

II-19 任意形状を有する河道弯曲部における流れの数値計算

北大工 正 藤 〇森 明 巨
 “ “ 岸 力
 “ 学生員 吉 岡 正 人
 “ “ 境 泰 宏
 “ “ 太 田 道 男

1. 概要

1980年 Kalkwijk と Vriend¹⁾ は河道弯曲部流れに関する1数値計算法を提案した。(以下、略してKV法と呼ぶ) 本報告は、この方法を用いて、1. 河道側壁が直立の流れ、2. 河中が変化する流れ、を解き実測値と比較し、同法の適合性を検討したものである。1. については、二次流の強度の空間分布を考慮すると実験結果が良く説明できることがわかった。2. については、河道形の急変する所では、実測値と計算値の違いが大きいが、なだらかに変化する所では両者の一致が良好であることがわかった。

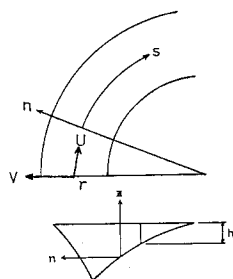


図-1

2. Kalkwijk & Vriend 理論の概要

図-1に示す様に河道中心線に沿ってS軸を取り、これに直角方向にn軸を取り、z軸を河床を原点に鉛直上を正に取る。図において、U、VはそれぞれS方向及びn方向の流速である。流れの連続の式及びS、n方向の運動方程式を河床から水面まで積分したものを(1)~(3)式で与える。

$$\frac{\partial h \bar{U}}{\partial S} + \frac{\partial h \bar{V}}{\partial n} + \frac{h \bar{U}}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h \bar{U}}{\partial S} + \frac{\partial h \bar{U} \bar{V}}{\partial n} + 2 \frac{h \bar{U} \bar{V}}{r} + \frac{h}{P} \frac{\partial P}{\partial S} + \frac{\tau_s}{f} = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\bar{U}^2}{r} + \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

ここで、P: 圧力、 τ_s : S方向の河床せん断力であり、 $\bar{\quad}$ は水深方向の平均値を表わす。

(2)式における $\bar{U} \bar{V}$ を次の様に与える。U、Vを(4)、(5)式で近似する。(5)式右辺の2項は、一様曲率の広矩形水路におけるVであり、 f_1 には経験則を仮定する。 $\bar{f}_1 \approx 1$ とすると(6)式が得られる。

$$U \approx \bar{U} f_1 \left(\frac{z}{h} \right) \quad (4)$$

$$V \approx \bar{V} f_1 \left(\frac{z}{h} \right) + \frac{\bar{U} h}{r} f_2 \left(\frac{z}{h} \right) \quad (5)$$

$$\bar{U} \bar{V} = \bar{U} \bar{V} + K \frac{\bar{U}^2 h}{r} \quad (6)$$

ここで、 $K = \bar{f}_1 \bar{f}_2 = 5/\kappa \varphi_0 - 15.6/(\kappa \varphi_0)^2 + 37.5/(\kappa \varphi_0)^3 \quad (7)$

Kはカルマン常数であり、 $\varphi_0 = \bar{U}/U_*$ 、 U_* ：摩擦速度である。図-2はKと φ_0 の関係を図示したものである。
(6)式を(2)式に代入すると(8)式が得られる。

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial S} + V \frac{\partial \bar{U}}{\partial n} + \frac{\bar{U} \bar{V}}{r} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{K \bar{U}^2 h^2}{r} \right) + ZK \frac{\bar{U}^2 h}{r^2} + \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial S} + \frac{\bar{U}^2}{\varphi_0^2 h} = 0 \quad (8)$$

特性常の理論を用いると(3)、(8)式は次の関係におき換えられる。

特性曲線 $\frac{dn}{dS} = ZK \frac{h}{r}$ の上で

$$\frac{d}{dS} \left(\frac{P}{P} + \frac{\bar{U}^2}{Z} \right) = - \frac{\bar{U}^2}{h \varphi_0^2} - \frac{\bar{U}^2}{h} \frac{\partial}{\partial n} \left(K \frac{h^2}{r} \right) - \left[\bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial n} + \frac{\bar{U} \bar{V}}{r} \right] \quad (9)$$

