

II—3 氷盤凍着に伴う杭構造物に作用する軸方向氷力について

北海道大学 (正)	佐 伯 浩
○ 三 井 造 船 (正)	山 田 満
パシフィックコンサルタンツ (正)	中 澤 直 樹
北海道大学	小 野 敏 行
北海道大学 (正)	尾 崎 晃

§ 1 緒 論

寒冷地の海岸・海洋及び河川・湖に建設されている杭・橋脚等の円断面直立構造物に氷盤が凍着している場合、潮汐やダムの放水により水位の上昇・下降が起こり、構造物に上下方向の軸力が作用する。水位が上昇する場合には鉛直上向の軸力が作用し、橋脚を持ち上げたり杭を引き抜こうとする力が働く。又、水位が下降する場合には鉛直下向の軸力が作用し、杭を押し込んだり、坐屈させようとする力が働く。我国においても、ダムの取水塔が水位の低下により破壊されたことが報告されている。以上の様なことから、氷の作用を受ける構造物の設計には水位変動による鉛直方向の氷力を考慮する必要がある。本研究はその様な軸方向氷力の問題を取り扱ったものである。図-1に構造物の例を示す。

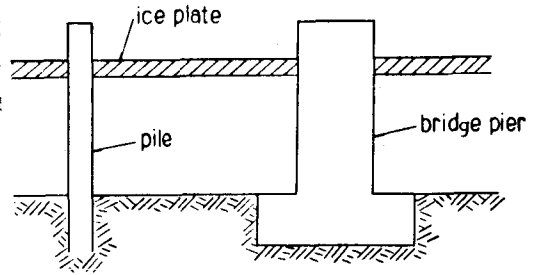


図-1

§ 2 杭構造物に作用する軸方向氷力

図-2に示すように、半径 a の円断面杭構造物に氷盤が付着（凍着）した場合に、水位の上昇・下降に伴って杭構造物に軸方向の力が作用する。水位の変動が非常に緩やかな場合には、氷が粘弾性的性質を示すために応力緩和が起こり、それ程大きな力は作用しないが、水位の変動が比較的急な場合には、氷盤は弾性体とみなされ杭に大きな軸方向力が作用する。Kerr は水位変動により杭に作用する軸力を次の様な手法で求めている。平板の弾性理論より、氷盤の撓み式は次式で示される。

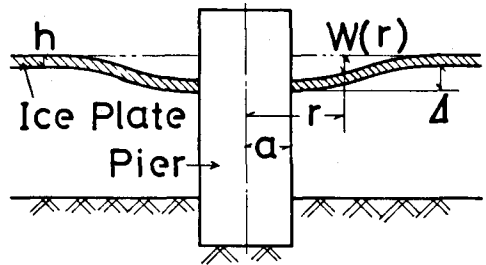


図-2

$$D \nabla^4 W + \omega_0 W = 0 \quad a < r < \infty \quad (1)$$

ここで、 W は半径 r 地点の沈下量、 ω_0 は海水の単位体積重量、それに D は平板剛度で次式で示される。

$$D = E \cdot h^3 / 12 \cdot (1 - \nu^2) = K \cdot h^3 / 12 \quad (2)$$

ここで、 E はヤング率、 h は氷厚、それに ν はポアソン比であり、 ∇^4 は次式で示される。

$$\nabla^4 = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \right)^2 \quad (3)$$

(1)式の一般解は次式で示される。

$$W(r) = A_1 \cdot \text{ber}(\lambda r) + A_2 \cdot \text{bei}(\lambda r) + A_3 \cdot \text{Ker}(\lambda r) + A_4 \cdot \text{Kei}(\lambda r) \quad (4)$$

ここで、 $A_1 \sim A_4$ は境界条件により決まる定数であり、 λ は次式で表わされる。

$$\lambda = (\omega_0 / D)^{1/4}$$

$r = \infty$ において $W(r) = 0$ であるから

$$A_1 = 0 \quad A_2 = 0 \quad (5)$$

$r = a$ において $W(r) = \Delta$, 撓み角が0であるから

$$W(a) = \Delta, \quad (dw/dr)_{r=a} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となり, A_3, A_4 は次式で示される。

$$A_3 = -\{ \Delta \text{Kei}'(\lambda a) \} / K_1 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$A_4 = \{ \Delta \text{Ker}'(\lambda a) \} / K_1$$

