

V-3 鉄筋コンクリート柱の変形挙動に関する解析的研究

北海道大学 正員 堺 孝 司
 北海道大学 正員 角田与史雄
 北海道大学 正員 能町 純雄

1. まえがき 限界状態設計法の概念に従えば、フレーム構造あるいは単一の柱においては、座屈の終局限界状態の観点から安定に対する検討を行なわなければならない。すなわち、最も不利な荷重作用の組み合わせに対して、その構造系が安定つり合い状態にあるかどうかの検討を行なう必要がある。

一般に、鉄筋コンクリート(RC)部材が曲げと軸力を受ける場合の変形挙動あるいは耐荷力を算定する際の大きな問題は、つり合いに対する部材の変形の影響(幾何学的非線形性)および材料の非線形応力ひずみ関係(材料非線形性)を考慮しなければならないという点にある。幾何学的非線形性の考慮とは部材の変形と作用外力とによって付加的に発生する二次モーメントを評価することに相当する。二次モーメントの影響は、部材の寸法および作用する外力の大きさおよびその位置によって異なるが、簡単のために問題を単一柱に限定すれば、断面寸法に比して柱長の大きい長柱と呼ばれる柱では、この影響を無視することはできない。長柱の設計に対する各国規準を見ても、ACIの旧規定、CP 114、および現在の日本土木学会標準示方書による長柱と等価な短柱の耐荷力に低減係数を乗じるという設計法から、ACIの現規定、CP 110、およびCEB/FIP model codeによる二次モーメントの効果を直接採り入れた合理的な設計法へと変わってきている。

本研究の目的は、幾何学的非線形性および材料非線形性を考慮した、両端ヒンジおよび一端固定他端自由のRC柱のひずみ変形状態および耐荷力の算定に対する一計算手法を提示することである。

2. 解析上の仮定 RC柱の横断面形状は種々考えられるが、本論文では、簡単のためにく形横断面を対象とし、かつ全断面が同一寸法であるとする。しかしながら、任意の断面寸法形状に対しても同様な扱いが可能である。横断面のひずみ状態は平面保持に従うものであるとする(図.1)。鉄筋の応力-ひずみ曲線は、図.2に示すように、引張および圧縮の何れに対しても同じな完全弾塑性体を仮定し、終局ひずみは特に設けない。また、コンクリートの応力-ひずみ曲線は、図.3に示すような二次放物線と直線の組み合わせ曲線を仮定する。なお、コンクリートの引張に対する低抗は無視する。

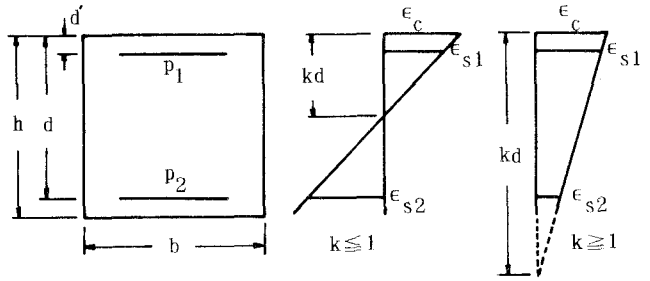


Fig.1 Cross Section and Strain Distribution

3. 断面力 RC柱の横断面における任意のひずみ状態(図.1)に対応する断面力は、2で仮定した鉄筋およびコンクリートの応力-ひずみ関係から導くことができる。以下に、コンクリート圧縮力Cc、圧縮部鉄筋力Cs、および引張部鉄筋力Ts、並びに、これらの力による中立軸位置に関する曲げモーメント