(1)、(3)、(9)式を基礎方程式として次の手順で流れの数値解を求める。
 $h/r \ll 1$ として特性曲線とS軸で近似する。(9)式をnで偏微分し、 $\partial P / \partial n$ に(3)式を代入し、得られた式を差分化する。この差分式と流量の連続式

$$\int_{\text{up}} h \bar{U} dn = Q \quad (10)$$

を用いてあるSでの $\bar{U}$ を求める。この計算を上流から下流に向かって行う。次に圧力に静水圧を仮定し、(3)式より水位を求め、(1)式よりVを求める。

Kalkwijk & Vriendは、運動量の横断方向への輸送が弯曲流に果たす役割を重視したが、これを考慮すると運動方程式は近似的にしか解けない。彼らは、 U 、 V を(4)、(5)式で近似することにより問題を解いているがこれが成立するための条件として次の諸点をあげている。

1. 川巾 $B \gg h$ 、2. $r \gg B$ 、3. n方向の河床変化がゆるやかである
4. 流れは主に速度によって決まる。5. 流下方向成分が卓越する。
6. フールド数が小さい

Kalkwijk & Vriendの論文には、平均水位の計算法が示されている。本報告では、これと次の様にして求めた。

各計算点でUの近似値が計算されると、 $S = S_1$ から $S = S_1 + \Delta S$ まで流下する間に失う水位差が計算される。 ΔS 間の流れが近似的に等速であるものとして $S + \Delta S$ の平均水位に ΔE を加えたものを $S = S_2$ の平均水位とする。

RUN	rcm	Bm	弯曲角	水路床	Q l/sec	h cm	φ_0
No. 8	0.8	0.8	90°	固定床平坦	11.4	6.0	19.2
No. 5	0.8	0.8	90°	固定床斜面	12.3	7.9	10.2
C-13	8.54	2.08	180°	移動床	148.0	13.1	9.78

表-1 No. 5, No. 8 : Rozovski⁽²⁾, C-13 : 大西, Subhash, Kennedy⁽³⁾

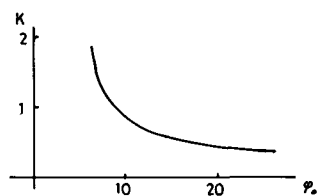


図-2

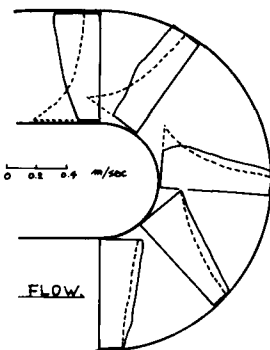


図-3 a

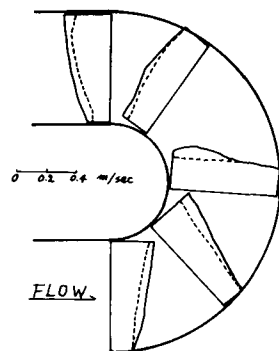


図-3 b

3. 流路中が一円で側壁が直立壁の流れ

表-1に示した3例について計算を行つた。いずれの水路も彎曲部は一樣曲率であり、彎曲部の上下流には直線部が接続されている。No.8の水路の彎曲部水路床は横断方向に4.3°の一樣な傾きを持ち、外岸に向かつて低下している。直線部の水路床は、水平の部分から徐々に傾き彎曲部に滑らかに接続している。

図-3aにNo.8の流下方向平均流速の實測値と計算値の比較を示す。図によると實測値は彎曲部終端に向かつて自由渦から強制渦へ移行しているのに対して、計算値では彎曲部全区域にわたって自由渦である。これは実際の流れでは側壁で $V=0$ すなわち $K=0$ であるのに対して、数値計算では $K=\text{const.} \neq 0$ としたためと考えられる。 $K=\text{const.}$ とすると、No.8の流れでは $h \approx \text{const.}$ であるから、

$$(9) \text{式右辺第2項} = \frac{\bar{U}^4}{h} K \frac{h}{\omega}$$

となり、 ω が小さいほど流下に伴うエネルギーの増分が大きくなり、かつ流入部では内部側の U が大であるからである。側壁近傍の二次流の構造は十分に解明されていない。そこで、本報告では、 K を仮に(11)式で与えてみた。

$$\left. \begin{aligned} K &= K_0 \sin n\pi/B \\ K_0 &= 5/K_0 - 15.6/(K_0)^2 + 37.5/(K_0)^3 \end{aligned} \right\} (11)$$

