

II-14 斜面の平面形状特性と出水特性に関する研究

北海道大学工学部 正員 藤田 睦博
 北海道大学工学部 正員 山岡 勲
 北海道大学工学部 学生員 ○ 菊川 武

1. はじめに

山腹斜面は降雨量を流量に変換する場であり、降雨条件が同一であれば当然、斜面の形状が流出に影響するはずである。斜面の平面形状を流出モデル内に表現するためには、その基礎式は時間軸のほかに空間軸をもつ分布定数系のモデルが基本となる。Kinematic wave モデルを基本モデルとして採用すると、斜面の平面形状は基礎式の境界条件に含まれることになる。しかし、斜面の形状が複雑になると、基礎式の境界条件が複雑になり、その取り扱いが容易でない。本研究は、Kinematic wave モデルを、集中定数系の流出モデルである貯留型の流出モデル（貯留関数法）に置換し、斜面の平面形状特性を貯留型モデルのパラメータを媒介として評価しようとするものである。

藤田⁽¹⁾は、このような観点からすでに斜面長の確率分布を考慮した貯留関数法を提案している。ここでは、斜面流域が平面形状特性の異なる二つの斜面流域（複合斜面と呼ぶ）から成るものとし、貯留方程式を誘導し、さらに実流域への適用を試みた。

2. 貯留方程式の誘導 </> 三角形斜面と矩形斜面の複合斜面

図-2.1に示す一定勾配の複合斜面上の流は次式で表わされる。

矩形斜面 I

$$\partial y_I / \partial t + \partial q_I / \partial x_I = r(t) \cos \theta_I \quad (2.1)$$

$$q_I = \alpha_I y_I^m \quad (2.2)$$

$$y_I(x_I, 0) = 0, \quad y_I(0, t) = 0 \quad (2.3)$$

三角形斜面 1

$$\partial y_{z1} / \partial t + \partial q_{z1} / \partial x_1 = r(t) \cos \theta_{I1} \quad (2.4)$$

$$q_{z1} = \alpha_{I1} y_{z1}^m \quad (2.5)$$

$$y_{z1}(x_1, 0) = 0, \quad y_{z1}(0, t) = 0 \quad (2.6)$$

三角形斜面 2

$$\partial y_{z2} / \partial t + \partial q_{z2} / \partial x_2 = r(t) \cos \theta_{I2} \quad (2.7)$$

$$q_{z2} = \alpha_{I2} y_{z2}^m \quad (2.8)$$

$$y_{z2}(x_2, 0) = 0, \quad y_{z2}(0, t) = 0 \quad (2.9)$$

y : 水深, q : 単位幅流量, α, m : 斜面流定数, t : 時間, r : 有効雨量

x, z, θ : 図-2.1参照, 添字はそれぞれの斜面を示す。

いま、 $\cos \theta_{I1} \approx \cos \theta_{I2} \approx 1$ とみなし、次の量を定義して (2.1) 式～ (2.9) 式を無次元化する。

