

V—4 RC スラブの曲げモーメント- 曲率関係に対するはり理論の適用方法について

北海道大学 正員 角田与史雄
 北海道大学 正員 堺 孝 司
 北海道大学 正員 能町 純雄

1. まえがき

鉄筋コンクリート (RC) スラブの主曲げモーメントの方向が配筋方向と一致しないとき、変形およびひびわれ性状は最大主曲げモーメントの影響のみが卓越し、その曲げ剛性は配筋方向の曲げを受ける場合に比べてかなり低下する。それは鉄筋が方向性を持った繊維状補強材であることに起因するものでその主たる要因は主曲げモーメントの方向のひずみに対する傾斜した鉄筋の変形抵抗が小さいことにあるが、さらに附加的要素として鉄筋のはそ作用等による二次的変形の影響もある。

本文は、上記の二つの要因の影響を鉄筋の有効ヤング率および有効鉄筋比の概念を導入することにより、はりの変形理論を応用して RC スラブの曲げモーメント- 曲率関係を求める方法を導き、実験によってその妥当性を検証したものである。

2. 供試体および実験方法

供試体は図- 1 に示すように幅50cm、長さ180cm、厚さ10cmの RC スラブで、二線荷重を与えることにより供試体中央部の50cm×50cmの範囲に一方曲げモーメントを与えた。鉄筋はスラブ下面側に直交二方向に配置し、各配筋方向の鉄筋比 p_1 および p_2 の比および配筋方向 θ を変数とした。各供試体の変数値は表- 1 に示す通りである。

表- 1 供試体

供試体	鉄筋比 (%)		配筋方向
No.	p_1	p_2	θ (deg)
1	1.35	—	0
2	//	1.35	15
3	//	//	30
4	//	//	45
6	//	0.70	15
7	//	//	30
8	//	//	45
9	//	//	60
10	//	//	75

鉄筋はすべてSD35のD10 を使用し、コンクリートは早強ポルトランドセメントおよび天然骨材を使用し、単位セメント量 $320\text{kg}/\text{m}^3$ 、水セメント比50%とした。各供試体は打設の翌日に脱型した後湿潤養生を行い、材令7日に実験に供した。

実験に際しては、供試体中央部の下面の縦、横および斜二方向のひずみをコンタクト型ひずみ計により、同じく上面のひずみをワイヤストレンゲージにより測定を行った。

3. 傾斜した鉄筋の変形抵抗の原理

いま、図- 2 に示すように一方の鉄筋のみを有するスラブを考え、鉄筋の一本当たりの断面積を A_s 、鉄筋の中心間隔を s とする。そこでこのスラブが配筋方向と異なる x 方向の曲げを受け、鉄筋位置の面が ϵ_x なるひずみを生じた状態を考える。このとき鉄筋の軸方向のひずみ成分は

$$\epsilon_s = \epsilon_x \cos^2 \theta \quad (1)$$

となるので、鉄筋応力は次のようになる。

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s \cos^2 \theta \quad (2)$$

このことは、傾斜した鉄筋による変形抵抗が、 $\theta=0$ の鉄筋に比べて見かけ上のヤング率が E_s から $E_s \cos^2 \theta$ に低下したのと同様なものであることがわかる。すなわち

