

I-18 応力依存剛性を有するダム状構造物の地震応答について

北海道大学 工学部○学生員 勝 海 務
 北海道大学 工学部 正 員 能 町 純 雄
 北海道大学 工学部 正 員 角 田 与史雄

1. まえがき

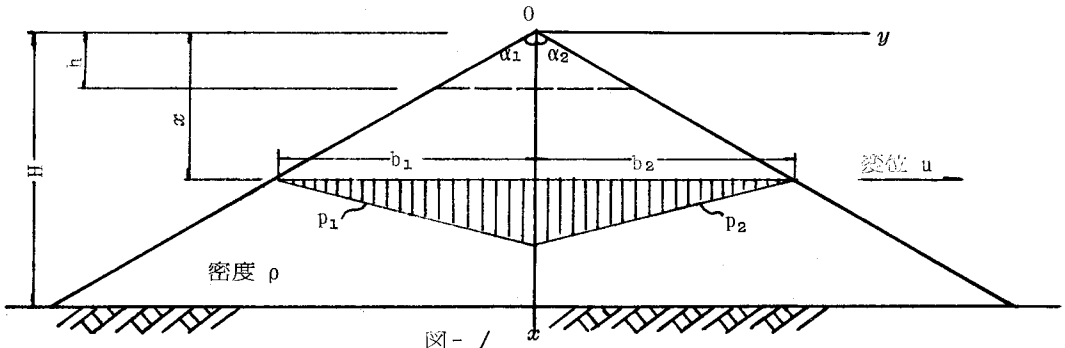
本研究は、ロックフィルダム等三角形断面を有する粒状体構造物をせん断面せん断ばりとしてモデル化し地震時の応答を調べるものである。底面の幅が高さに比べて大きな構造物の振動はせん断振動が優先し、また粒状体より成る媒体では弾性係数が平均応力の $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}$ 乗に比例することが知られている。そこで、同一水平面上の各点の変位は水平方向のみで一定であり、かつ任意点の圧力はその上方の構造物の重量に等しいという仮定を設け、構造物内のせん断弾性係数の分布を想定してその振動性状を検討し、地震時の地盤振動に対する構造物の振動増幅率を求めて実在するダムの実測結果との比較も試みた。また台形断面の場合についても同様に検討を行なった。

2. 解析方法

図1 から分かるように、頂点 0 から x だけ離れた水平面における圧力分布は、仮定から上方の堤体重量に等しく $p = \rho g x \frac{b-y}{b}$ である。このときせん断弾性係数は次のように表わされる、

$$G(x, y) = G_0 p^n = G_0 (\rho g x \frac{b-y}{b})^n \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで指数 n は定数値 0 ~ 1.3 とした。



このときのせん断応力 $\tau = G_0 p^n \frac{\partial u}{\partial x}$ を y 方向について積分すると、せん断力は

$$Q = \int_0^{b_1} \tau dy + \int_0^{b_2} \tau dy = G_0 (\rho g) \frac{n \tan \alpha_1 + \tan \alpha_2}{n+1} x^{n+1} \frac{\partial u}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となり、また $b_1 \sim b_2$ 平面上のつり合いより、せん断ばりの運動方程式は

$$\rho x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{G_0 (\rho g)^n}{n+1} \frac{\partial}{\partial x} (x^n \frac{\partial u}{\partial x}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で表わされる。今、変位を $u = U(x) \sin \omega t$ として (3) 式に代入すれば固有振動形 $U(x)$ が求まる。三角形断面 (case1) の場合は、

$$U_1(x) = x^{\frac{n}{2}} J_\nu(z_1 x^{\frac{2-n}{2}}) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (4)$$

台形断面 (case2) では、

$$U_2(x) = x^{\frac{n}{2}} \{ J_\nu(z_1 x^{\frac{2-n}{2}}) Y_\nu(z_1 H^{\frac{2-n}{2}}) - Y_\nu(z_1 x^{\frac{2-n}{2}}) J_\nu(z_1 H^{\frac{2-n}{2}}) \} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、

$$v = \frac{n}{2-n}, \quad z_i = \omega_i \sqrt{\frac{4(n+1)}{G_0 \rho^n \frac{1}{g^n} (2-n)^2}}$$

であり、台形断面は図1で堤頂から h だけ取り除いたものである。図2は $n = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1.0, 1.3$ の場合における三角形断面堤体の固有振動形を示している。