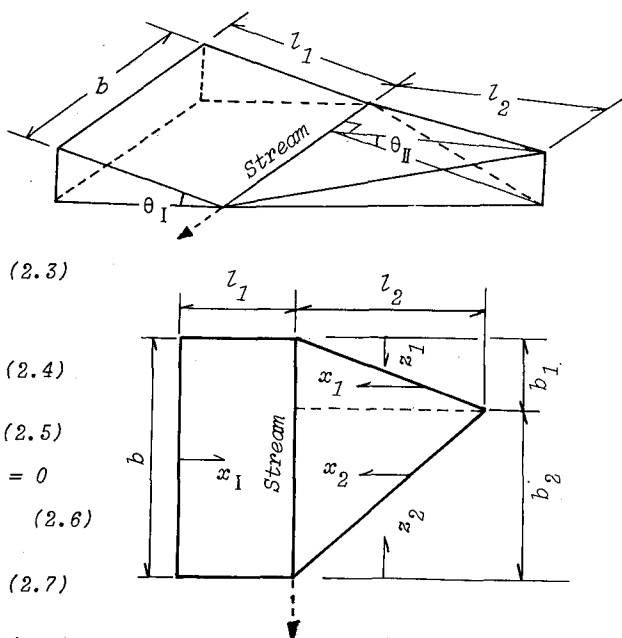


図-2.1 三角形斜面と矩形斜面の複合斜面

$$\begin{aligned}
 Y_I &= y_* \cdot Y_I, & y_{Z_1} &= y_* \cdot Y_{Z_1}, & y_{Z_2} &= y_* \cdot Y_{Z_2}, & q_I &= q_* \cdot Q_I, & q_{Z_1} &= q_* \cdot Q_{Z_1} \\
 q_{Z_2} &= q_* \cdot Q_{Z_2}, & x_I &= x_* \cdot X_I, & x_1 &= x_* \cdot X_1, & x_2 &= x_* \cdot X_2, & z_1 &= z_* \cdot Z_1 \\
 z_2 &= z_* \cdot Z_2, & r &= r_* \cdot R, & t &= t_* T
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

(2.10) 式の $y_*, q_*, x_*, z_*, t_*, r_*$ は無次元化規準量で Y, Q, X, Z, T, R はそれぞれ小文字の量の無次元化量を示す。 $y_*, q_*, x_*, z_*, t_*, r_*$ として次式を用いる。

$$x_* = l_1, \quad t_* = (l_1 \bar{r}^{1-m} / \alpha_I)^{1/m}, \quad y_* = t_* \bar{r}, \quad q_* = l_1 \bar{r}, \quad z_* = b, \quad r_* = \bar{r} \quad (\text{平均降雨強度}) \quad (2.11)$$

(2.10)式, (2.11) 式を(2.1) 式～ (2.9) 式に代入して次式を得る。

矩形斜面 I

$$\partial Y_I / \partial T + \partial Q_I / \partial X_I = R \quad (2.12)$$

$$Q_I = Y_I^m \quad (2.13)$$

$$Y_I(X_I, 0) = 0, \quad Y_I(0, T) = 0 \quad (2.14)$$

三角形斜面 1

$$\partial Y_{Z_1} / \partial T + \partial Q_{Z_1} / \partial X_1 = R \quad (2.15)$$

$$Q_{Z_1} = \eta Y_{Z_1}^m \quad (2.16)$$

$$Y_{Z_1}(X_1, 0) = 0, \quad Y_{Z_1}(0, T) = 0 \quad (2.17)$$

三角形斜面 2

$$\partial Y_{Z_2} / \partial T + \partial Q_{Z_2} / \partial X_2 = R \quad (2.18)$$

$$Q_{Z_2} = \eta Y_{Z_2}^m \quad (2.19)$$

$$Y_{Z_2}(X_2, 0) = 0, \quad Y_{Z_2}(0, T) = 0 \quad (2.20)$$

$$\text{ただし、} \eta = \alpha_{II} / \alpha_I \quad (2.21)$$

河道効果を見無視すると、図-2・1に示す複合斜面全体の貯留量S, 流出量Qは次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^1 Y(X, T) dX + \int_0^{\xi_1} \int_0^{\epsilon Z_1 / \xi_1} Y_{Z_1}(X_{Z_1}, T) dX_1 dZ_1 \\
 &\quad + \int_0^{\xi_2} \int_0^{\epsilon Z_2 / \xi_2} Y_{Z_2}(X_{Z_2}, T) dX_2 dZ_2 \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

$$Q = Q(1, T) + \int_0^{\xi_1} Q_{Z_1}(\epsilon Z_1 / \xi_1, T) dZ_1 + \int_0^{\xi_2} Q_{Z_2}(\epsilon Z_2 / \xi_2, T) dZ_2 \quad (2.23)$$

