

I-4 弾性支承上PC格子桁の横方向プレストレスングによる二次応力について

北海道工業大学 正負 猪又 稔

1. まえがき

横方向緊張材が偏心して配置されているPC格子桁において、プレストレスングによる不静定力が横桁のプレストレス、主桁の曲げモーメント、主桁の支反力等におよぼす影響については、さきに剛支えおよび弾性沈下の可能性のある張出橋脚やラーメン橋脚に支持されたPC格子桁の代表的数例について解析を行いその影響範囲を明らかにした。

本研究ではさらにPC格子桁がゴム支承のような弾性沈下の大きいと思われる支承に支持される場合は、横方向プレストレスングによる二次的な応力が非常に小さくなることも予想されるので、これについて検討を行ったものである。

2. 解析理論

いま図~1のように端横桁と3本の中間横桁からなる格子桁が弾性支承に支持される場合、横方向プレストレスングによる横桁の節点モーメント(図~2)を求めると式は文献りからつぎのようになる。ただし各弾性支承の鉛直バネ定数は等しいものとする。

$$\begin{aligned} & 2^{(1)}(M_{r,r-1} - M_{r,r+1}) + 2^{(2)}(M_{r,r-1} - M_{r,r+1}) \\ & + {}^{(3)}(M_{r,r-1} - M_{r,r+1}) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$r = 1 \sim n$$

$$\begin{aligned} & {}^{(1)}(M_{r-1,r} + 2M_{r,r-1} + 2M_{r,r+1} + M_{r+1,r}) \\ & + r({}^{(1)}\bar{M}_r + {}^{(2)}\bar{M}_r + 0.5{}^{(3)}\bar{M}_r) = -6P_e \end{aligned} \quad (2)$$

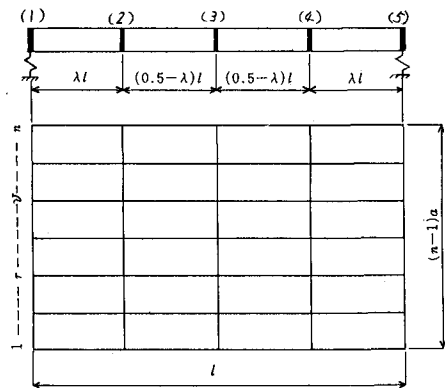
$$r = 2 \sim (n-1)$$

ここに

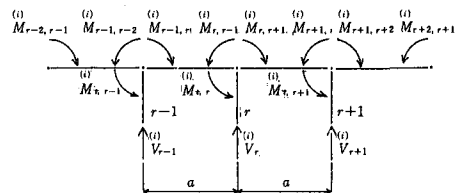
$$\begin{aligned} M_r = & M_{r-2,r-1} - M_{r-1,r-2} - 3M_{r-1,r} + 3M_{r,r-1} \\ & + 3M_{r,r+1} - 3M_{r+1,r} - M_{r+1,r+2} + M_{r+2,r+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2\alpha {}^{(1)}M_{r,r+1} + \alpha {}^{(1)}M_{r+1,r} + \beta_1 {}^{(2)}M_{r-1,r} - (\beta_1 - 2\mu_1) {}^{(2)}M_{r,r-1} \\ & - 2(\beta_1 + \mu_1 + 1) {}^{(2)}M_{r,r+1} + (2\beta_1 - 1) {}^{(2)}M_{r+1,r} + \beta_1 {}^{(2)}M_{r+1,r+2} \\ & - \beta_1 {}^{(2)}M_{r+2,r+1} + \beta_2 {}^{(3)}M_{r-1,r} - (\beta_2 - \mu_1) {}^{(3)}M_{r,r-1} - (2\beta_2 + \mu_1) {}^{(3)}M_{r,r+1} \\ & + 2\beta_2 {}^{(3)}M_{r+1,r} + \beta_2 {}^{(3)}M_{r+1,r+2} - \beta_2 {}^{(3)}M_{r+2,r+1} = 3({}^{(2)}P_e - \alpha {}^{(1)}P_e) \end{aligned} \quad (3)$$