このときの計算値と實測値の比較が図-3bに示されている。図からわかる通り両者は良く一致している。

図-4はNo.5に対する實測値と計算値の比較である。aは K を(7)式で与え、bは K を(11)式で与えた場合である。両図を比較すると、全般的に(11)式を用いた方が計算値は實測値に近く、特に流れが自由渦から強制渦に移行する点についてみれば、 K を(11)式のように空間的に変化させる必要のあることがわかる。

図-5は、C-13に対する計算値と實測値の比較である。aは K を(7)式で与え、bは K を(11)式で与えた場合である。図中には河床高が一点鎖線で示されている。又、最大流速の位置が点線で示されている。図によれば、 K に(7)、(11)式のいずれを取っても大きな差はない。これは、C-13では(9)式右辺第1項が第2項に比べて大きく、計算値が K の取り方にそれほど依存しないためである。しかし

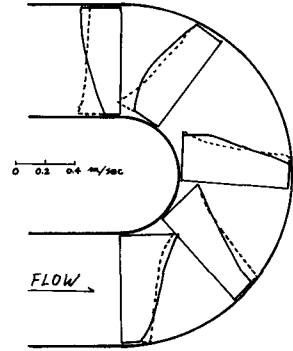


図-4a

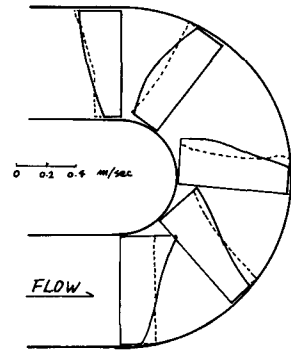


図-4b

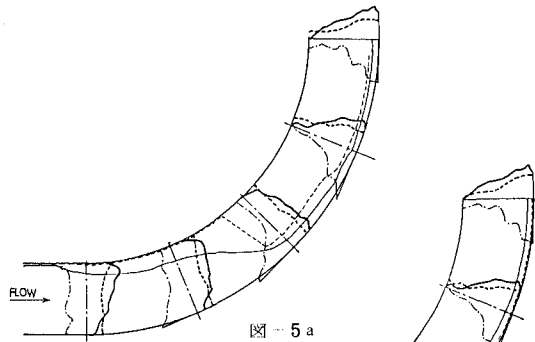


図-5a

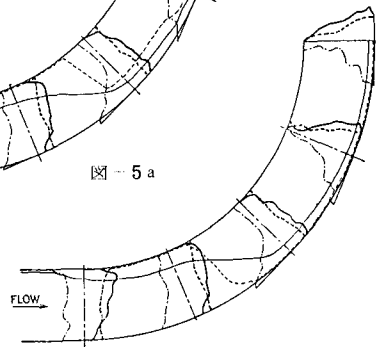


図-5b

流心部が内岸側から外岸側へ移行する経路、及び流速分布形は、(11)式を用いたオガ (12)式を用いるより幾分実測値に近いのが認められる。

4. 流路巾が変化する場合；石狩川への適用
北海道を襲った S50.8 集中豪雨後、北海道開発局では、図-6 に示した石狩川の河口から 5 km の弯曲部前後の 1/50 の大型モデルを製作し、洪水流に対する種々の水理解析を行っていた。本節では、上記実験施設で得られた S50.8 洪水に対する実測値と K-V 法による計算値との比較を行っている。

計算条件；河口からの距離を x とすると計算区間は $x=0$ から 5.7 km の間である。S 軸を図-6 中に一点鎖線で示す様に河道中心付近に取る。計算点の間隔は、横断方向に 10 m、縦断方向には S 軸に沿って、22.5 ~ 62.5 m である。流量は 6800 m³/sec であり、河道の粗度係数は 0.023 である。