ここで, K_1 は次式で示される。

$$K_1 = \text{Kei}(\lambda a) \text{Ker}'(\lambda a) - \text{Kei}'(\lambda a) \text{Ker}(\lambda a) \quad \dots\dots\dots (8)$$

従つて, 氷盤の撓み式は次式で示される。

$$W(r) = \Delta \{ -\text{Kei}'(\lambda a) \text{Ker}(\lambda r) + \text{Ker}'(\lambda a) \text{Kei}(\lambda r) \} / K_1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

図-3の様に, 杭に作用する軸力を P とすると, 杭のまわりの力の釣合より次式が得られる。

$$P = -2\pi a \cdot Q_{rr}(a) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで, $Q_{rr}(a)$ は半径 a における氷のせん断力でありその基本式は次式で示される。

$$Q_{rr}(a) = -D \frac{dv^2 w}{dr} = -D \frac{d}{dr} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで, (10)式に(11)式を代入すると次式が得られる。

$$P = 2\pi a D \left\{ \frac{d}{dr} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \right\}_{r=a} \quad \dots\dots\dots (12)$$

従つて, 杭に作用する軸力は(9)式より $d^2 w/dr^2$, dw/dr を求め, それらを(12)式に代入することにより, 次式(13)式より求まる。

$$P = 2\pi a D \lambda^3 \Delta \frac{\{ \text{Kei}'(\lambda a) \}^2 + \{ \text{Ker}'(\lambda a) \}^2}{K_1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

(13) 式は水位が Δ だけ上昇した場合であるが, 水位が Δ だけ下降した場合には Δ の代りに $-\Delta$ を入れてやれば良いことになる。Kerr は最終的に(13)式を求めており, この式により杭構造物に作用する軸力を求めれば良いとしている。この計算結果を図-4に示す。

§3 Kerr 理論の適用限界

Kerr の計算によると, 他の条件が同一であれば, (杭径)/(氷厚) $= a/h$ が大きくなればなる程, 弾性係数が大きくなる程, また水位変化量 Δ が大きくなる程, 軸力 P は大きくなることが判る。そして, 水位の変化量 Δ が大きくなるにつれて軸力 P は無制限に大きくなるのである。しかし, 現実には水位の変化量が大きくなると, 曲げモーメントにより氷盤が曲げ破壊を起こすか氷盤と杭構造物の接触面に働くせん断力が氷盤と杭面と

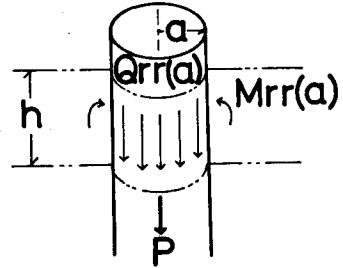


図-3

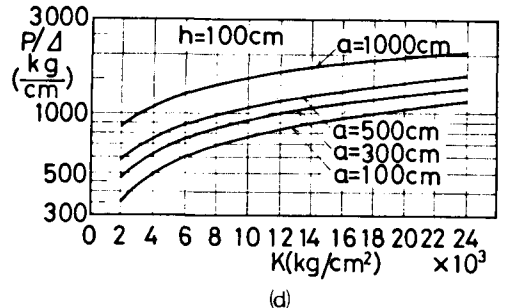
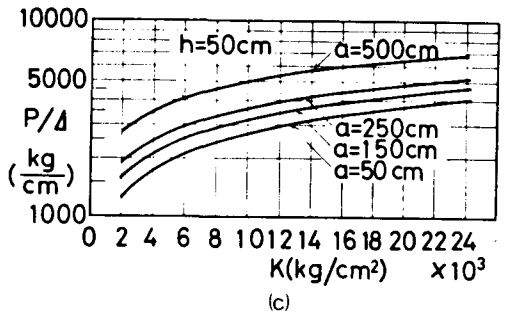
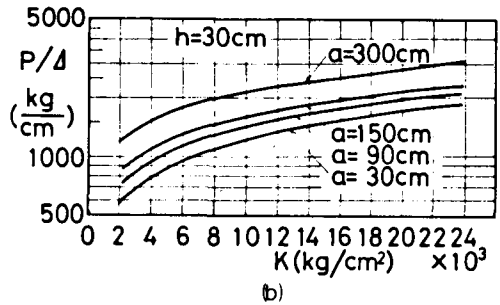
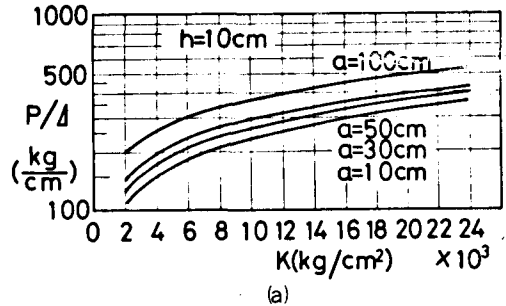