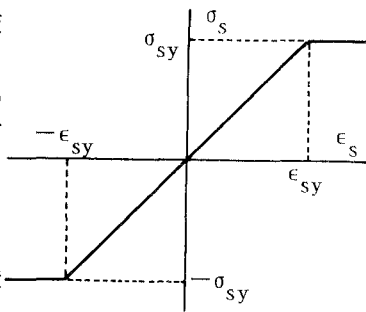


Fig.2 Idealized Stress-Strain Curve for Steel

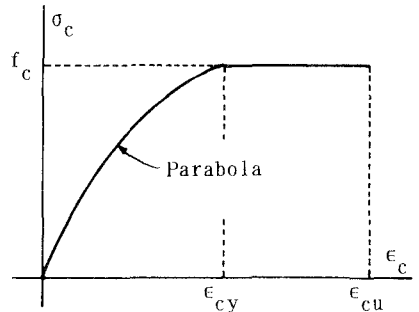


Fig.3 Idealized Stress-Strain Curve for Concrete

M_{Cc} , M_{Cs} , および M_{Ts} を示す。

$\epsilon_c \leq \epsilon_{cy}$ の場合

$$C_c / bdf_c = k\epsilon_c / \epsilon_{cy} \{1 - \alpha(k-h)^2 / k^2 - \epsilon_c / 3\epsilon_{cy} \cdot [1 - \alpha(k-h)^3 / k^3]\} \quad (1)$$

$$M_{Cc} / bdf_c = k^2 \epsilon_c / 3\epsilon_{cy} \cdot \{2[1 - \alpha(k-h)^3 / k^3] - 3\epsilon_c / 4\epsilon_{cy} \cdot [1 - \alpha(k-h)^4 / k^4]\} \quad (2)$$

$\epsilon_{cy} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$ の場合

$$C_c / bdf_c = k\{1 - \epsilon_{cy} / 3\epsilon_c - \alpha[\epsilon_c / \epsilon_{cy} \cdot (k-h)^2 / k^2 - \epsilon_c^2 / 3\epsilon_{cy}^2 \cdot (k-h)^3 / k^3]\} \quad (3)$$

$$M_{Cc} / bdf_c = 0.5k^2 \{1 - \epsilon_{cy}^2 / 6\epsilon_c^2 - \alpha[4\epsilon_c / 3\epsilon_{cy} \cdot (k-h)^3 / k^3 - \epsilon_c^2 / 2\epsilon_{cy}^2 \cdot (k-h)^4 / k^4]\} \quad (4)$$

$\epsilon_{s1} \leq \epsilon_{sy}$ の場合

$$C_s / bdf_c = p_1 E'_s \epsilon_{s1} \quad (5)$$

$$M_{Cs} / bdf_c = p_1 E'_s \epsilon_{s1} (k-d) \quad (6)$$

$\epsilon_{s1} \geq \epsilon_{sy}$ の場合

$$C_s / bdf_c = p_1 \sigma'_{sy} \quad (7)$$

$$M_{Cs} / bdf_c = p_1 \sigma'_{sy} (k-d) \quad (8)$$

$\epsilon_{s2} \leq \epsilon_{sy}$ の場合

$$T_s / bdf_c = -p_2 E'_s \epsilon_{s2} \quad (9)$$

$$M_{Ts} / bdf_c = p_2 E'_s \epsilon_{s2} (1-k) \quad (10)$$

$\epsilon_{s2} \geq \epsilon_{sy}$ の場合

$$T_s / bdf_c = (-1)^m p_2 \sigma'_{sy} \quad (11)$$

$$M_{Ts} / bdf_c = p_2 \sigma'_{sy} (k-1) \quad (12)$$

ここに、 $E'_s = E_s / f_c$ 、 $\sigma'_{sy} = \sigma_{sy} / f_c$ 、 $\alpha = \begin{cases} 0 & \text{for } k \leq 1 \\ 1 & \text{for } k \geq 1 \end{cases}$ 、 $m = \begin{cases} 0 & \text{for } \epsilon_{s2} \leq 0 \\ 1 & \text{for } \epsilon_{s2} \geq 0 \end{cases}$

$$\epsilon_{s1} = (k-d) / k \cdot \epsilon_c, \quad \epsilon_{s2} = (1-k) / k \cdot \epsilon_c, \quad h' = h / d, \quad d' = d / d$$

なお、ここで扱う長方形横断面の場合、圧縮コンクリートに対する断面力を閉じた形で表わすことができたが、複雑な横断面形状では数値積分によらなければならない場合もある。

4. 鉄筋コンクリート柱の変形挙動解析 RCのフレーム構造に対する座屈問題を含む変形挙動の代表的な解析法としては、有限要素法を挙げることができるが、有限要素法は多大な労力を必要とし、柱のような単一部材構造への適用にはあまりメリットがない。このような場合、差分法が簡単かつ有効な手段となる。従って、ここでは差分法を用いることにする。