(2.12) 式、(2.15) 式、(2.18) 式の両辺について次の積分をすると、

$$\frac{\partial}{\partial T} \int_0^1 Y_I dX + \int_0^1 dQ_I = \int_0^1 R dX \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \int_0^{\xi_1} \int_0^{\epsilon Z_1 / \xi_1} Y_{Z_1} dX_1 dZ_1 + \int_0^{\xi_1} \int_0^{\epsilon Z_1 / \xi_1} dQ_{Z_1} dZ_1 = \int_0^{\xi_1} \int_0^{\epsilon Z_1 / \xi_1} R dX_1 dZ_1 \quad (2.25)$$

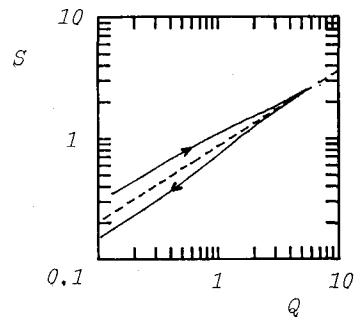


図-2・2a S～Q曲線

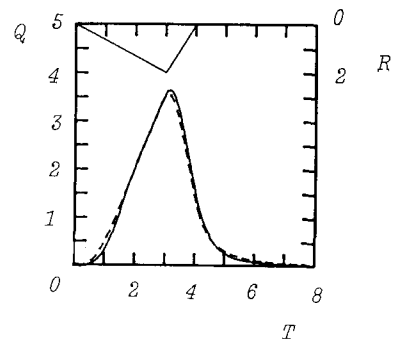


図-2・2b kinematic wave モデルと貯留型モデルとの比較
 $\epsilon=2.0, \eta=1.0, m=1.6$ の時

$$\frac{\partial}{\partial T} \int_0^{\xi_2} \int_0^{\epsilon Z_2/\xi_2} Y_{Z_2} dX_2 dZ_2 + \int_0^{\xi_2} \int_0^{\epsilon Z_2/\xi_2} dQ_{Z_2} dZ_2 = \int_0^{\xi_2} \int_0^{\epsilon Z_2/\xi_2} R dX_2 dZ_2 \quad (2.26)$$

$$\text{ただし、} \quad \epsilon = l_2/l_1 \quad (2.27) \quad , \quad \xi_1 = b_1/b, \quad \xi_2 = b_2/b \quad (2.28)$$

(2.24) 式～(2.26) 式の左辺第一項は、斜面上の貯留量の時間的变化を示し、また第二項は斜面末端での流量を示す。それぞれの斜面全体の流出量を Q 、貯留量を S (添字の I は矩形斜面、 Z_1 は三角形斜面1、 Z_2 は三角形斜面2を示す) とすると、(2.24) 式～(2.26) 式は次のようになる。

$$\partial S_I / \partial T + Q_I = R \quad (2.29) \quad \partial S_{Z_1} / \partial T + Q_{Z_1} = \frac{\epsilon}{2} \xi_1 R \quad (2.30) \quad \partial S_{Z_2} / \partial T + Q_{Z_2} = \frac{\epsilon}{2} \xi_2 R \quad (2.31)$$

$$\text{複合斜面全体については、} \quad \partial S / \partial T = (1 + \frac{\epsilon}{2}) R - Q \quad (2.32)$$

いま、一定強度の雨が長時間降り続いた定常状態について考えると、(2.12) 式と(2.13) 式、(2.15) 式と(2.16) 式、(2.18) 式と(2.19) 式の定常解は次式で与えられる。

$$Y_I(X_I, T) = (RX_I)^{1/m} \quad (2.33) \quad Y_{Z_1}(X_1, T) = (\frac{1}{\eta} RX_1)^{1/m} \quad (2.34)$$

$$Y_{Z_2}(X_2, T) = (\frac{1}{\eta} RX_2)^{1/m} \quad (2.35)$$

(2.33) 式～(2.35) 式を(2.22) 式、(2.23) 式に代入して次式を得る。

$$S = \frac{m}{m+1} \{ 1 + \frac{m}{2m+1} (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \} R^{1/m} \quad (2.36) \quad Q = (1 + \frac{\epsilon}{2}) R \quad (2.37)$$

$$(2.36) \text{ 式と } (2.37) \text{ 式より、} \quad S = \frac{m}{m+1} (\frac{2}{2+\epsilon})^{1/m} \{ 1 + \frac{m}{2m+1} (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \} Q^{1/m} \quad (2.38)$$