図-4

の付着力を起える事により剝離が起こるはずである。

§ 4 杭構造物と氷盤が剝離する条件

氷と杭構造物材料間の付着強度を τ_B とすると、杭と氷盤の付着力 P_B は次式で表わされる。

$$P_B = 2\pi a h \cdot \tau_B \dots\dots\dots (14)$$

水位の変化による杭構造物と氷盤の剝離の限界は次式で示される。

$$P_B = P \dots\dots\dots (15)$$

(13), (14) 式を(15) 式に代入すると次式を得る。

$$\tau_B = \frac{\Delta \cdot D \cdot \lambda^3 \{ \text{Kei}'(\lambda a) \}^2 + \{ \text{Ker}'(\lambda a) \}^2}{h \cdot K_1} \dots\dots\dots (16)$$

各氷厚に対する計算結果を図- 5 に示す。図中の曲線の下側の領域が杭構造物と氷盤が剝離する領域である。この計算結果から、氷盤と杭構造物材料との付着強度 τ_B が小さければ小さい程、(杭径)/(氷厚) = a/h が小さい程、また、他の条件が同じであれば、弾性係数が大きい程剝離が起り易い事が明らかとなった。

§ 5 氷盤が曲げ破壊を起こす条件

平盤の弾性理論より曲げモーメントは次式で示される。

$$Mr = -D \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \nu \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \dots\dots\dots (17)$$

$$M\varphi = D \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \nu \frac{d^2 w}{dr^2} \right) \dots\dots\dots (18)$$

Mr : 半径に直角な断面に作用する曲げモーメント

$M\varphi$: 半径に平行な断面に作用する曲げモーメント

杭構造物と氷盤の接触点での氷盤の曲げモーメントは次式で示される。

$$(Mr)_{r=a} = -D \cdot \Delta \cdot \lambda^2 \cdot K_2 / K_1 \dots\dots\dots (19)$$

$$(M\varphi)_{r=a} = \nu \cdot D \cdot \Delta \cdot \lambda^2 \cdot K_2 / K_1 \dots\dots\dots (20)$$

$$K_2 = \text{Kei}'(\lambda a) \text{Kei}(\lambda a) + \text{Ker}'(\lambda a) \text{Ker}(\lambda a) \dots\dots\dots (21)$$

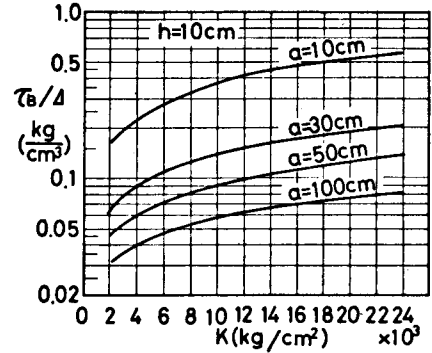
(19), (20) 式により、曲げモーメントによつて氷盤の応力が曲げ強度 σ_B に達した時の条件は次式で示される。

$$\sigma_B = \pm 6 (Mr)_{r=a} / h^2 = \mp 6 D \cdot \Delta \cdot \lambda^2 \cdot K_2 / (h^2 \cdot K_1) \dots\dots\dots (22)$$

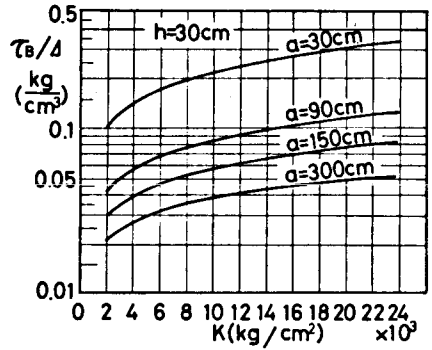
$$\sigma_B = \pm 6 (M\varphi)_{r=a} / h^2 = \pm 6 \cdot \nu \cdot D \cdot \Delta \cdot \lambda^2 \cdot K_2 / (h^2 \cdot K_1) \dots\dots\dots (23)$$