4.1 両端ヒンジの場合 図.4に示すような、両端ヒンジのRC柱に荷重が一定偏心位置で作用する場合を考える。まず、柱を軸方向に長さ Δx なる等距離要素に分割する。いま、

任意の分割節点位置 i におけるたわみおよび曲率をそれぞれ y_i および ϕ_i とし、 i の位置の前後の節点位置におけるたわみを y_{i-1} および y_{i+1} とすると、それらの間には次の関係が近似的に成立する：

$$\phi_i = -(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) / (\Delta x)^2 \quad (13)$$

式(13)において $i=2$ を考慮すれば、 $y_2 = y_0$ であるから次式を得る：

$$y_2 = y_1 - 0.5(\Delta x)^2 \phi_1 \quad (14)$$

いま、 y_1 の値が与えられるとすれば、所定の軸力 N および偏心量 e によってこの断面には、軸力 N およびモーメント Ne の外に、柱がたわむことによって付加的に発生する二次モーメント Ny_1 が作用していることになる。このような軸力とモーメントの組み合わせに対する曲率 ϕ_1 は、断面力解析により算定することができる。このように、 y_1 の値が与えられれば、 ϕ_1 の値が、従って y_2 の値を得ることができるのである。

式(13)は、一般的に次の形で表わすことができる：

$$y_i = 2y_{i-1} - y_{i-2} - (\Delta x)^2 \phi_{i-1} \quad (15)$$

この式を用いて、着目位置以前において計算されたたわみおよび曲率から、各分割節点位置におけるたわみを順次計算していくことができる。このようにして、最終的には、柱端におけるたわみ y_n を得る。もしこのたわみが0であれば、最初に仮定したたわみおよびそれから順次得られた各節点位置におけるたわみが、所定の幾何形状および外力に対してつり合い状態が可能とな

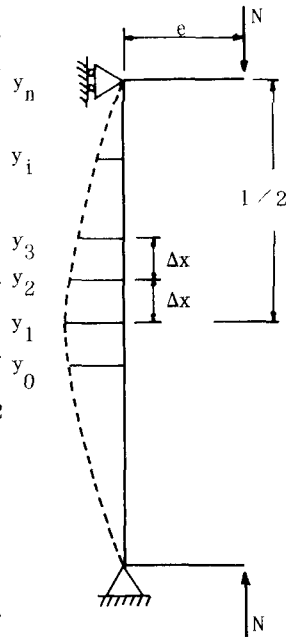


Fig. 4 Hinged Column

るたわみ形であることを示す。柱端のたわみが0とならないということは、最初に仮定した柱中央のたわみ y_1 の値が適当でないことを意味する。従って、 y_1 の値を仮定しなおすことによって、つり合い状態を満足させるたわみ形を求めることになる。上述した荷重増分法は、最大荷重に近づくにつれて収束が悪くなることおよび stability failure に相当する最大荷重以後のいわゆる座屈変形挙動をとらえることができないこと等により、実際の計算はひずみ増分法によった。以下にその計算手順を概説する。先ず、柱の中央断面におけるコンクリート圧縮ひずみ ϵ_{c1} を与え、この位置におけるたわみ y_1 を仮定する。次に、同じ位置における中立軸位置係数 k を仮定し、3に示した式(1)～(12)を利用して、これらの変形状態に対応する内力 N_{in} 、 M_{in} を算定する。ここで、内力として得られた軸力 N_{in} を、このRC柱に作用している外力 N_{out} であると考え、この力による全モーメント $N_{out}(e+y_1)$ が内力モーメント M_{in} に等しくなるような変形状態を試算によって見つける。このようにして得られた柱の中央断面におけるひずみ状態(ϵ_{c1} 、 k_1)、作用軸力 N_{out} 、式(15)、および式(1)～(12)を利用して、軸力とモーメントに関する外力と内力のつり合い条件を各断面において満足させるようなひずみ状態(ϵ_{ci} 、 k_i)を柱端に向かって逐次求めていく。柱端のたわみ y_n が0でなければ、最初に仮定した y_1 の値を変化させて、 $y_n=0$ となるまでくりかえし計算をする。もし、 $y_n=0$ であれば、柱中央におけるコンクリート圧縮ひずみを増加させて(これは次の荷重ステップに相当する)、同様な計算を行う。この手順を、コンクリート圧縮ひずみがその終局値 ϵ_{cu} になるまでくりかえす。