$$r = 1 \sim (n-1)$$



図~1 格子桁一般図



図~2 横桁(d)に作用する力

$$\begin{aligned} & \alpha \overset{(0)}{M}_{r-1,r} + 2\alpha \overset{(1)}{M}_{r,r-1} - \beta_1 \overset{(2)}{M}_{r-2,r-1} + \beta_1 \overset{(2)}{M}_{r-1,r-2} + (2\beta_1 - 1) \overset{(2)}{M}_{r-1,r} - 2(\beta_1 + \mu_1 + 1) \overset{(2)}{M}_{r,r-1} \\ & - (\beta_1 - 2\mu_1) \overset{(2)}{M}_{r,r+1} + \beta_1 \overset{(2)}{M}_{r+1,r} - \beta_2 \overset{(2)}{M}_{r-2,r+1} + \beta_2 \overset{(2)}{M}_{r-1,r-2} + 2\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r-1,r} - (2\beta_2 + \mu_2) \overset{(2)}{M}_{r,r-1} \\ & - (\beta_2 - \mu_2) \overset{(2)}{M}_{r,r+1} + \beta_2 \overset{(2)}{M}_{r+1,r} = 3(\overset{(2)}{p_e} - \alpha \overset{(1)}{p_e}) \end{aligned}$$

$$\gamma = 2 \sim n \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & 2\alpha \overset{(1)}{M}_{r,r+1} + \alpha \overset{(1)}{M}_{r+1,r} + 2/\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r+1,r} - 2(\beta_2 - \mu_1) \overset{(2)}{M}_{r,r-1} - 2(2\beta_2 + \mu_1) \overset{(2)}{M}_{r,r+1} + 4\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r+1,r} \\ & + 2/\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r+1,r-2} - 2\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r+2,r+1} + \beta_3 \overset{(3)}{M}_{r+1,r} - (\beta_3 - \mu_2) \overset{(3)}{M}_{r,r-1} - (2\beta_3 + \mu_2 + 2) \overset{(3)}{M}_{r,r+1} \\ & + (2\beta_3 - 1) \overset{(3)}{M}_{r+1,r} + \beta_3 \overset{(3)}{M}_{r+1,r+2} - \beta_3 \overset{(3)}{M}_{r+2,r+1} = 3(\overset{(3)}{p_e} - \alpha \overset{(1)}{p_e}) \end{aligned}$$

$$\gamma = 1 \sim (n-1) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \alpha \overset{(0)}{M}_{r,r} + 2\alpha \overset{(1)}{M}_{r,r-1} - 2/\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r-2,r-1} + 2/\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r-1,r-2} + 4\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r-1,r} - 2(2\beta_2 + \mu_1) \overset{(2)}{M}_{r,r-1} \\ & - 2(\beta_2 - \mu_1) \overset{(2)}{M}_{r,r+1} + 2/\beta_2 \overset{(2)}{M}_{r+1,r} - \beta_3 \overset{(2)}{M}_{r-2,r-1} + \beta_3 \overset{(2)}{M}_{r-1,r-2} + (2\beta_3 - 1) \overset{(2)}{M}_{r-1,r} \\ & - (2\beta_3 + \mu_2 + 2) \overset{(2)}{M}_{r,r-1} - (\beta_3 - \mu_2) \overset{(2)}{M}_{r,r+1} + \beta_3 \overset{(2)}{M}_{r+1,r} = 3(\overset{(2)}{p_e} - \alpha \overset{(1)}{p_e}) \end{aligned}$$

$$\gamma = 2 \sim n \quad (6)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{EI}{EI'} & \beta &= \frac{6EI'}{a^3 c} \\ \beta_1 &= \lambda^2 (3-4\lambda) \frac{EI}{E_0 I_0} \left(\frac{l}{a} \right)^3 & \beta_2 &= \frac{\lambda (3-4\lambda)}{\delta} \frac{EI}{E_0 I_0} \left(\frac{l}{a} \right)^3 \\ \beta_3 &= \frac{1}{\delta} \frac{EI}{E_0 I_0} \left(\frac{l}{a} \right)^3 & \mu_1 &= 3\lambda \frac{EI}{GJ} \frac{l}{a} & \mu_2 &= \frac{3}{2} \frac{EI}{GJ} \frac{l}{a} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに

- | | |
|---|--------------------|
| $\overset{(i)}{M}$: 横桁 (i) の節点に働く二次曲げモーメント | l : 主桁のスパン長 |
| $\overset{(i)}{p_e}$: 横桁 (i) のプレストレス力と緊張材偏心距離との積 | a : 主桁間隔 |
| EI : 中間横桁の曲げ剛性 | λ : 横桁間隔係数 |
| EI' : 端横桁の曲げ剛性 | c : 弾性支承の鉛直バネ定数 |
| $E_0 I_0$: 主桁の曲げ剛性 | GJ : 主桁のねじり剛性 |

式 (1) ~ (6) の連立方程式をとりて各横桁の節点モーメントが求めれば横桁 (i) と主桁 r の格点力 $\overset{(i)}{V}_r$ はつぎのようになる。

$$\overset{(i)}{V}_r = \frac{1}{a} \overset{(i)}{M} (M_{r-1,r} - M_{r,r-1} - M_{r,r+1} + M_{r+1,r}) \quad (8)$$

