

I-3 Buffer plate の弾性座屈について

北海学園大学 正員 ○高橋 義裕
 北海道大学 正員 能町 純雄
 北海道大学 正員 角田 与史雄

1. ま え が き

最近、海中大基基礎に船舶が衝突した場合と想定し、衝突による双方の被害を最少限に抑えるための緩衝工を設置する要求が増々高まっている。その構造としては、衝突エネルギーを十分に吸収するものでなければならぬ。その一例として図-1で示される垂直板、水平板、スキャンプレート、互違いに配置されたダイヤフラムからなる多室型緩衝工を考えることができる。この多室型緩衝工は、鉛直方向にはある程度の強度を有し、衝突方向には、弱い強度を有する構造となっている。本論文では、エネルギー吸収に大きく影響を及ぼすと思われる水平板（いわゆるBuffer plate）の弾性座屈を検討する。水平板の支持条件、境界条件は複雑であるが、本論文では、周辺単純支持とした。解析手法は、補剛材（ダイヤフラム）の効果も考慮した有限帯板法を用いている。

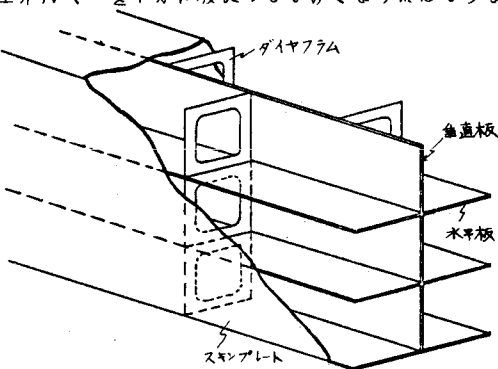


図-1

2. 解析方法

図-1から取り出したBuffer plateを図-2に示す。作用する衝突外力をある荷重幅を有する荷重強度なる静荷重にモデル化し、作用させる。図-2のBuffer plateから斜線で示した幅 b 、長さ l で、補剛材を含む $b \times l$ の帯板要素を取り出す。取り出した補剛材 N 本を有する帯板要素を図-3に示す。図-3(a)は、座屈前応力分布 $\{\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0\}$ を、図-3(b)は、境界断面力 $\{T, S, Q, M\}$ と対応する変位 $\{u, v, w, \theta\}$ を、図-3(c)は、座標系をそれぞれ示している。図-4は、補剛材の局所座標を示している。補剛材を含まない帯板要素の剛性行列および安定係数行列の導入については、すでに述べられているので、補剛材の剛性行列及び

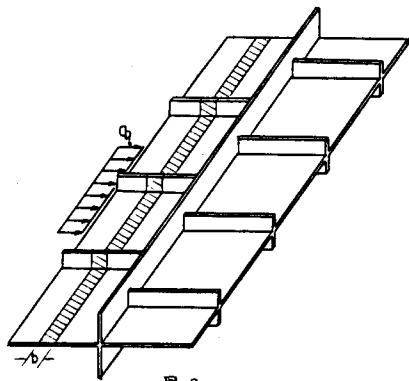


図-2

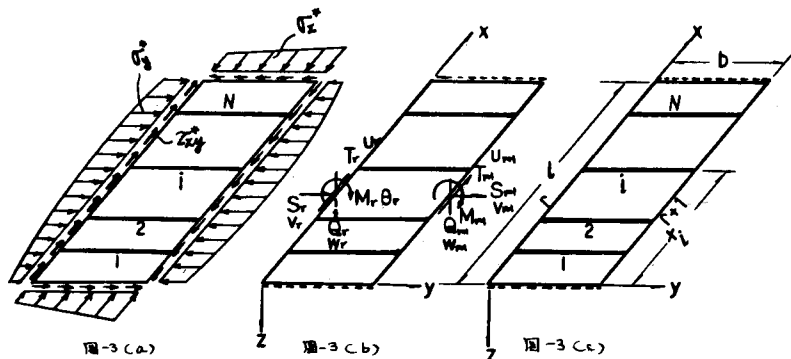


図-3 (a)

図-3 (b)