そこで、このような構造物に $f = u_0 \sin pt$ なる正弦振動が地盤内から上下方向に伝播するときの堤体の運動方程式は、次のようになる。

$$\ddot{u}_i + 2\omega_i h_i \dot{u}_i + \omega_i^2 u_i = \mu_i u_0 p^2 \sin pt \quad \dots\dots\dots (6)$$

($i=1, 2, 3, \dots$)

ここで h_i は堤体振動の減衰定数、 μ_i は刺激係数である。いま、 $u_i(t) = A_i \sin(pt - \alpha_i)$ とすれば、堤体の変位 u は (6) 式より、

$$u = \sum_i A_i \sin(pt - \alpha_i) U_i(x)$$

ただし

$$A_i = \frac{\mu_i u_0 (p/\omega_i)^2}{\sqrt{\{1 - (p/\omega_i)^2\}^2 + 4h_i (p/\omega_i)^2}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

従って堤頂における変位振幅を u_t とすれば振動増幅率 M は次式から求められる。

$$M = \frac{u_t}{u_0} = \left\{ \sum_i \frac{\mu_i (p/\omega_i)^4}{\{1 - (p/\omega_i)^2\}^2 + 4h_i (p/\omega_i)^2} U_i(0)^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

3. 数値計算

断面諸元は表1に示した。堤高は case 1 で 100m、case 2 で 90mとし、ダム底における見かけのせん断弾性係数 G_b は $1.0 \times 10^4 \text{Kg/cm}^2$ 、 $1.0 \times 10^5 \text{Kg/cm}^2$ の2つの場合について計算を行なった。のり勾配(上、下流)はともに

1:1.5 とした。また表2は、減衰定数と $G_b = 1.0 \times 10^5 \text{Kg/cm}^2$ のときの case 1, case 2 各々の固有振動周期の一部を示している。(7)式において次数 i は八次までとり、減衰定数は9%間隔に増加するようにした。固有振動周期は n が $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 1.2, 1.3$ の各場合について求めており、その一般式は次のように表わされる。

$$T_i = \frac{2\pi}{z_i} \sqrt{\frac{4(n+1)}{G_0 \rho^n \frac{1}{g^n} (2-n)^2}} \quad (i=1, 2, 3, \dots)$$

また表2からわかるように、ダム底におけるせん断弾性係数を一定に保てば、堤体の固有周期は n の値によってのみ変化する。つまり、せん断弾性係数の分布(すなわち平均圧力分布)が求まることによって一意的に固有周期は決定し、 $n=0$ の等圧分布を仮定すれば T_1 は 0.1169、 $n=1$ の静水圧分布では 0.2074 というようになり(case1)、 n の値が大きい程固有周期は増大していることがわかる。

次数	h_i	固有周期 (case 1)						固有周期 (case 2)				
		0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	1.2	1.3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	1.2	1.3
一	0.09	0.1169	0.1438	0.1581	0.2074	0.2319	0.2450	0.1407	0.1543	0.1997	0.2209	0.2326
二	0.18	0.0509	0.0668	0.0761	0.1133	0.1349	0.1482	0.0635	0.0715	0.1009	0.1155	0.1237
三	0.27	0.0325	0.0434	0.0500	0.0781	0.0955	0.1067	0.0404	0.0457	0.0632	0.0753	0.0809
四	0.36	0.0238	0.0322	0.0373	0.0596	0.0741	0.0835	0.0294	0.0334	0.0509	0.0553	0.0594
五	0.45	0.0188	0.0255	0.0297	0.0483	0.0605	0.0686	0.0231	0.0262	0.0400	0.0435	0.0468

表- 2

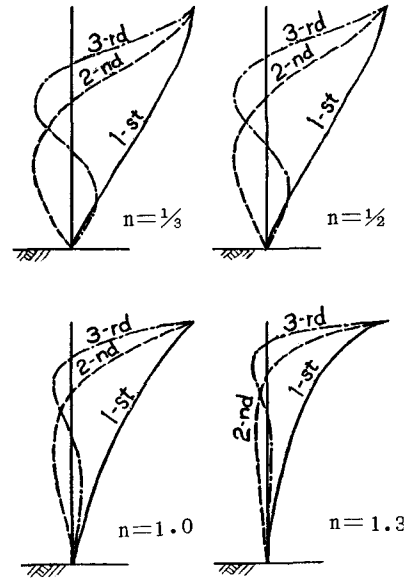
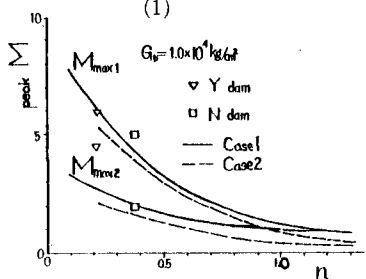
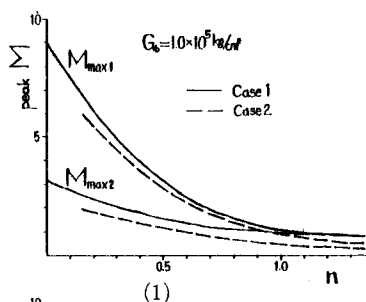


