm}^4$

$Z = \frac{I_i}{\pi \cdot G_{\text{steel bar}}} = 76.45 \text{ cm}$, $\sigma_{\text{concrete}} = \frac{M}{I_i} x$ である。最初の曲上げ角は支えから

3.2 m に設計してあるから、せん断応力 $\tau = \text{Shear} \times \frac{1}{b_0} \cdot \frac{1}{2} = 3.516 \text{ kg/cm}^2$ と算定する (重荷重 $= 3 \text{ t/m}$, 死荷重 $= 2.12 \text{ t/m}$ 最大 shear 10.752 t)

(3.3)式から付着応力 τ_0 は Bent up 側 τ は

$$\tau_0 = \frac{2 \cdot b_0}{\pi \cdot d} \cdot \tau \quad \text{--- (3.3)}$$

$$= \frac{2 \times 40 \text{ cm}}{\pi \times 2.8 \text{ cm}} \times 3.516 \text{ kg/cm}^2$$

$$= 32 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{--- (5.1)}$$

中立面から上部圧縮側では直線の付着長として

$$\frac{\Delta l''}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 30 \text{ cm} = 19.6 + 30 = 49.6 \text{ cm} \text{ と採り得る}$$

から、先づ斜引張力 T_d を求めると $T_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot b_0 \cdot \Delta l'' \times \tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 40 \text{ cm} \times 55.4 \text{ cm} \times 3.516 \text{ kg/cm}^2 = 5,509.4 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \text{従って } \tau &= \frac{5,509.4 \text{ kg}}{\pi \times 49.6 \text{ cm}} \\ &= 12.6 \text{ kg/cm}^2 \text{ ----- (5.3)} \end{aligned}$$

ぎりぎり一杯である。切角圧縮部では付着力でコンクリートの逸脱を阻止しうる見込みは (5.3) 式のようにしても、主引張鉄筋側で、これに抵抗する anchor が保証されないまいでは斜引張鉄筋の効果は大幅に制約される。

次に、最初の曲上り点の最大せん断荷重による曲げモーメントは $45.26 \text{ t}\cdot\text{m}$ と算定されて

$$\begin{aligned} Q_s &= \pi \cdot \frac{M}{I_x} \times 55.4 \text{ cm} \\ &= 961.1 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故に } \phi 28 \text{ mm 鉄筋 1 本 張力} &= 961.1 \text{ kg/cm}^2 \times 61.6 \text{ cm}^2 \\ &= 5,920 \text{ kg} \text{ ----- (5.4)} \end{aligned}$$

曲上り筋の 45° 傾斜部張力は T_d も加算して (Bent up 側の anchor が圧縮側の anchor と同等の能力あれば) $T'' = T_d + Q_s \cdot A_s \times \cos 45^\circ$

$$\begin{aligned} &= 5,509.4 \text{ kg} + 4,186 \text{ kg} \\ &= 9,695 \text{ kg} \text{ ----- (5.5)} \end{aligned}$$

圧縮部定着端(折下げ点)に掛る水平張力は $4,186 \text{ kg} \times \frac{1}{\cos 45^\circ} = 5,920 \text{ kg}$ で 1 元にもどる

次に、支桌から 0.6 m 点の最大せん断荷重は 22.582 t と算定される。

せん断応力 τ は 7.38 kg/cm^2 と計算される ----- (5.6)

(3.3) 式によって同じく Bent up 点における付着応力 τ_0 を求めると

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{2 \times b_0}{\pi \cdot D} \times \tau \\ &= \frac{2 \times 40 \text{ cm}}{\pi \times 2.8 \text{ cm}} \times 7.38 \text{ kg/cm}^2 \\ &= 67.12 \text{ kg/cm}^2 \text{ ----- (5.7)} \end{aligned}$$