図-3 (c)

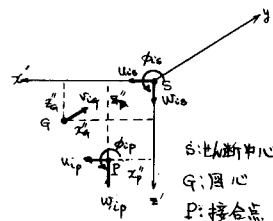


図-4

定係数行列にフイマニミズは定べる。図4のせん断中心点における変位 (ϕ_s, u_s, v_s, w_s) を接合変位における変位 (ϕ_p, u_p, v_p, w_p) で表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_s &= \phi_p \\ w_s &= w_p - x_p'' \phi_p \\ u_s &= u_p + z_p'' \phi_p \\ v_s &= v_p + (z_p'' - z_q'') \left(\frac{dw_p}{dy} - x_p'' \frac{d\phi_p}{dy} \right) + (x_p'' - x_q'') \left(\frac{du_p}{dy} + z_p'' \frac{d\phi_p}{dy} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

節線Pに接合されている第i番目の補剛材のポテンシャルエネルギー π_i は次のようになる。

$$\begin{aligned} \pi_i &= \frac{1}{2} E A_i \int_0^b \left(\frac{dv_{iq}}{dy} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{xi} \int_0^b \left(\frac{d^2 w_{is}}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{zi} \int_0^b \left(\frac{d^2 u_{is}}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} G K_{Ti} \int_0^b \left(\frac{d\phi_{is}}{dy} \right)^2 dy \\ &+ \frac{1}{2} E I_{wi} \int_0^b \left(\frac{d^2 \phi_{is}}{dy^2} \right)^2 dy - \frac{1}{2} A_i \int_0^b \sigma_{yi}^* \left\{ \left(\frac{du_{is}}{dy} + \left(\frac{dv_{is}}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dw_{is}}{dy} \right)^2 \right\} dy \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 A_i = 第i番目補剛材の断面積、 $E I_{xi}$ = 図心Gを通りx軸に平行な軸まわりの曲げ剛度、 $E I_{zi}$ = 図心Gを通りz軸に平行な軸まわりの曲げ剛度、 $E I_{wi}$ = 曲げねじり剛度、 $G K_{Ti}$ = St. Venant のねじり剛度である。また、長方形断面補剛材が平板に垂直に接合されている場合は、 $x_p'' = 0$ 、 $z_p'' = z_q''$ 、 $x_p'' = x_q'' = 0$ である。従って、補剛材N本を含めた帯板要素の全ポテンシャルエネルギー π は次のようになる。

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{1}{2} D \int_0^e \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \\ &+ \frac{1}{2} D' \int_0^e \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{2}(1-\nu) \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \\ &+ \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{2} E A_i \int_0^b \left(\frac{dv_{iq}}{dy} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{xi} \int_0^b \left(\frac{d^2 w_{is}}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{zi} \int_0^b \left(\frac{d^2 u_{is}}{dy^2} \right)^2 dy \right. \\ &+ \frac{1}{2} G K_{Ti} \int_0^b \left(\frac{d\phi_{is}}{dy} \right)^2 dy + \frac{1}{2} E I_{wi} \int_0^b \left(\frac{d^2 \phi_{is}}{dy^2} \right)^2 dy - \frac{1}{2} A_i \int_0^b \sigma_{yi}^* \left\{ \left(\frac{du_{is}}{dy} \right)^2 \right. \\ &+ \left. \left(\frac{dv_{is}}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dw_{is}}{dy} \right)^2 \right\} dy \left. \right] - \frac{1}{2} t \int_0^e \int_0^b \sigma_x^* \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \\ &- \frac{1}{2} t \int_0^e \int_0^b \sigma_y^* \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy - t \int_0^e \int_0^b \tau_{xy}^* \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ &- \int_0^e \left\{ (T_{r,r+1} u_r + S_{r,r+1} v_r + Q_{r,r+1} w_r + M_{r,r+1} \theta_r) + (T_{r+1,r} u_{r+1} + S_{r+1,r} v_{r+1} \right. \\ &\left. + Q_{r+1,r} w_{r+1} + M_{r+1,r} \theta_{r+1}) \right\} dx \end{aligned} \quad (3)$$