図- 2

そしてこの n 値と堤体の固有周期との関係を表わしたものが図3 であり、縦軸に第一次固有周期をとり G_b をパラメーターとしている。この図により、未知の堤体のせん断弾性係数 G_b および固有周期 T_1 を測定することから n 値を得て、これを (3)~(5) 式に代入すればその複雑な堤体をモデル化することができ、おおよそ地震時挙動を推定することができる。そこで (4)、(5) 式から振動形を求めれば、(8) 式より堤体の地動に対する振動増幅率 M が計算される。図4 は、せん断弾性係数 G_b が $1.0 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ の場合の n の各々値に対する周期応答曲線を表わしている。実線は case 1、破線は case 2 の場合であって、減衰定数、固有周期は表2 に示した通りである。この五つの図 (a)~(e) を比較すれば、 n の値が小さい程増幅率 M のピーク値が増大していることがわかる。とくに $n \leq 1.0$ ではこの傾向が強く表われている。case 1 と case 2 を比較してみると、 n 値の大きな (d)、(e) ではピーク付近でかなり顕著な差が生じているが (b)、(c) の小さな n 値の場合はほぼ一致している。このような増幅率 M の第一次、第二次ピーク値 ($M_{\max 1}, M_{\max 2}$) を読んで n 値との関係を調べたものが図5 の (1)、(2) で、(1) は図4 に 応ずる $G_b = 1.0 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ の場合であり (2) は $G_b = 1.0 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ としたものである。(1) と (2) を比較してみれば、せん断弾性係数の値が変化しても $M_{\max 1}, M_{\max 2}$ の値はほとんど変わっておらず、せん断弾性係数が振動増幅率に及ぼす影響は通常小さいであろうと推測される。また図3 とあわせて考えると、ダム底のせん断弾性係数が大きくなれば固有振動周期 T_1 は小さくなり、振動増幅率のピークが現われる時期が早まるがその大きさにはあまり関係しないと言える。



(2)
図-5

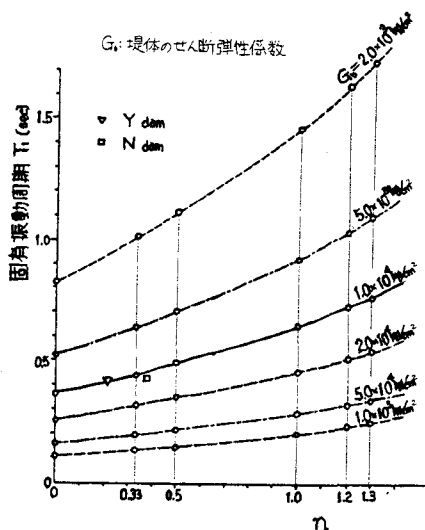


図-3

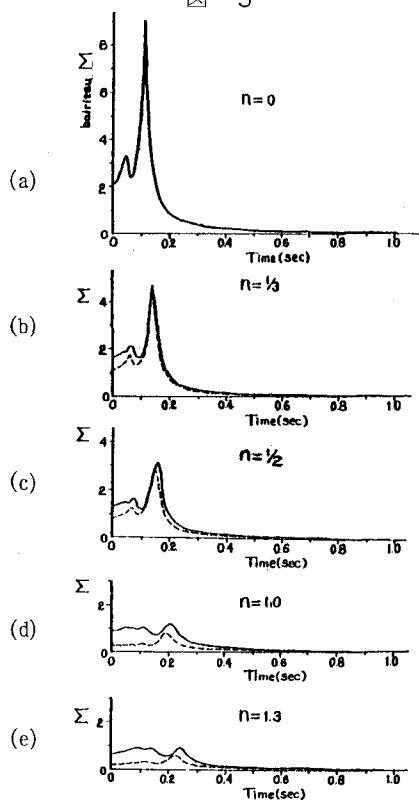


図-4

ところが n については、一定の G_b に対して n の値が小さくなればそれだけ T_1 は小さくなり、かつピークはは逆に増大する傾向がある。従って n 値の採り方によっては、地震時に最も重要である堤頂の変位振幅を過少評価する恐れがあり、例えば図5