4.2 一端固定他端自由の場合 図.5(a)に示すような、一端固定他端自由のRC柱の自由端に一定偏心軸力が作用した状態で、水平力 H が加わる場合を考える。このような場合も、図.5(b)に示すような両端ヒンジのRC柱に一定偏心軸力と横荷重の作用する場合に生じる変形挙動を利用することによって、4.1で示した手法を若干変更するだけで、解析可能である。

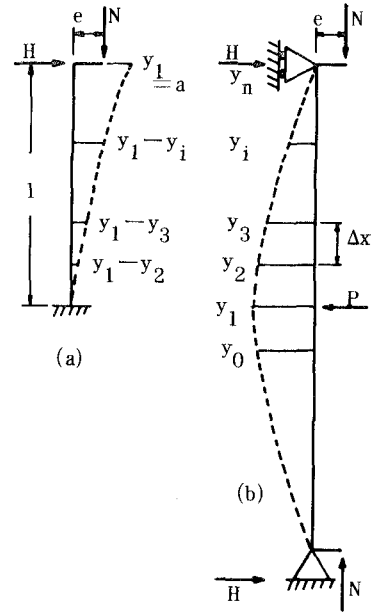


Fig.5 Cantilever Column

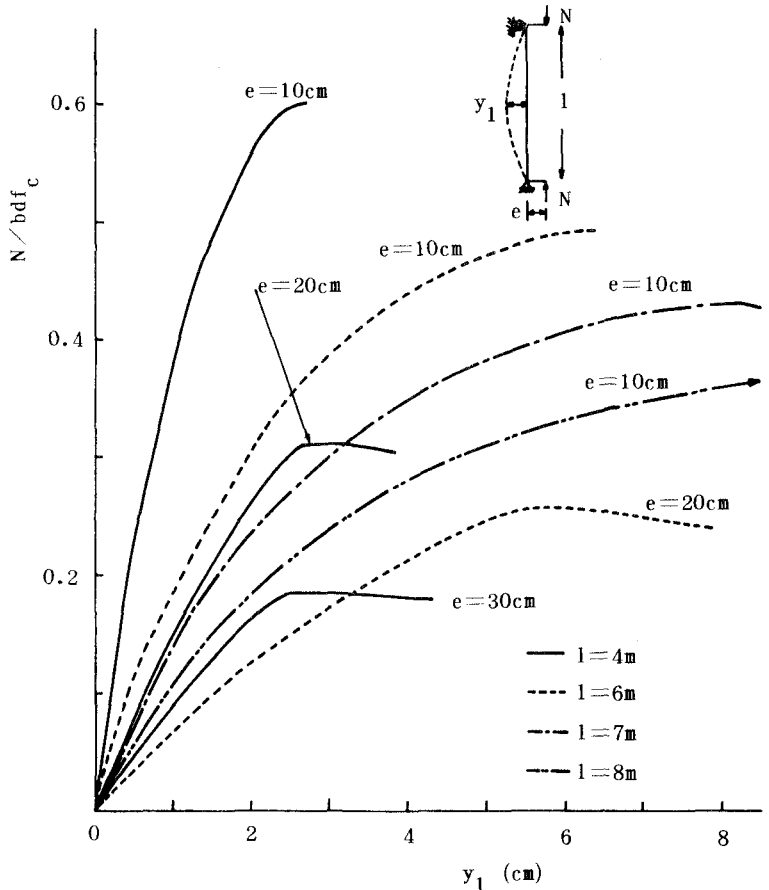


Fig.6 Load Deflection Curves of Hinged Column

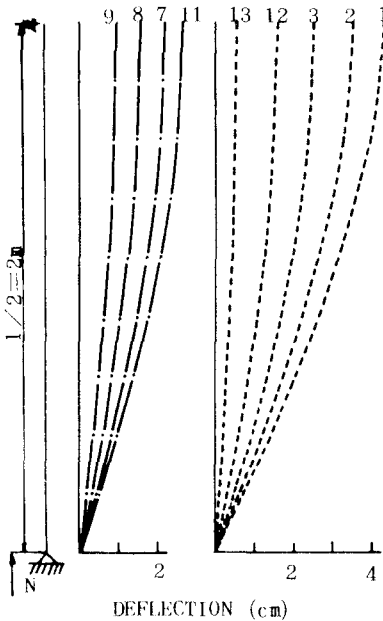
4.1 では、柱の中央断面におけるあるひずみ状態(ϵ_{c1}, k_1)に相当する軸力とモーメントの中、軸力を外力とし、その外力によるモーメントが内力モーメントと等しくなることが必要条件であり、軸力のつり合い条件は自動的に満足されるものであった。しかしここでは、適当なひずみ状態の仮定によって算定された内力 N_{in} が作用している一定偏心軸力 N_{out} に等しくなることが、軸方向力のつり合い条件である。このひずみ状態に対応する水平反力は、モーメントのつり合いより次式となる：