図-2.2a は図中に示す三角形降雨が与えられた時の kinematic wave モデル ((2.12) 式～(2.23) 式) より導いた $S \sim Q$ 曲線および(2.38) 式を比較したものである。なお、破線は(2.38) 式を示している。 $S \sim Q$ 曲線は右回りのCurveを描き、破線は $S \sim Q$ 曲線のピークを通っている。

図-2.2b は kinematic wave モデルと貯留型モデルの解を比較したものである。両者はよく一致しているといえる。(2.38) 式で与えられる S, Q はいずれも無次元量なので、(2.10) 式、(2.11) 式を考慮して次元の有する貯留方程式に書きなおすと、

$$s_t = \frac{m}{m+1} \frac{b^{m+1}}{l_1^m} \alpha_I^{-1/m} (1 + \frac{1}{2}\epsilon)^{-1/m} \{ 1 + \frac{m}{2m+1} (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \} q_t^{1/m} \quad (2.39)$$

斜面の面積が $bl_1(1+\epsilon/2)$ であることを考慮して、貯留高 $s_h(mm)$ 、流出高 $q_h(mm/hr)$ を用いて(2.39) 式を書きなおす。ただし、 l_1 は斜面長 (メートル)、 α_I は m, sec 単位で測定した定数

$$s_h = \frac{2m}{(m+1)(2+\epsilon)} \{ 1 + \frac{m}{2m+1} (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \} (\frac{1000^{m-2}}{3.6 \alpha_I} l_1)^{1/m} q_h^{1/m} \quad (2.40)$$

<2> 矩形斜面と矩形斜面の複合斜面

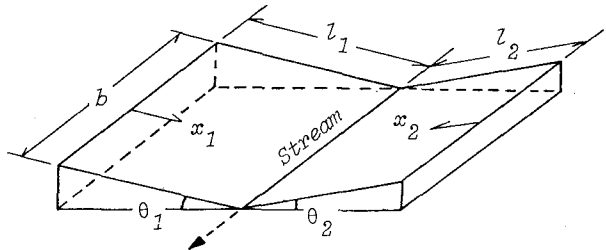
図-2.3に示す一定勾配の複合斜面上の流れは次式で表わされる。

矩形斜面 1

$$\partial y_1 / \partial t + \partial q_1 / \partial x_1 = r(t) \cos \theta_1 \quad (2.41)$$

$$q_1 = \alpha_1 y_1^m \quad (2.42)$$

$$y_1(x_1, 0) = 0, \quad y_1(0, t) = 0 \quad (2.43) \quad \text{図-2.3 矩形・矩形 複合斜面}$$



矩形斜面 2

$$\partial y_2 / \partial t + \partial q_2 / \partial x_2 = r(t) \cos \theta_2 \quad (2.44) \quad q_2 = \alpha_2 y_2^m \quad (2.45)$$

$$y_2(x_2, 0) = 0, \quad y_2(0, t) = 0 \quad (2.46)$$

いま、矩形・三角形 複合斜面同様、次の量を定義して (2.41) 式～(2.46) 式を無次元化する。

$$t = t_* \cdot T, \quad x_1 = x_* \cdot X_1, \quad x_2 = x_* \cdot X_2, \quad y_1 = y_* \cdot Y_1, \quad y_2 = y_* \cdot Y_2, \quad q_1 = q_* \cdot Q_1 \\ q_2 = q_* \cdot Q_2, \quad r = r_* \cdot R \quad (2.47)$$