の (1) で $n=0.5$ とすれば $M_{\max 1}$ はおおよそ 3 であるが、 $n=0$ とすれば 9 となり約 3 倍の値が得られる。

ところで、実際の地震動によるロックフィルダムの堤頂における振動増幅率は最大で 3~10 (堤高 100m 前後のダム) であることが知られており、図4 の (d)、(e) のようにピーク値 $M_{\max}$ が過少な場合即ち $n \geq 1.0$ となる n の値は (1) 式に適用できない。

	Y dam	N dam
T ₁ (sec)	0.42	0.44
c(m/sec)	730	730
ρ	0.2	0.2
G _b (Kg/cm ²)	1.01×10	1.16×10
H(m)	128 (100)	115 (100)
h ₁ (%)	5 (9)	11 (9)
M _{max1}	6.0 (6.2)	5.0 (4.4)
M _{max2}	4.5 (2.8)	2.0 (2.1)
n 値	0.21	0.37

表 -3 (参考文献より)

そこで表 3 に示すような実在のロックフィルダムの実例を取り上げて検討を試みた。まず図3において、各ダム(N,Y dam)の第一次固有振動周期 T₁ と堤体のせん断弾性係数 G_b(=ρc²) の値からそれぞれの n 値が求められ、得られた n 値に対応する振動増幅率のピーク値 M_{max} を図5 から読み取ることができる (G_b≐1.0×10 Kg/cm²として図5(2)より)。このようにして表3 の M_{max1},M_{max2}欄の ()内の値が得られる。これを実測値(同欄左()外の値)と比較してみるとかなり近似していることがわかる (M_{max1} では±0.6以内の誤差)。ここではダム高 H、減衰定数 h₁ その他堤体の初期条件の差異が多少見られ、またロックフィルダムの実測例が希少であるためにこの結果のみから判断することは困難であるが、(1)式で n値が

およそ 0.2~0.5 であるときに最も実際の場合に適応していると思われる。

次に (1)式で与えられるせん断弾性係数の分布曲線と x 軸とで囲まれる部分と等積な平均せん断弾性係数を G_{eq} と定める(図6)、これは一般に次式で表わされる。

$$G_{eq} = \frac{2 G_0 (\rho g H)^n}{(n+1)(n+2)}$$

この G_{eq} を求めて従来の G(x,y)=G₀=一定の((1)式で n=0 とおいた方法に適用させれば表4 のような固有値が得られる。これと、(1)式の G の分布を考慮した場合の固有周期(表2 の case1)

とを比較すると、右表の値の方が多少小さいことがわかる、但し n=1/3,1/2 のときだけは T₁ の値が少し大きくなっている。つまり G の分布を平均化することで n が 1/3,1/2 で安全側、他は危険側に傾いている、これは図2 に示されるように振動形が n 値によって異なり、媒体内の上部と下部の剛性差が固有周期に影響を及ぼしているためと考えられ、この

ことから G の分布を導入する際 n≧1.0 なる n の値は(1)式においてその効果の無いことがわかる。

4. あとがき

以上から、堤体のせん断弾性係数を平均圧力の n 乗であるとするとき指数 n の値は 0.2~0.5 が最も適当であると思われる。この値は土質力学から求められた実験値とほぼ一致している。またそのせん断弾性係数が既知であるとき、固有振動周期が小さい場合ほど n の値は小さいものとなり、堤頂の地震に対する振動増幅率が增大することがわかった。このことから、未知であるフィルダム等堤体の地震時最大振動増幅率を推定することができる。だが実際の地震時には、このようなせん断変形のみでなく曲げ変形も考慮する必要があるため、今後は鉛直方向の変位に対して Timoshenko 梁理論を用いて解析を進めなければならない。

参考文献

- 1) 岡本 舜三 : 「耐震工学」
- 2) 小坪 清真 : 「土木振動学」

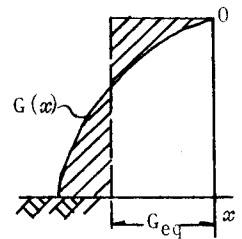


図 -6

次数	0	1/3	1/2	1	1.2	1.3
一	0.1169	0.1457	0.1600	0.2024	0.2194	0.2276
二	0.0509	0.0635	0.0697	0.0882	0.0956	0.0992
三	0.0325	0.0405	0.0445	0.0562	0.0610	0.0633
四	0.0238	0.0297	0.0326	0.0413	0.0447	0.0464
五	0.0188	0.0235	0.0258	0.0326	0.0353	0.0367

表--4