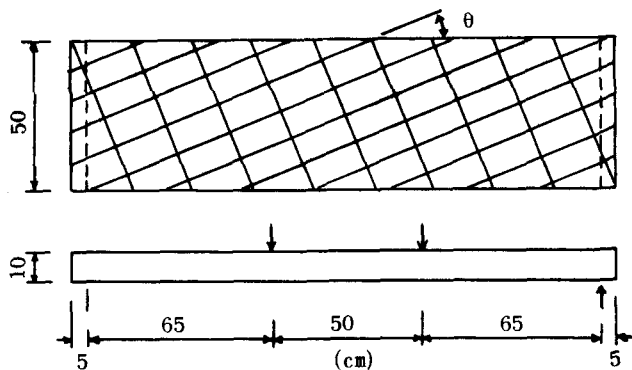


図- 1

$$\sigma_s = E'_e \varepsilon_x \quad E'_e = E_s \cos^2 \theta \quad (3)$$

上記の応力によるスラブ単位幅当りの引張力は、鉄筋比を p 、有効高を d とおくと

$$T_s = p d \sigma_s \quad p = \frac{A_s}{s d} \quad (4)$$



図 - 2

となり、その x 方向成分は次のようになる。

$$T_x = T_s \cos^2 \theta = p d \sigma_s \cos^2 \theta \quad (5)$$

このことは、傾斜した鉄筋の応力抵抗は、 $\theta=0$ の鉄筋に比べて鉄筋比が $p \cos^2 \theta$ に低下したかの如くであることを示している。すなわち

$$T_x = p_e d \sigma_s \quad p_e = p \cos^2 \theta \quad (6)$$

ところで上記の鉄筋応力は x 軸に直角な断面に対して x 方向の引張力 T_x のみでなく、水平方向のせん断力成分も持っている。すなわち

$$T_{xy} = T_s \cos \theta \sin \theta = p d \sigma_s \cos \theta \sin \theta \quad (7)$$

いま、 x 軸が主曲げモーメントの方向であるとすれば、上記の T_{xy} とつり合うべきねじりモーメントは存在しないから、 T_{xy} を打消すだけの力 $-T_{xy}$ が存在しなければならないことになる。それは、鉄筋のはぞ作用やひびわれ面のかみ合わせ作用によって初めて可能となる。そのためひびわれ間のコンクリートは鉄筋位置の水平偏心せん断力を受けることになり、それによりせん断ひずみが生ずる。

$$\gamma_{xy} = -\frac{\alpha}{G_c h} T_{xy} \quad \alpha = \frac{1}{n_D} \{1 + 12(\beta - 0.5)^2\} \quad \beta = \frac{d}{h} \quad (8)$$

ここに h はスラブ厚、 G_c はコンクリートのせん断弾性係数を表わす。また、 n_D は曲げモーメント M_x の増加に伴ってはぞ作用等による剛性が低下していくことを考慮するために導入した係数である。

このように ε_x と同時に γ_{xy} も生ずる場合には、(1) 式の代りに次式を用いることになる。

$$\varepsilon_s = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \gamma_{xy} \cos \theta \sin \theta \quad (9)$$

従って鉄筋応力は (2) 式の代りに

$$\sigma_s = E_s \cos \theta (\varepsilon_x \cos \theta + \gamma_{xy} \sin \theta) \quad (10)$$

このとき

$$T_x = p d E_s \cos^3 \theta (\varepsilon_x \cos \theta + \gamma_{xy} \sin \theta) \quad T_{xy} = p d E_s \cos^2 \theta \sin \theta (\varepsilon_x \cos \theta + \gamma_{xy} \sin \theta) \quad (11)$$

上の第二式を (8) に代入すれば

$$\gamma_{xy} = -\frac{\alpha}{G_c h} \frac{p d E_s \cos^3 \theta \sin \theta}{1 + \frac{\alpha p d E_s \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{G_c h}} \varepsilon_x \quad (12)$$

これを (11) 式の第一式に代入し、かつ近似的に $G_c = E_c / 2$ とおけば

$$T_x = p d E_s \zeta' \varepsilon_x \cos^4 \theta \quad (13)$$

従って、有効鉄筋比を (6) 式の第二式に定義したものをそのままの場合にも用いることにすれば、鉄筋の有効ヤング率を次式の値にとれば、 $\theta = 0$ の鉄筋と同等な取扱いができることになる。

$$E_e = \zeta' E_s \cos^2 \theta = \zeta' E'_e \quad (14)$$

ここに

$$\zeta' = 1 - \frac{2\alpha n p \cos^3 \theta \sin \theta}{p \beta \cos^4 \theta (1 + 2\alpha n p \cos^2 \theta \sin^2 \theta)} \quad (15)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (16)$$