3. 数値計算および考察

数値計算は表 1 に示す Model について行った。 α, β, μ の値は文献 (1) の Model 1 ~ 6 を参考とし、また β の値については文献 (2) にもとづいたゴム支承の設計例を参考として定めた。

(1) 橋桁のプレストレス

橋桁のプレストレス σ_{cp} は橋桁の断面積を A 断面係数を Z とし、また橋桁の二次曲げモーメントを M とすればつぎのようになる。

$$\sigma_{cp} = \frac{P}{A} + \frac{Pe}{Z} \eta \quad (9)$$

ただし

$$\eta = 1 + \frac{M}{Pe} \quad (10)$$

図へ3は中間橋桁中央部の η が無次元化した支承の鉛直バネ定数 β によってどのように変化するかを示したものである。 η の値は端橋桁緊張材の偏心が無い場合 ($e''=0$) と偏心がある場合 ($e''=\pm e''$ または e'') について求めた。

図に示すように端橋桁緊張材の偏心が無い場合、中間橋桁の η は β , μ の値如何にかかわらず β の影響はほとんどないが偏心のある場合の η は β , μ が小さくなるほど β の影響をうけることを示している。

(2) 主桁の曲げモーメント

図へ4は主桁2のスパン中央曲げモーメント $M_{osk(2)}$ が β によってどのように変化するを示したものである。 M_{osk} の大きさは主として β の値に支配されるが、端橋桁緊張材の偏心が無い場合、 β , μ の値如何にかかわらず β の影響がほとんどないことがわかる。また偏心のある場合 ($e''=\pm e''$ または e'') の M_{osk} が偏心の無い場合の M_{osk} に対する増減の割合は β , μ に関係なく β に関して一定となる。

(3) 主桁の支反力

図へ5は主桁2の支反力 $Q_{(2)}$ が β によってどのように変化するを示したものである。 Q は中間橋桁のプレストレッシングの影響をほとんどうけないので、 Q の大きさは $Model$ に関係なくまた β , μ の値にもほとんど関係なく端橋桁のプレストレス力と偏心距離との積 Pe あらびきによってきまる。

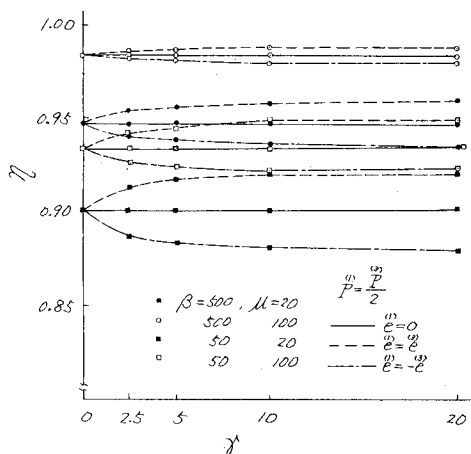
4. おわりに

(1) 中間橋桁のプレストレスについては、端橋桁緊張材の偏心が無い場合は弾性支承上格子桁の η の値は剛支承上格子桁 ($\beta=0$) の値と比較してほとんど差異は認められなかった。しかし端橋桁緊張材の偏心がある場合は、剛支承上格子桁の端橋桁のプレストレッシングが中間橋

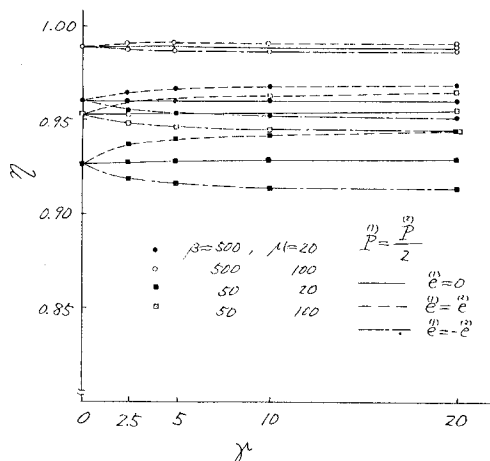
表へ1 計算用諸数値

種別	主桁数	中間橋桁数	α	β	μ	λ
Model A	4	1	0.5	0~20	50~500	20~100
" B	4	2	"	"	"	"

$\alpha = \frac{EI}{EI'}$	: 中間橋桁と端橋桁の曲げ剛性比
$\beta = \frac{6EI'}{a^3 C}$	: 無次元化した支承の鉛直バネ定数
$\mu = \left(\frac{l}{2a}\right)^3 \frac{EI}{E_s I_s}$	: 格子曲げ剛度
$\mu = \frac{l}{8a} \frac{EI}{GJ}$	: 格子ねじり剛度
λ	: 橋桁間隔係数