ということになる。斜引張鉄筋 1 本の付着力で、桁の全幅 $b_0 = 40 \text{ cm}$ をとらせることは無理である

$$\begin{aligned} \text{斜引張力 } T_d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times b_0 \cdot \Delta l'' \times \tau \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 40 \text{ cm} \times 55.4 \text{ cm} \times 7.38 \text{ kg/cm}^2 \\ &= 11,565.8 \text{ kg} \end{aligned}$$

中立面より上部圧縮部では直線長 $19.6 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 49.6 \text{ cm}$ を付着長として採りうるから

$$\tau_o = \frac{16,565.8 \text{ kg}}{\pi \times 4.86 \text{ cm}} = 26.5 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{----- (5.8)}$$

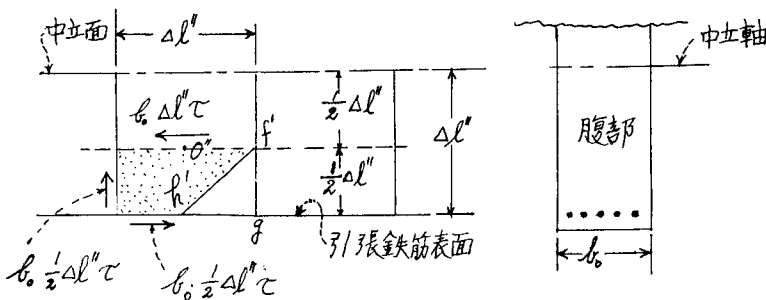
であるから折曲筋1本だけでは圧縮側でも無理である

以上の解析計算はせん断力を負担する stirrup 無しの計算であるが折曲筋鉄筋は、曲上り点における斜引張鉄筋の anchor 力が弱くこの亀裂防止が充分でないのである。従来にも増して stirrup に頼る比重が高くなることになる

§6. 結言

- ① 折曲筋鉄筋の曲上り点には主引張鉄筋の張力が働いているといた。
- 昭和49年制定鉄筋コンクリート標準示方書16条の解説によれば“...折曲筋鉄筋がフレイトラスの斜材として働くと考えれば……”とあり、曲上り点に相当な張力があることを示唆しているが水平せん断力のその鉄筋分に等じかる可きということまでは究明していない。
- ② 圧縮部に定着する折曲筋鉄筋はすべて支桌まで延ばす必要があることを解析した
- ③ 中立面の水平せん断応力の桁長方向の支桌までの積分値が引張鉄筋張力に等しいことを明らかにした。
- ④ 斜引張力は共役せん断応力に囲まれたブロックの対角線が延伸させられる時のものでブロックの内部応力でそれ自身相殺されてブロックの外に出るものであると解析した
- ⑤ 折曲筋鉄筋がコンクリートの斜引張力を引きうけて伸張するためには、コンクリートとの付着長が $\frac{\Delta l''}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ に限定されるため Bent up 側のコンクリート逸脱阻止の機械的工作が必要である
- ⑥ 斜引張鉄筋は 45° 斜め部では2重の張力を負担することを解析した
- ⑦ 折曲筋鉄筋の定着を支桌まで延ばすから水平せん断力を伝えるための鉄筋周長規定は、この分を引張主鉄筋の周長に合計していいことになる。従って鉄筋コンクリート標準示方書16条付着応力度(2)項の様に荷重せん断力を $\frac{1}{2}$ にとるという措置も不要で力学的に明快に(6)式 $\tau_o = \frac{S}{u \cdot z}$ を使うことが出来るのである。(198/12.19)

斜引張力 補遺



vector $b \cdot \frac{1}{2} \Delta l'' \cdot \tau$ と $b \cdot \frac{1}{2} \Delta l'' \cdot \tau$ の合力 vector $b \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta l'' \cdot \tau$ は 0° 点をとおり
 と水と vector $b \cdot \Delta l'' \cdot \tau$ の合力 vector は 0° 点をとおり、方向は
 水平と 45° であり大きさは $b \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta l'' \cdot \tau$ である。そして $h' f'$ 面に normal
 である。 τ ... 中立面上の水平せん断応力