4. R C スラブの曲げモーメント- 曲率関係

上記のような傾斜した鉄筋の特性を考慮し、主曲げモーメントの方向とせん断変形とを同時に求める理論式を導くことも可能であるが、ここでは主曲げモーメントの方向の変形のみに着目し、はり理論に置換する方法について述べる。

4. 1 ひびわれ前の曲げ剛性

スラブに曲げモーメントが作用しても曲げひびわれが生ずる前には鉄筋のはり作用等は起らないので前述のせん断変形は無視することができる。従って (6) 式の有効鉄筋比と (3) 式の有効ヤング率とを用いればよい。ただしその際、鉄筋は θ および $\theta + 90^\circ$ の二方向を考える必要がある。すなわち

$$p_{e1} = p_1 \cos^2 \theta \quad p_{e2} = p_2 \sin^2 \theta \quad (17)$$

$$E'_{e1} = E_s \cos^2 \theta \quad E'_{e2} = E_s \sin^2 \theta \quad (18)$$

このとき、鉄筋をそれと等価なコンクリートに換算して加えた断面積は、次のようになる。

$$A_g = h(1 + n'_{e1} p_{e1} \beta_1 + n'_{e2} p_{e2} \beta_2) \quad (19)$$

ここに

$$\beta_1 = \frac{d_1}{h} \quad \beta_2 = \frac{d_2}{h} \quad (20)$$

$$n'_{e1} = n \cos^2 \theta \quad n'_{e2} = n \sin^2 \theta \quad (21)$$

また、換算断面の重心位置は、圧縮面から次の距離にある。

$$c = \frac{0.5 + n'_{e1} p_{e1} \beta_1^2 + n'_{e2} p_{e2} \beta_2^2}{A_g} h^2 \quad (22)$$

また、換算断面の断面二次モーメントは次のようになる。

$$I_e = \frac{1}{3} c^3 + \frac{1}{3} (h-c)^3 + n'_{e1} p_{e1} d_1 (d_1 - c)^2 + n'_{e2} p_{e2} d_2 (d_2 - c)^2 \quad (23)$$

このとき曲率は次式より計算される。

$$\phi = \frac{M_x}{E_c I_e} \quad (24)$$

なお、上記の A_g および I_e はスラブ単位長当りの値を表わしている。

4. 2 ひびわれ後の曲げ剛性 (方法 A)

曲げひびわれ発生後の曲げ剛性を求めるには、引張部のコンクリートの寄与が徐々に低下していく過程を考慮する必要がある。この問題は従来 R C はりを対象に多くの研究が行われており、それを定式化する方法がいくつか提案されている。そこで本研究ではそれらの中から代表的な二つの方法をスラブに応用することを試みることにする。

CEB- FIP のモデルコードでは、R C はりのたわみの計算において、ひびわれ断面の鉄筋応力 (引張部のコンクリートを無視するときの計算値) とひびわれをまたぐ鉄筋平均ひずみの関係を与えることにより、引張部のコンクリートの寄与を考慮している。すなわち

$$\bar{\epsilon}_s = \frac{\sigma_s}{E_s} (1 - k_1 k_2 \left(\frac{\sigma_{scr}}{\sigma_s} \right)^2) \quad (25)$$

ここに σ_{scr} および σ_s はそれぞれひびわれ発生曲げモーメント M_{cr} および任意の曲げモーメント M ($> M_{cr}$) に対する鉄筋応力の計算値を表わす。また、 k_1 は鉄筋の付着性能、 k_2 は載荷様式を考慮するための係数で、鉄筋として異形棒鋼を用い、かつ一回目の載荷時のたわみを求めようとするときは、 $k_1 = 1$ 、 $k_2 = 1$ とする。

ところで上式は次式と等価である。

$$\bar{\epsilon}_s = \frac{\sigma_s}{E_s} (1 - k_1 k_2 \left(\frac{T_{scr}}{T_s} \right)^2) \quad (26)$$

ここに T_{scr} および T_s は M_{cr} および M に対する曲げ引張力を表わす。また、軸力が作用しない部材に対しては、上式はさらに次式とも等価である。

$$\bar{\epsilon}_s = \frac{\sigma_s}{E_s} (1 - k_1 k_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2) \quad (27)$$