$$H = (M_{in} - N_{out}(e + y_1)) / l \quad (16)$$

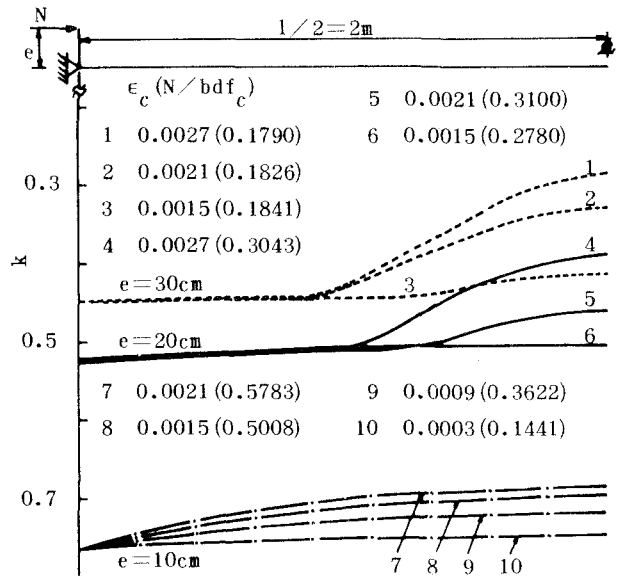
このHは、図.5(a)における作用水平力に相当している。任意の位置iにおける外力モーメントは次式となる：

$$M_{out,i} = H(1 - (i-1)\Delta x) + N_{out}(e + y_i) \quad (17)$$

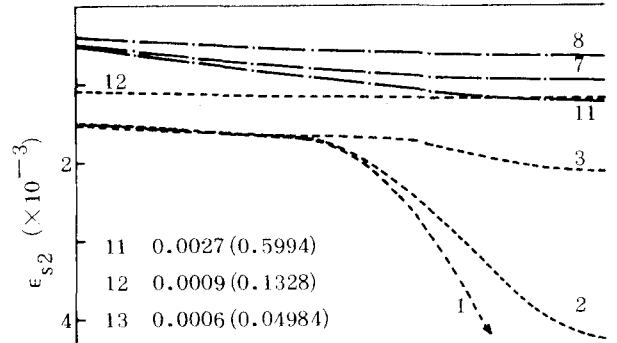
従って、後は4.1と同様、内力と外力のつり合い条件を満足させるひずみ状態を求めればよい。得られた柱中央におけるたわみは、図.5(a)の場合の水平力作用位置における水平変位に相当するものである。



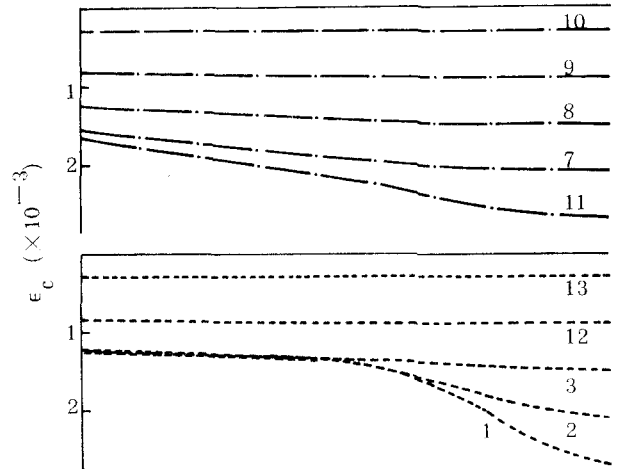
(d)



(a)



(b)



(c)