計算結果；図-7 は、水位及び流速の横断方向分布形の实測値 (実線) と計算値 (点線) の比較を行う、たものである。参考のため、図中には河床形 (太い実線) も示されている。図-8 は、左右岸水位の縦断方向変化の实測値と計算値の比較を行う、たものである。

これらの図によれば、実測値と計算値の一致は概ね良好であるが、5 km 地点で両者の差がかなり大きくなっている。

この原因を調べるために、S 軸の曲率半径の絶対値 $|R_c|$ 及び最深部の標高 η_{max} と x の関係をプロットしたものが図-9 である。図によると $x=5.7$ km から 5 km にかけて η_{max} の変化率が大変大きく、かつ絶対値も大きい。また、この区間は $|R_c|$ が全区間中で最も小さい所となっている。更に、この区間は最深部が右岸から左岸へ移行する所にもなっている。

以上の諸点が、K-V 法を適用する上に好ましくないことは 2 節に示した適用条件より明らかである。Kalkwijk & Vriend の論文には、

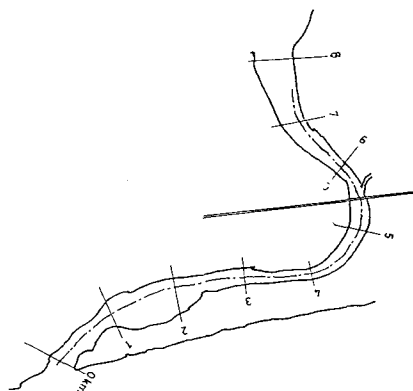


図-6

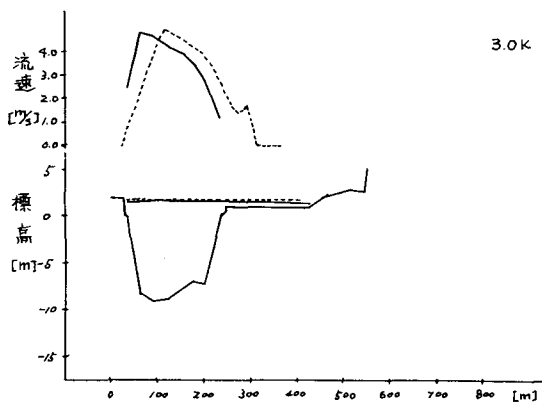


図-7 a

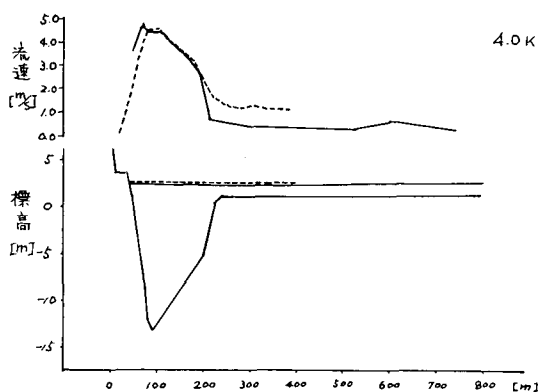


図-7 b

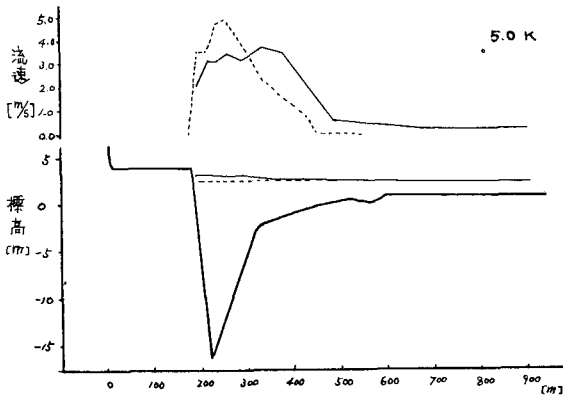


図-7c

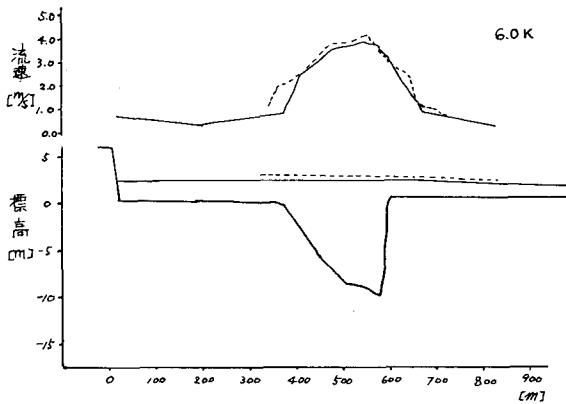


図-7d

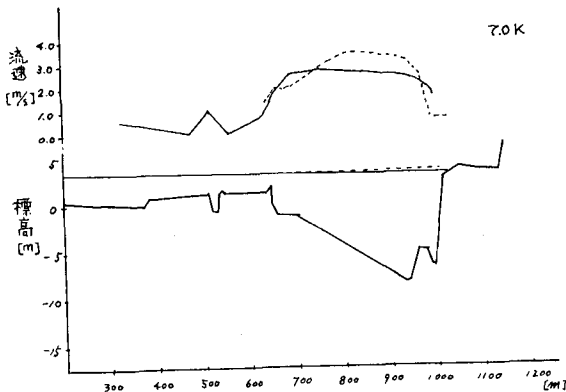


図-7e

適用限界の数値が具体的に示されていないが、同区間での V の計算値が部分的に 1 m/sec を越え、 U と V が同程度の大きさとなり、このため同区間での計算精度が著しく悪くなったものと考える。

5. 結論