R C スラブにおいては鉄筋が二方向存在するので、上記のはり理論をスラブに応用する際には、(25) 式を用いるよりも (26) 式または (27) 式を用いる方が便利である。このとき、主曲げモーメント M_x に対して鉄筋のヤング率 E_s を次の値に置換すればよいことになる。

$$\bar{E}_s = \frac{E_s}{1 - k_1 k_2 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2} \quad (28)$$

すなわち、3. に述べた諸式中の E_s を $\bar{E}_s$ に置き換えればよいが、ただしその際、一方向鉄筋に対する式を二方向鉄筋の場合に拡張する必要がある。その過程はここでは省略し結果のみを示せば、鉄筋の有効ヤング率は次式により与えられる。

$$E_{e1} = \bar{\epsilon} E_s \cos^2 \theta \quad E_{e2} = \bar{\epsilon} E_s \sin^2 \theta \quad (29)$$

ここに

$$\bar{\epsilon} = 1 - \frac{2\bar{\alpha} \bar{n} (B_3)^2}{B_4 (1 + 2\bar{\alpha} \bar{n} B_2)} \quad (30)$$

ここに

$$\begin{aligned} B_2 &= p_{e1} \beta_1 \sin^2 \theta + p_{e2} \beta_2 \cos^2 \theta & B_3 &= (p_{e1} \beta_1 - p_{e2} \beta_2) \cos \theta \sin \theta \\ B_4 &= p_{e1} \beta_1 \cos^2 \theta + p_{e2} \beta_2 \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (31)$$

および

$$\bar{n} = \frac{\bar{E}_s}{E_c} \quad \bar{\alpha} = \frac{1}{n_D} (1 + 12(\bar{\beta} - 0.5)^2) \quad \bar{\beta} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \quad (32)$$

以上のように有効鉄筋比および有効ヤング率の両者の値が定まれば、はり理論の適用が可能となる。すなわち、図- 3 に示すように鉄筋比 p_{e1} 、ヤング率 E_{e1} 、および鉄筋比 p_{e2} 、ヤング率 E_{e2} なる二段の x 方向鉄筋があるはりと考えればよいから、まず、平面保持の仮定より

$$\frac{\bar{\epsilon}_c}{k} = \frac{\bar{\epsilon}_1}{\beta_1 - k} = \frac{\bar{\epsilon}_2}{\beta_2 - k} \quad (33)$$

また、水平力のつり合い条件より

$$\frac{1}{2} k h E_c \bar{\epsilon}_c = p_{e1} d_1 E_{e1} \bar{\epsilon}_1 + p_{e2} d_2 E_{e2} \bar{\epsilon}_2 \quad (34)$$

これより

$$k = \sqrt{R_1^2 + 2R_2} - R_1 \quad (35)$$

ここに

$$R_1 = n_{e1} p_{e1} \beta_1 + n_{e2} p_{e2} \beta_2 \quad R_2 = n_{e1} p_{e1} \beta_1^2 + n_{e2} p_{e2} \beta_2^2 \quad (36)$$

および

$$\begin{aligned} n_{e1} &= \frac{E_{e1}}{E_c} \\ n_{e2} &= \frac{E_{e2}}{E_c} \end{aligned} \quad (37)$$

次にモーメントのつり合いをとれば、次の関係が得られる。

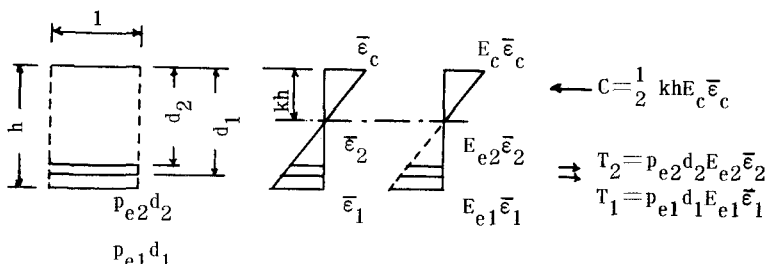


図 - 3

$$M_x = p_{e1} d_1 E_{e1} \epsilon_1 \left(\beta_1 - \frac{k}{3} \right) h + p_{e2} d_2 E_{e2} \epsilon_2 \left(\beta_2 - \frac{k}{3} \right) h \quad (38)$$