(22), (23) 式より、氷盤が曲げ破壊を起こす時の水位の上昇量 $\Delta \text{ max}$ を求める事が出来る。

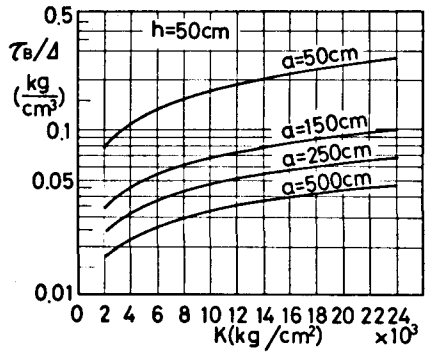
$$\Delta r, \text{ max} = \sigma_B \cdot h^2 \cdot K_1 / (6 D \lambda^2 K_2) \dots\dots\dots (24)$$



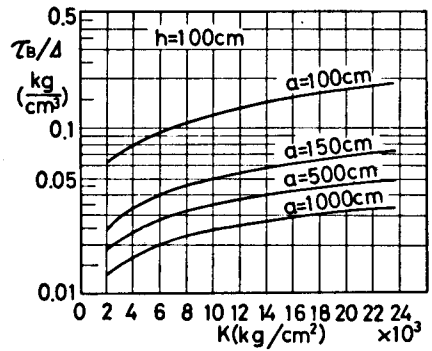
(a)



(b)



(c)



(d)

図- 5

$$\Delta \varphi_{\max} = \sigma_B \cdot h^2 \cdot k_1 / (6 \cdot \nu \cdot D \lambda^2 K_2) \cdots (25)$$

(24), (25) 式を較べると, $\nu < 1.0$ であるから, (24) 式で示される $\Delta r_{\max}$ の方が小さいので, 氷盤が曲げ破壊する時には, 先に放射状のクラックが生じ, 次に同心円状のクラックが発生する事が判る。(24) 式を(13) 式に代入することにより, 氷盤が曲げ破壊する時の杭に作用する最大の軸力 $P_{\max}$ は次式で計算される。

$$P_{\max} = \pi a \lambda h^2 \sigma_B \cdot [\{Ker'(\lambda a)\}^2 + \{Kei'(\lambda a)\}^2] / 3K_2 \cdots (26)$$

(24) 式を計算した結果が図-6 である。図中の曲線の下側の領域が氷盤が曲げ破壊を起こす領域である。この計算結果から, (杭径)/(氷厚) = a/h が小さくなればなる程, また, 弾性係数が大きい程, 氷盤の曲げ破壊が起り易い事が明らかとなつた。

§ 6 氷盤の杭からの剝離と曲げ破壊

(16), (24) 式より, (σ_B / τ_B) の値は次式で計算できる。

$$\frac{\sigma_B}{\tau_B} = \frac{6K_2}{h \cdot \lambda \cdot [\{Ker'(\lambda a)\}^2 + \{Kei'(\lambda a)\}^2]} \cdots (27)$$

(27) 式の計算結果を図-7 に示す。図中の曲線上では氷盤の杭からの剝離と曲げ破壊が同時に起こる事を示したもので, これらの曲線の上側の領域では氷盤と杭との間で剝離が先に起こり, 曲線の下側の領域では曲げ破壊が先に起こる事を示している。

§ 7 軸力 P の算定方法

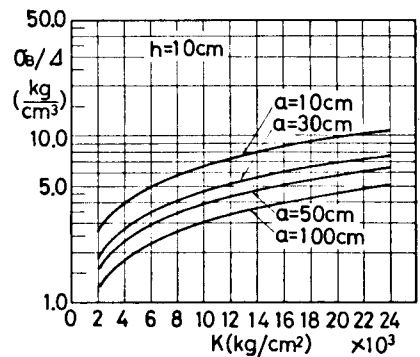
前節までの計算結果より, 杭構造物に付着した氷盤が水位の上昇, 下降によつて作用する軸力の計算手順は以下の様になる。図-8 にそのフローチャートを示す。

a) 設計の対象となる氷盤の氷厚 h , ヤング率 E , ポアソン比 ν , 曲げ強度 σ_B , それに氷と杭構造物材料間の付着強度 τ_B を求めておく。

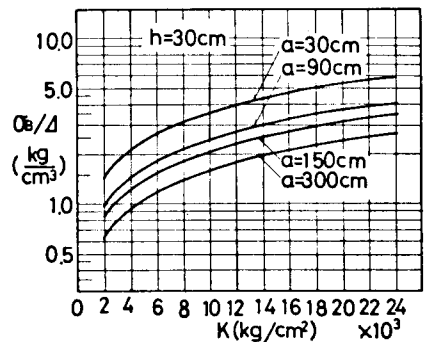
b) σ_B / τ_B を計算し, 図-7 を利用して氷盤が曲げ破壊をするか, 剝離を起すかどうかを調べる。

c) もし先に剝離を起す場合には, 予想される水位変化量から τ_B / Δ を計算し, 図-5 より実際に剝離が起こる場合には (14) 式より軸力 P を計算する。もし剝離が起らない場合には (13) 式で軸力 P を計算する。