ここで無次元化規準量は矩形・三角形 複合斜面の場合と同じである。(2.47) 式を (2.41) 式～(2.46) 式に代入して

矩形斜面 1

$$\partial Y_1 / \partial T + \partial Q_1 / \partial X_1 = R \quad (2.48) \quad Q_1 = Y_1^m \quad (2.49)$$

$$Y_1(X_1, 0) = 0, \quad Y_1(0, T) = 0 \quad (2.50)$$

矩形斜面 2

$$\partial Y_2 / \partial T + \partial Q_2 / \partial X_2 = R \quad (2.51) \quad Q_2 = \eta Y_2^m \quad (2.52)$$

$$Y_2(X_2, 0) = 0, \quad Y_2(0, T) = 0 \quad (2.53)$$

以下、矩形・三角形 複合斜面の場合と同様に定常状態における斜面全体の貯留量 S および流出量 Q の関係は次式で表わされる。

$$S = \frac{m}{m+1} \left(\frac{1}{1+\epsilon} \right)^{1/m} \{ 1 + (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \} Q^{1/m} \quad (2.54)$$

上式は無次元表示であるので、貯留高 s_h (mm), 流出高 q_h (mm/hr) を用いて書き直すと、

$$s_h = \frac{m}{(m+1)(1+\epsilon)} \{ 1 + (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \} \left(\frac{1000^{m-2}}{3.6 \alpha_1} l_1 \right)^{1/m} q_h^{1/m}$$

(2.55)

3. 実流域における適用例

解析に用いた 裏筑波試験地 (茨城県山口川、流域面積 3.43 km²)、与那覇試験地 (沖縄県比地川、流域面積 8.20 km²) の概要はそれぞれ図-3・1, 図-3・2のとおりである。

ここでは、流域を矩形・三角形 複合斜面および 矩形斜面に置換し、解析を行った。また、降雨強度の大きいものを対象としたので斜面上の流れは、マニング則に従うものとした。

したがって、 $m = 5/3$, $\alpha = \sqrt{i}/n$

i は斜面勾配, n は粗度係数である。

両流域とも実測より、 $i=0.4$ 、また $n=0.5$ を採用すると、

$\alpha=1.25$

を得る。

表-3・1は斜面長の測定結果および貯留方程式をまとめたものである。計算結果を、図-3・3a～図-3・4c に示した。裏筑波については、矩形斜面と複合斜面との間に差は認められなかった

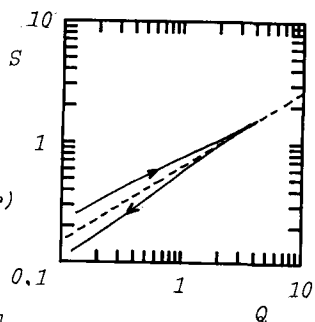


図-2・4a S~Q 曲線

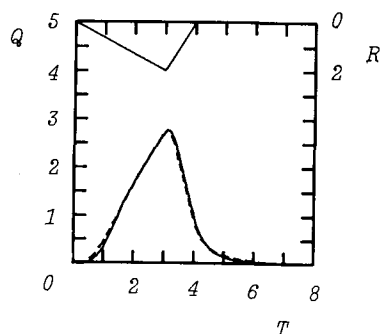


図-2・4b kinematic wave モデルと貯留型モデルとの比較

$\epsilon=0.5, \eta=1.0, m=1.6$

め、複合斜面の場合のみ示した。

	矩形斜面	矩形・三角形複合斜面
裏 筑 波	$l_1=l_2=877(m)$ $\epsilon = 1.0$ $\eta = 1.0$	$l_1 = 973(m)$ $l_2 = 1560(m)$ $\epsilon = 1.6016$ $\eta = 1.0$
	$s_h = 3.63 q_h^{0.6}$	$s_h = 3.90 q_h^{0.6}$
与 那 覇	$l_1=l_2=708.7(m)$ $\epsilon = 1.0$ $\eta = 1.0$	$l_1 = 502(m)$ $l_2 = 1831(m)$ $\epsilon = 3.6474$ $\eta = 1.0$
	$s_h = 3.17 q_h^{0.6}$	$s_h = 3.73 q_h^{0.6}$