これより曲率の計算式が得られる。すなわち

$$\Phi = \frac{M_x}{E_c I_e} \quad (39)$$

ここに

$$I_e = (n_{e1} p_{e1} \beta_1 \left(\beta_1 - \frac{k}{3} \right) \left(\beta_1 - \frac{k}{3} \right) + n_{e2} p_{e2} \beta_2 \left(\beta_2 - \frac{k}{3} \right) \left(\beta_2 - \frac{k}{3} \right)) h^3 \quad (40)$$

なお、前述の実験において測定された斜方向のひずみより得られたせん断ひずみより、鉄筋のはぞ作用等による変形剛性について調べた結果、 n_D に対して次の実験式が得られた。

$$n_D = 0.86 \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \quad (41)$$

4. 3 ひびわれ後の曲げ剛性(方法 B)

R C はりのひびわれ発生後の曲げ剛性を表わす非常に簡単な方法として、Branson は全断面を有効とするときの曲げ剛性と引張部のコンクリートを無視するときの曲げ剛性とに結びつける経験式を提案している。すなわち、それぞれに対応する断面二次モーメントを I_g および I_{cr} とおくと

$$I_e = I_g \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^m + I_{cr} \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^m \right) \quad (42)$$

ここに係数 m は 4 の値が提案されている。しかし著者らがさきに行った軸力と曲げモーメントの組合せを受ける部材での研究によれば、 $m=3$ の方が実験結果との適合性が良かったので、ここでは後者の値を用いることにする。

ところで上式をスラブに適用するにはせん断ひずみの影響を加える必要があるが、 I_{cr} の状態でのせん断ひずみの大きさは実験より直接求めることはできない。そこでここでは平均ひずみより得られた (41) 式の n_D をそ

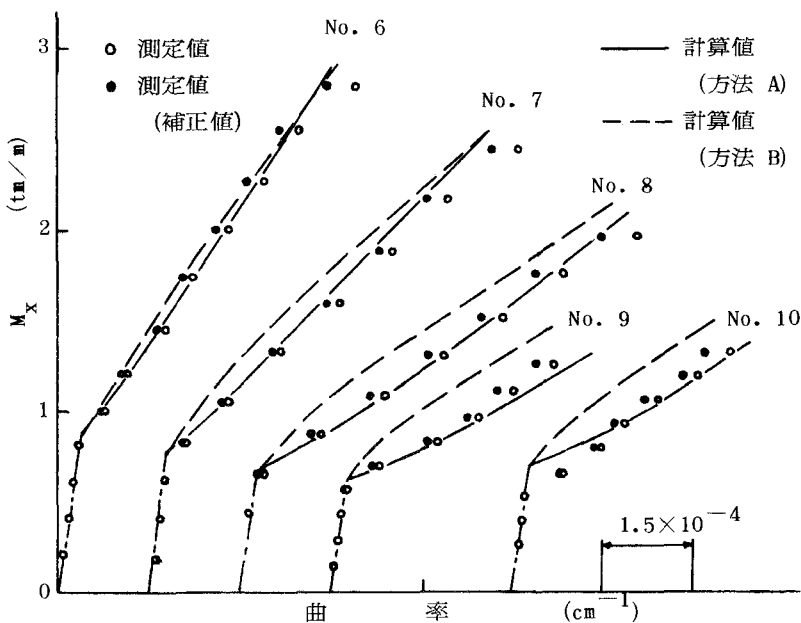


図 - 4

のままひびわれ断面に対して適用することにする。ただし、Bransonの方法では E_s の値は定義されないので(30)式中の $\bar{n}$ は n に置き換えることにする。