以上示した様に河床形が急変する場合、3節に示した例では K を空間的に変えることにより良い結果を得ることが出来る。しかし、4節に示した様に河道形の局所的な変化が大きくなり、 V が U と同程度の大きさになると計算精度は悪くなる。精度を向上するためには、横断方向の運動方程式について V に関する項も考慮に入れる必要があると考える。

参考文献

(1) Kalkwijk & Vriend ;

"Computation of the flow in shallow river bends,"

Jour. Hydraul. Res. vol. 18, No.4 1980

(2) Rozovskii ;

"Flow of Water in Bends of Open Channels,"
Israel Program, 1961

(3) Onishi, Jain and Kennedy ;

"Effects of Meandering on Sediment discharge and Friction Factors of Alluvial Streams,"
IIHR Report No.141, 1972.

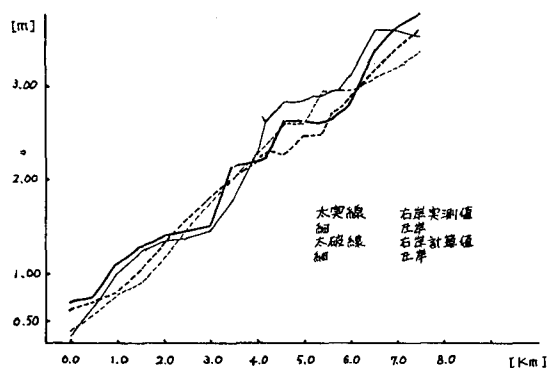


図-8

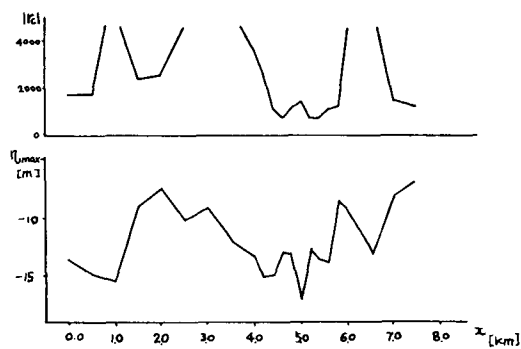


図-9

記号表

B : 川巾
 f_1 : U の z 方向分布関数
 f_2 : V の " " "
 h : 水深
 K : f_1, f_2 の 深さ方向平均値
 K_0 : " "
 n : 河道横断方向
 P : 圧力
 Q : 流量
 r : 曲率半径
 r_c : S 軸の曲率半径

S : 河道中心線
 U : S 方向流速
 U_m : 摩擦速度
 V : m 方向流速
 x : 河口からの距離
 z : 図-1
 η_{max} : 最深部の標高
 κ : カルマン常数
 ρ : 水の密度
 τ_s : S 方向の河床せん断力
 φ_0 : 流速係数