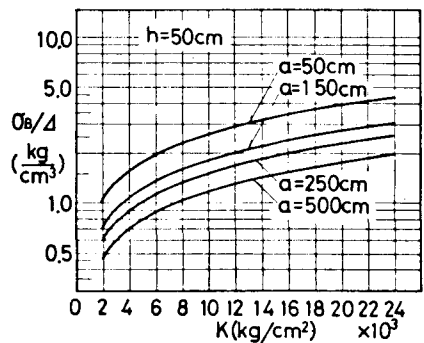
d) 曲げ破壊が先に起こる場合には, 予想される水位変化量から σ_B / Δ を計算し, 図-6 より実際に曲げ破壊が起るかどうかを調べる。もし曲げ破壊が起る場合には, (26) 式より軸力 P を計算し, 曲げ破壊が起らない場合には (13) 式より P を計算する。



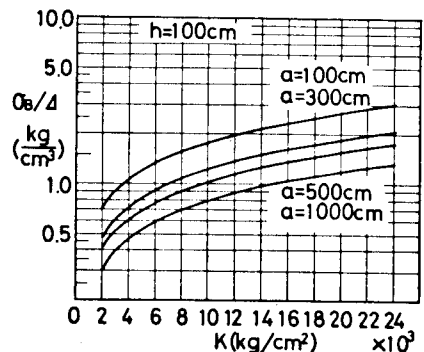
(a)



(b)

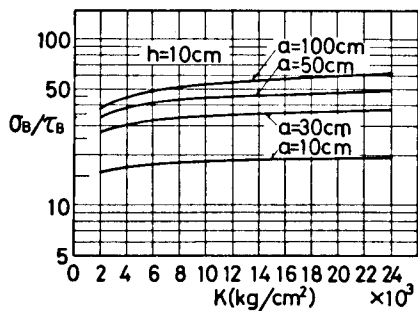


(c)

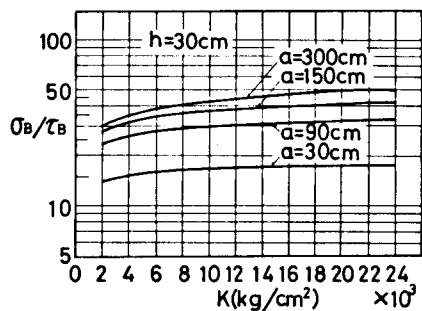


(d)

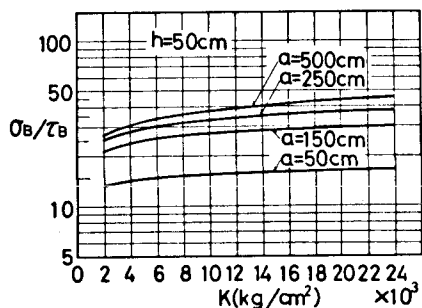
図-6



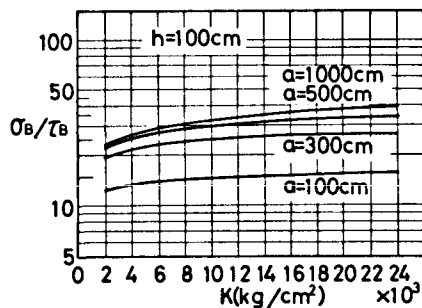
(a)



(b)



(c)



(d)

図-7

(A) $P = 2\pi a h \tau_B$

(B) $P = 2\pi a D \lambda^3 \Delta \times \frac{\{ \text{Kei}'(\lambda a) \}^2 + \{ \text{Ker}'(\lambda a) \}^2}{K_1}$

(C) $P = \pi a \lambda h^2 \sigma_B \times \frac{\{ \text{Kei}'(\lambda a) \}^2 + \{ \text{Ker}'(\lambda a) \}^2}{3K_2}$