ここで $D = E t^3 / 12(1-\nu^2)$ 、 $D' = E t / (1-\nu^2)$ 、 ν = ポアソン比、である。

面内変位、座屈前応力分布も短辺方向に関して一次式、面外変位も三次式に仮定する。また軸方向両端は固定、面外変位に対し単純支持、面内変位に対し自由となるようにフーリエ級数展開する。補剛材に関して、展開形を具体的に表わすと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ip} &= \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = b_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{L} \langle N_i(\eta) \rangle \{ W_m \} \cos \frac{m\pi}{L} x_i \\ w_{ip} &= b_0 \sum_{m=1}^{\infty} \langle N_i(\eta) \rangle \{ W_m \} \sin \frac{m\pi}{L} x_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$u_{ip} = b_0 \sum_{m=1}^{\infty} \langle N_2(\eta) \rangle \{W_m\} \sin \frac{m\pi}{l} x_i$$

$$v_{ip} = b_0 \sum_{m=1}^{\infty} \langle N_3(\eta) \rangle \{W_m\} \sin \frac{m\pi}{l} x_i$$

$$\text{ただし } \left\{ \begin{aligned} \langle N_1(\eta) \rangle &= \langle 0, 0, (1-3\eta^2+2\eta^3), 3(\eta-2\eta^2+\eta^3), 0, 0, (3\eta^2-2\eta^3), 3(-\eta^2+\eta^3) \rangle \\ \langle N_2(\eta) \rangle &= \langle (1-\eta), 0, 0, 0, \eta, 0, 0, 0 \rangle \\ \langle N_3(\eta) \rangle &= \langle 0, (1-\eta), 0, 0, 0, \eta, 0, 0 \rangle \end{aligned} \right.$$

$$\beta = \frac{b}{b_0}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad b_0 = \text{基準板幅}$$

$$\{W_m\}^T = \langle U_{r,m}/b_0, V_{r,m}/b_0, W_{r,m}/b_0, \Theta_{r,m}, U_{r4,m}/b_0, V_{r4,m}/b_0, W_{r4,m}/b_0, \Theta_{r4,m} \rangle$$

である。

従って式(1), (4)式(3)に代入しポテンシャルエネルギー-停留の原理を用いることによりそれぞれフーリエ級数で与えられる補剛材を含めた帯板系の剛性方程式が次のように得られる。

$$\{f_m\}_e = [K_m]_e \{ \delta_m \}_e + \sum_{n=1}^{\infty} [K_{m,n}^s]_e \{ \delta_n \}_e - \lambda \sum_{n=1}^{\infty} [K_{m,n}^q]_e \{ \delta_n \}_e \quad (5)$$

ここで $\{f_m\}_e$, $\{ \delta_m \}_e$ はそれぞれ接線外力ベクトル, 接線変位ベクトルであり, $[K_m]_e$, $[K_{m,n}^s]_e$, $[K_{m,n}^q]_e$ は, それぞれ板要素の剛性マトリックス, 補剛材の剛性マトリックス, 座屈前応力からなる安定係数マトリックス, λ は座屈荷重強度を与える指標である。以上より系全体の剛性方程式が通常の重ね合わせにより得られ, 結局系の座屈問題は $|[K] - \lambda [K^q]| = 0$ の固有方程式を解くことになり, λ はその固有値として求まる。

3. 数値計算

数値計算は図-5で示される断面諸元で補剛材を3本, 5本, 7本をそれぞれ有するBuffer plateについて行った。板厚はすべて6mm, 要素分割は, 幅H=200mmの水平板を8分割, 高さ100mmの垂直板を4分割とした。荷重分布は, スパン中央に対称とし, 荷重中心に補剛材がある場合と, 無い場合について考えた。計算結果は次式を用いて整理した。

$$q_{cr} = K \frac{D\pi^2}{l^2} \quad (6)$$

図-6, 図-7, 図-8は, それぞれ補剛材が3本, 5本, 7本の場合について, 縦軸に座屈係数Kを, 横軸に c/l として, $K-c/l$ の関係を示したものである。これらの図より c/l が小さい領域では, 荷重中心に位置に補剛材がある場合とない場合とでは, その座屈係数に大きな差が見られるが, c/l の値がほぼ $2/3$ を越える領域では, 補剛材配置の差異による座屈係数の差は見られない。スパン全幅に荷重が作用する ($c/l=1.0$) 場合について, 補剛材が3本, 5本, 7本の場合について, 補剛材3本を