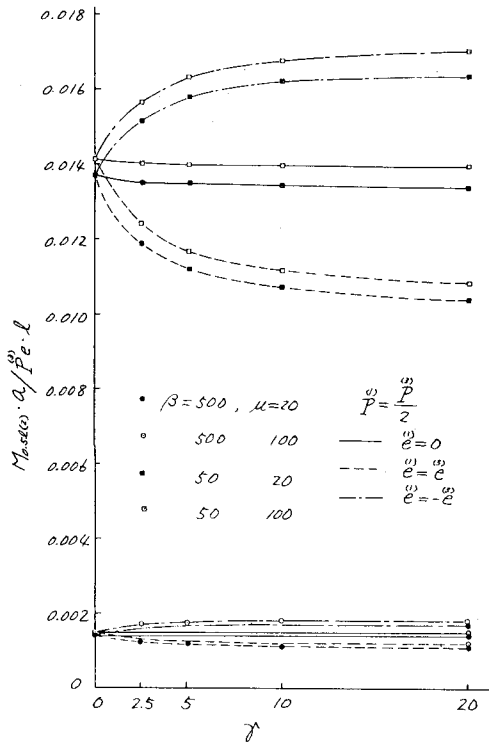


(a) Model A

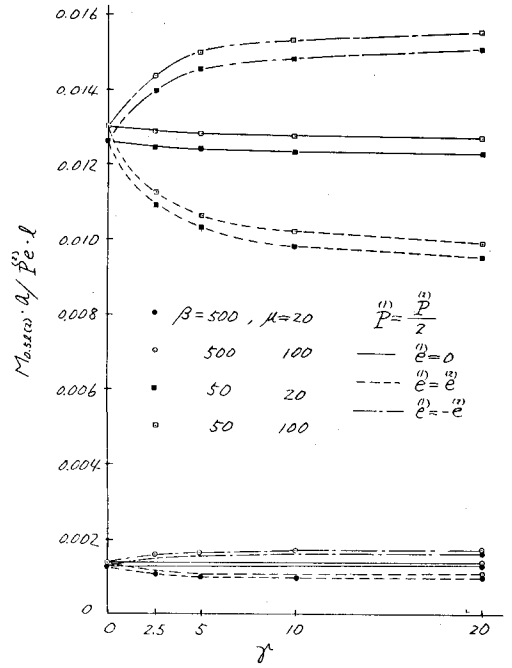


(b) Model B

図へ3 中間橋桁の η におよぼす β の影響



(a) Model A



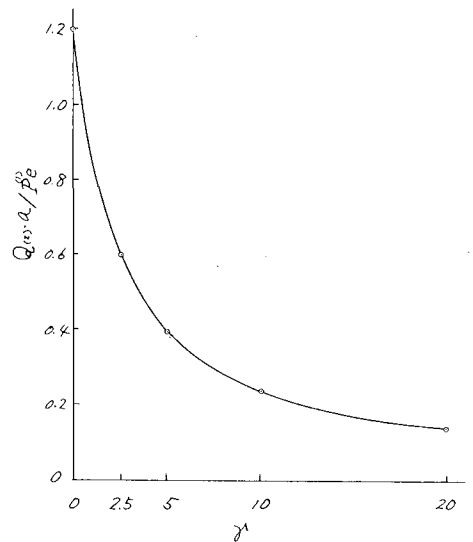
(b) Model B

図へ4 主桁の曲げモーメントにおよぼす β の影響

桁のプレストレスにおよぼす影響が微小なのに対して弾性支承上格子桁では β , μ が小さいほどその影響が大きくなる。(2)横方向プレストレスによる主桁のスパン中央の曲げモーメントについては、端横桁緊張材の偏心がない場合は弾性支承と剛支承の差は認められなかった。つぎに端横桁緊張材の偏心がある場合、主桁の曲げモーメントの値が偏心のない場合の値に対する増加率(減少率)は β , μ に依存なく β に依りて一定となり β が大きいほどその値が大きくなる。(3)横方向プレストレスによる主桁の支台反力は中間横桁のプレストレスの影響は非常に小さいので反力の大きさは β , μ にほとんど依存なく端横桁のプレストレス力と緊張材偏心距離との積 $P \cdot e$ と β の値によってきまることになる。図へ5に示すように弾性支承上の主桁反力は非常に小さくなり β の影響の大きいことがわかる。

【参考文献】

- 1) 猪又 総: プレストレスト・コンクリート格子桁橋の横方向プレストレスによる二次応力について, コンクリート工学, Vol. 17, No. 10, 1979-10
- 2) 道路橋支承便覧, 日本道路協会 1973-4



図へ5 主桁の支台反力におよぼす β の影響