§8 軸力Pの計算例

図-9, 10 は曲げ強度及び付着力についての実験結果である。図-9より明らかな様に海水の曲げ強度は水温の低下と共に増大する。付着力については図-10にコンクリート及び鋼杭の結果を示した。データにバラツキはあるが、杭径の増大と共に付着力 τ_B は減少する。図中の鋼杭の直線の式は次の様になる。

$$\tau_B = 29.2 \left(\frac{\pi \phi}{Dgr} \right)^{-0.75} \dots\dots\dots (28)$$

§7のフローチャートに従い、図-8, 9のデータを用いた軸力Pの計算例を示す。

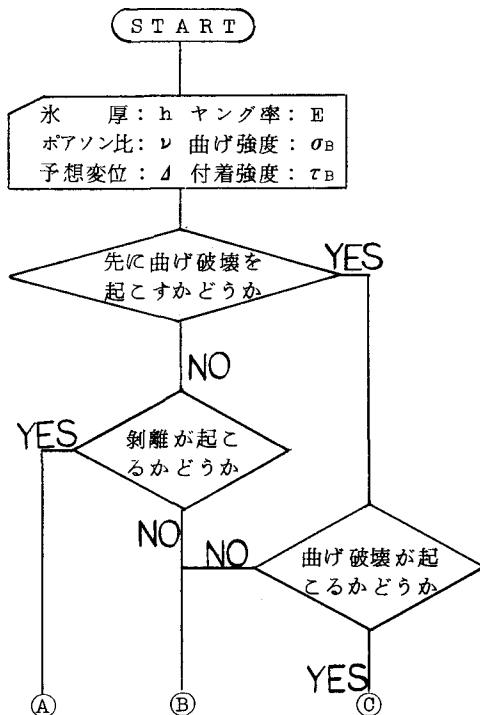


図-8

- a) 氷 厚: $h=50\text{cm}$
 杭 径: $\phi=100\text{cm}$
 ヤング率: $10,000\%$ (氷温 -4°C)
 曲げ強度: $\sigma_B=7\%$
 付着強度: $\tau_B=0.39\%$ ((28)式より)
 grain size: $D_{gr}=10\text{mm}$
 ポアソン比: $\nu=0.1$
 予想変位: $\Delta=70\text{cm}$

b) $\sigma_B/\tau_B=7/0.39=17.95$

図-7(c)より氷盤と杭の剝離が先に起こる。

c) $\tau_B/\Delta=0.39/70=0.006$

図-5(c)より剝離が起こる。従つて(14)式より軸力 P を算出する。

$$\begin{aligned} P &= 2\pi a h \cdot \tau_B \\ &= 2\pi \times 50 \times 50 \times 0.39 \\ &= 6.126\text{kg} \div 6\text{t} \end{aligned}$$

参考文献

Kerr, A.D.: Ice forces on structures due to a change of the water level, Proc. of 3rd International Symp. on Ice Problems, pp. 419~426, 1976.

佐伯, 小野, 山田, 尾崎「直立杭構造物に作用する海水の力に関する研究」

第28回海岸工学講演会論文集(1981)

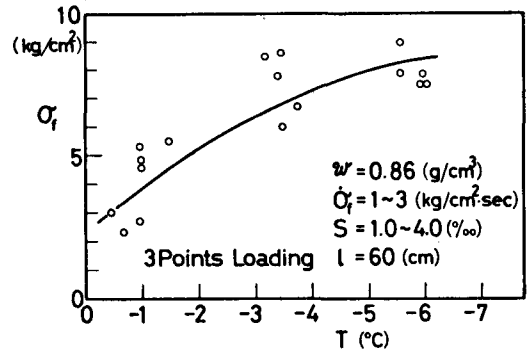


図-9

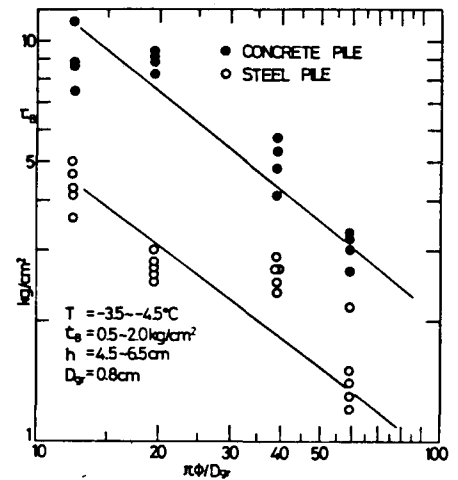


図-10