表-3.1

斜面の平面形状を考慮することによって、過大なピークを補正していることがわかる。

4. 平面形状を考慮した貯留関数の適用性

2章において誘導した複合斜面の貯留関数について、矩形斜面のそれとの比較検討を行なう。矩形斜面、矩形・三角形複合斜面、矩形・矩形複合斜面の貯留係数をそれぞれ k_1, k_2, k_3 とし、次の λ_1, λ_2 を定義する。

$$\lambda_1 = k_2/k_1 = \frac{2}{2+\epsilon} \left\{ 1 + \frac{m}{2m+1} (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \right\} \left(\frac{4}{2+\epsilon} \right)^{1/m} \quad (4.1)$$

$$\lambda_2 = k_3/k_1 = \frac{1}{1+\epsilon} \left\{ 1 + (\epsilon^{m+1}/\eta)^{1/m} \right\} \left(\frac{2}{1+\epsilon} \right)^{1/m} \quad (4.2)$$

(4.1) 式、(4.2) 式を $m = 5/3$ として描いたのが図-4.1、図-4.2である。さきの裏筑波の例は、平面形状の影響の少ない特殊な場合といえる。

5. まとめ

実斜面の平面形状を考慮した貯留方程式は、河道におけるハイドログラフの変形および時間遅れを無視したにもかかわらず、実流域への適用において良好な結果を得た。しかし、河道効果の無視できないような大きい流域に応用するには問題があり、現在、検討中である。

最後に、本研究は、文部省科学研究費、一般研究C（課題番号：56550344）の援助を受けた。また、実測資料に関して、建設省土木研究所水文研究室、北海道大学環境科学研究所の山本氏の協力を得た。記して謝意を表する。

参考文献 (1) 廣田 隆博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究、土木学会論文報告集，第314号，1981