また、(30)式で定義した ζ は本来、鉄筋のヤング率に乗すべき性格のものであるが、そのよ

うに取扱えば I_{cr} の値が M によって変化することになり、Branson式のもつ簡便さの長所を損なう結果となる。そこでここでは、近似的に次式のように置くことにする。

$$I_e = I_g \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 + \zeta I_{cr} \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right) \quad (43)$$

ここに

$$\zeta = 1 - \frac{2\bar{\alpha} n (B_3)^2}{B_4 (1 + 2\bar{\alpha} n B_2)} \quad (44)$$

なお、 I_{cr} の値は前述の(34)～(40)式中の n_{e1} および n_{e2} の値を(21)式に定義した n'_{e1} および n'_{e2} に置き換えることにより求めることができる。

5. 実験結果との比較

図-4および5は、実験で測定されたひずみより得た曲率を計算値と比較したものである。その際、諸測定のために荷重を持続させている間に起ったコンクリートのひずみ増加分をクリープと見なして差引いた補正值も合わせて示してある。これらの測定結果は、曲げ方向が配筋方向と一致しないときの曲げ剛性が、配筋方向の曲げ剛性に比べてかなり低下することを示しており、例えば直交二方向に同じ鉄筋比を持つNo.1～4では、45°方向の曲げ剛性は0°方向の約半分しかないことを示している。一方、二つの計算値を見れば、計算値Bは計算値Aに比べていく分低い値を与えており、前述の諸近似がせん断変形の影響を過小評価する結果になったことを示している。しかしいずれの計算値も測定値の示す性質を良く反映したものとなっており、実用上の観点からは十分満足すべきものと言うことができる。

6. あとがき

本研究は、RCスラブの主曲げモーメントの方向が配筋方向と一致しないときの曲げ剛性の低下について、一方向曲げ実験によって調べるとともに、傾斜した鉄筋の寄与を有効鉄筋比と有効ヤング率の概念を導入することにより、はり理論を拡張してスラブの曲げ剛性を計算する方法を提供した。

おわりに、本研究は文部省科学研究費(昭和54、55年度試験研究2)によって行ったものであることを附記する。また、実験に際して多大な助力をいただいた木村 勉技官に深く感謝申し上げる。

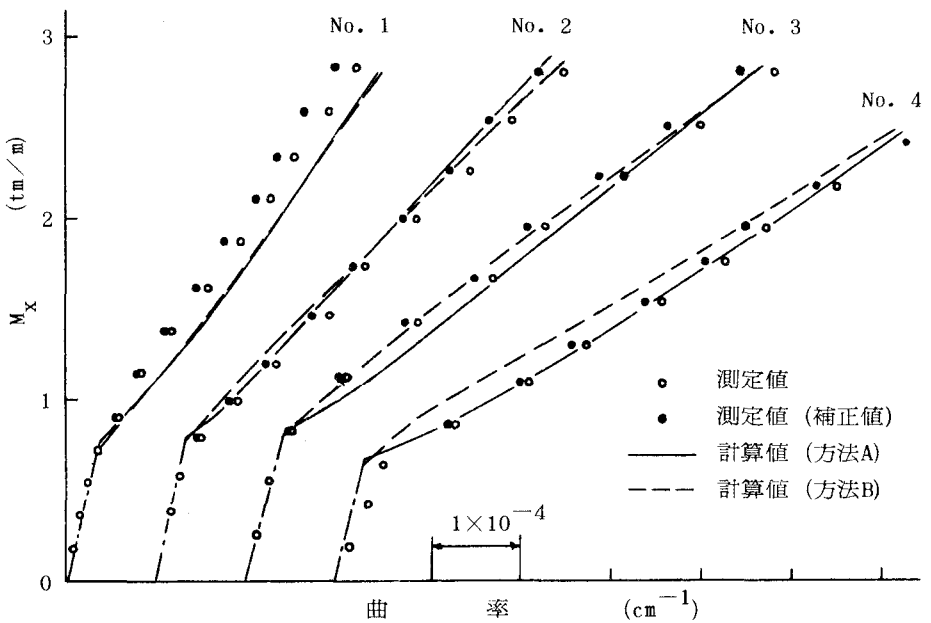


図-5