Fig.7 Deformation Behavior of Hinged Column

5. 数値計算例および考察 4.1 および 4.2で述べた方法に従って数値計算を行なった。図.5は、両端ヒンジの場合の軸力と柱中央のたわみの関係を、柱長および偏心距離をパラメータにして描いたものである(ただし、 $b=30\text{cm}$, $d=27\text{cm}$, $d'=4\text{cm}$, $p_1=p_2=1.5\%$, $f_c=300\text{kg/cm}^2$, $\sigma_{sy}=3600\text{kg/cm}^2$, $E_s=2.1\times 10^6\text{kg/cm}^2$, $\epsilon_{cu}=0.27\%$, $\epsilon_{cy}=0.162\%$)。図より、柱長および偏心距離の増加につれて、同じ偏心軸力に対するたわみが増加していることがわかる。更に、 $l=4\text{m}$ の場合の破壊パターンをみると、 $e=10\text{cm}$ の場合はmaterial failureを、また $e=20\text{cm}$ および $e=30\text{cm}$ の場合はstability failureを示している。しかし、material failure であるか stability failure であるかは、コンクリートの終局ひずみにも関係し、終局ひずみの値を大きくすれば、 $e=10\text{cm}$ の場合にも stability failure となる可能性がある。図.7は柱軸方向のひずみ変形状態の例を示したものである。終局状態に近くなると、柱中央近傍において急激な回転変形の生じることがわかる。このことは、曲げが大きくなればなる程著しい。

図.8は、一端固定他端自由の場合で、 $e=0$ かつ $N=150\text{ton}$ のときの柱軸方向のひずみ状態を示したものである(ただし、 $h=b=40\text{cm}$, $d=36\text{cm}$, $d'=4\text{cm}$, $p_1=p_2=1\%$)。図.9は、水平力 H とその作用位置におけるたわみ a との関係を示す。図から、最大水平荷重は、作用軸力が小さい程、また柱長が大きい程小さくなる。図.10には、軸方向のたわみ形状を示す。図.11は、偏心量の影響をみるために描いた荷重～たわみ曲線である。例えば、 $l=4\text{m}$ で $e=0$ の場合の最大荷重を $H_{\max}$ とすれば、 $e=3\text{cm}$ および $e=6\text{cm}$ の場合の最大荷重はそれぞれ約 $0.89H_{\max}$ および $0.78H_{\max}$ となり、このことは、この程度の偏心によっても、終局耐力に非常に大きな影響を受けることを示している。図.12は終局時における柱軸方向のたわみ状態の例を示している。

(参考文献) CEB/FIP manual of Buckling and instability, その他 .