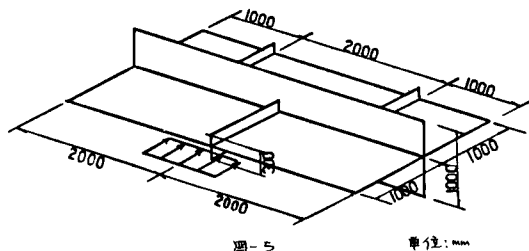


図-5

単位:mm

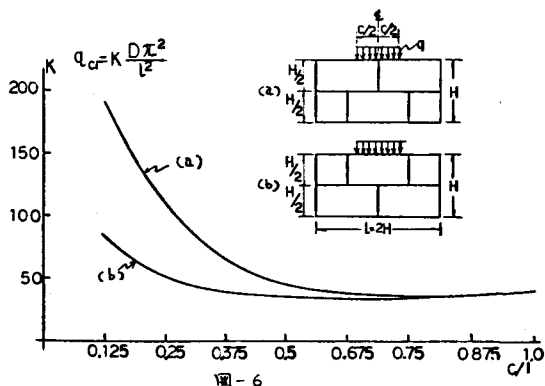


図-6

基準に1と、その座屈係数を比較すると5本の場合は、約2.7倍、7本の場合は、約5倍となっている。

図-9は、 $P_{cr} = (C_g)_{cr} = k' \frac{D\pi^2}{H}$ で結果を整理したものである。縦軸に k' 、横軸に C/H として

$k' - C/H$ の関係を示したものである。いま H を一定としているため k' の変化は全作用荷重 q の値の変化に対応する。荷重中に補剛材がある場合には、 $C/H = 0.5$ 付近で k' は極小値をとる。しかし、荷重中に補剛材がない場合には、そのような極小値をとらずほぼ一様に増大し、 $C/H = 1.0$ 付近で両者は、ほぼ一致しているようである。

4. あ と き

以上 水平板、垂直板、補剛材(ダイヤフラム)からなる Buffer plate を周辺単純支持にモデル化し、片側縁に荷重が作用する場合の弾性座屈について補剛材効果を考慮した有限帯板法を用いて解析した。断面形状、補剛材形状及び間隔を一定とし、 q/H 及び C/H (C/H) を変化させたときの座屈係数の変化を調べた。計算結果をまとめると次のようになる。

1). $P_{cr} = k \frac{D\pi^2}{L^2}$ で結果を整理し、 $k - C/H$ の関係を示す図-6、図-7、図-8より C/H が約 $\frac{2}{3}$ を越える領域では、その座屈係数は、荷重中に補剛材がある場合と無い場合とでは、差異はほとんど見られないが、それより小さい領域では、差異がは、多少と見られる。

2). $P_{cr} = (C_g)_{cr} = k' \frac{D\pi^2}{H}$ で結果を整理し、 $k' - C/H$ の関係を示す図-9より荷重中に補剛材がある場合 $C/H = 0.5$ 付近で k' は極小値となり C/H の増加とともに P_{cr} は、ほぼ一様に増加する。荷重中に補剛材がない場合は、極小値をとらず C/H の増加とともに P_{cr} は、増加し、 $C/H = 1.0$ 付近で両者は一致する。

本研究の遂行にあたり有田孝示、佐藤多恵、大谷孝一、中井山義昭(株)日本鋼管)室長に謝意を表します。数値計算には、北海道大学大型計算センターの HITAC-2200H を使用した。

参考文献

1) 熊野純雄, 角田与史雄, 本多祐世, 高橋義隆: 局部的な荷重を受ける薄肉断面部材の弾性座屈モードについて, マトリックス解析法研究要覧論文集, 1981, 7.