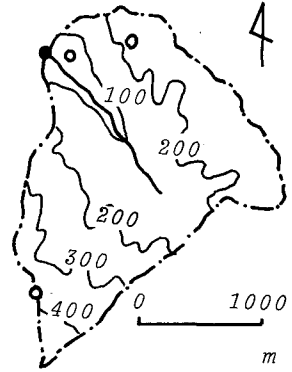


図-3.1 裏筑波

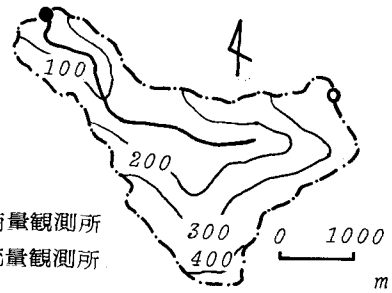


図-3.2 与那覇

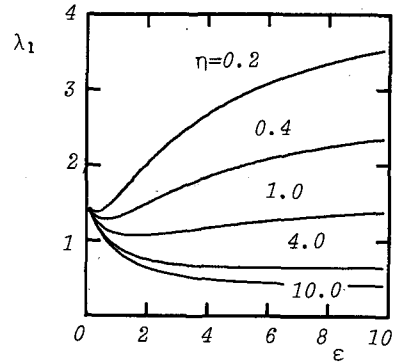


図-4.1

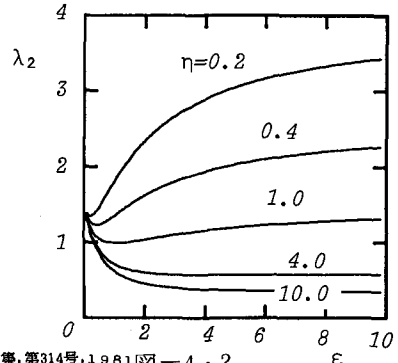
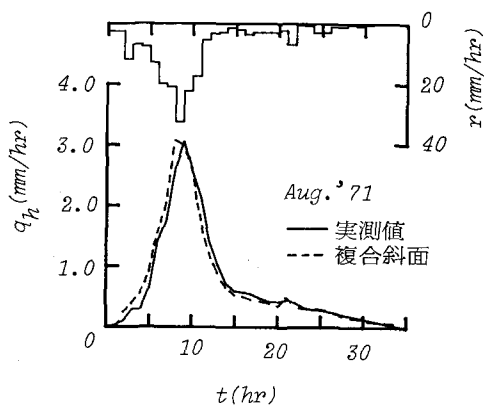
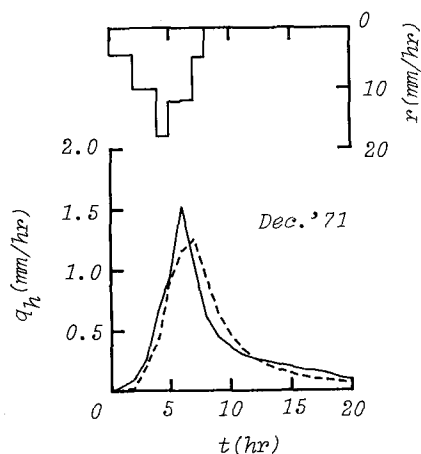


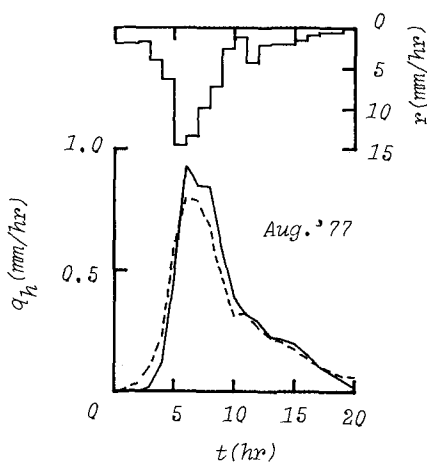
図-4.2



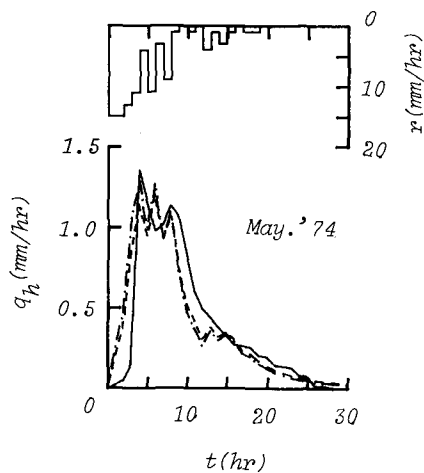
☒-3.3a Uratsukuba No.1



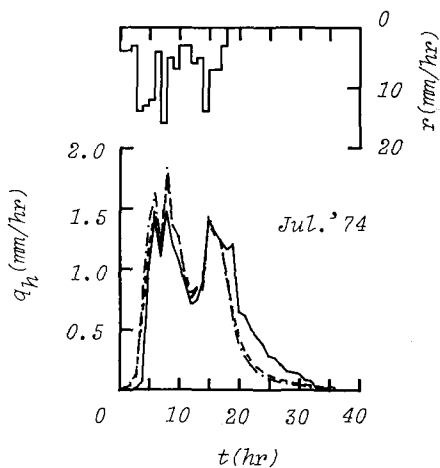
☒-3.3b Uratsukuba No.2



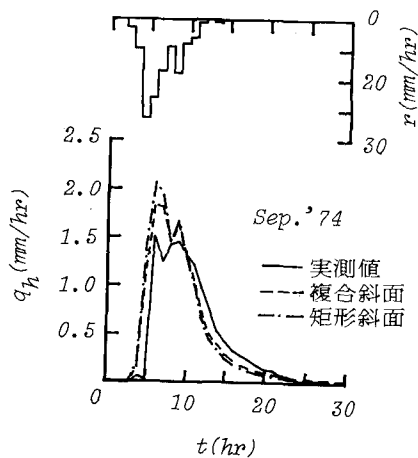
☒-3.3c Uratsukuba No.3



☒-3.4a Yonaha No.1



☒-3.4b Yonaha No.2



☒-3.4c Yonaha No.3