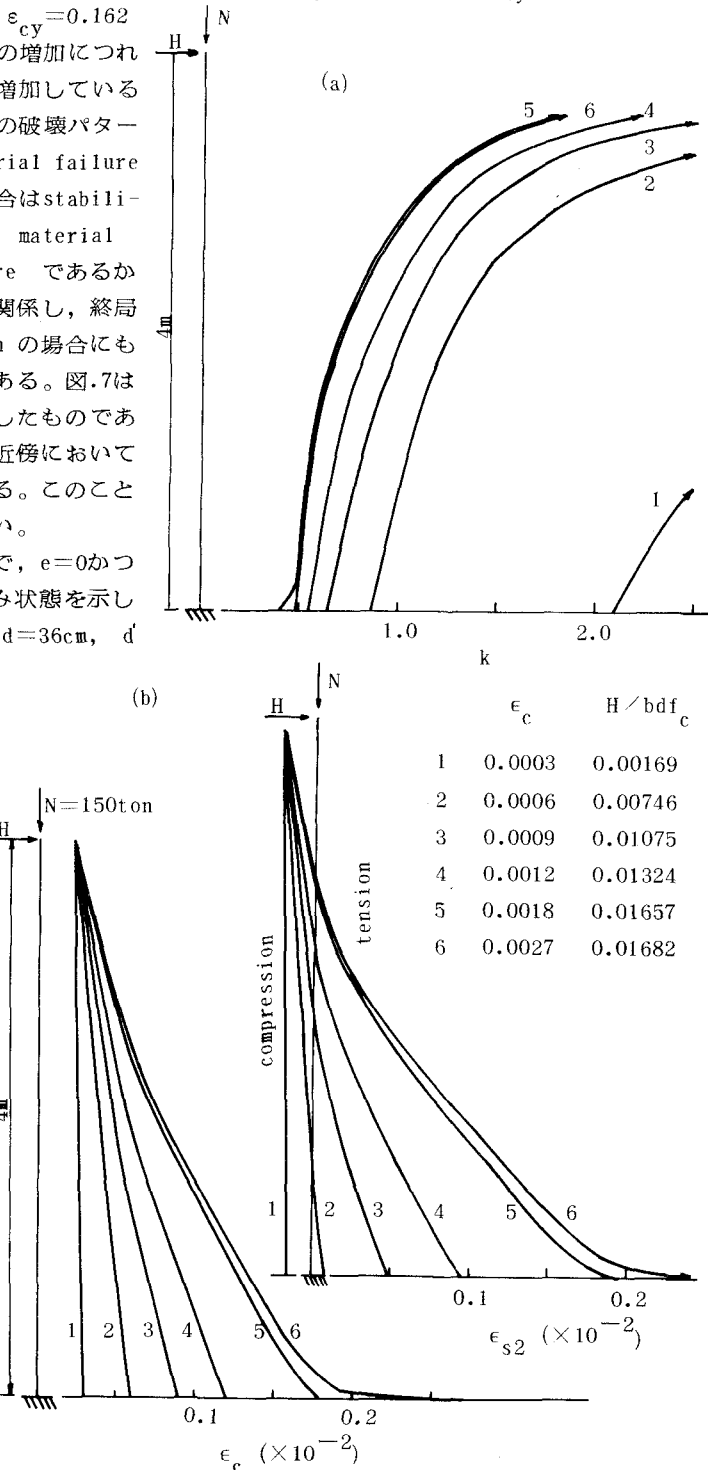


Fig.8 Deformation Behavior of Cantilever Column

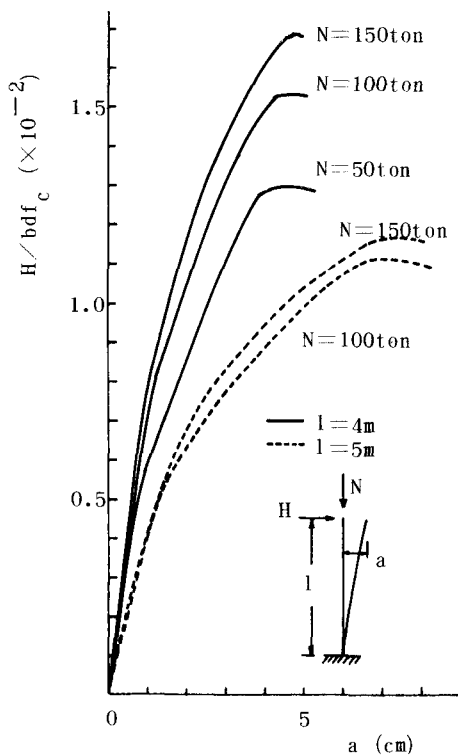


Fig.9 Load Deflection Curves of Cantilever Column ($e=0$)

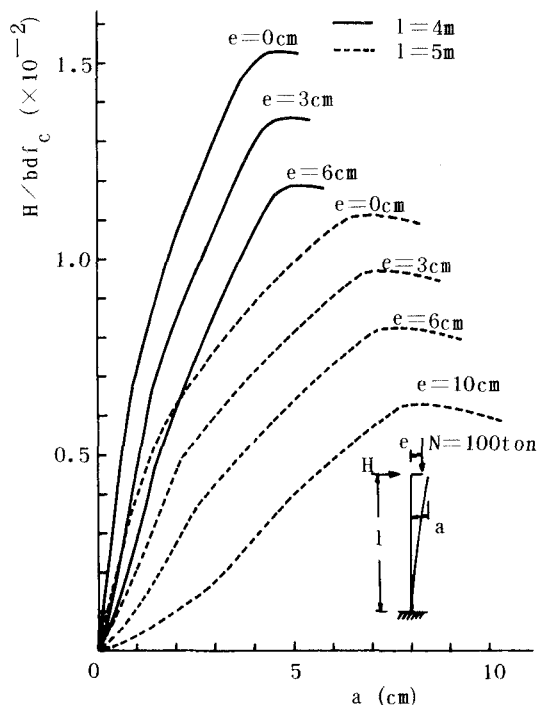


Fig.11 Load Deflection Curves of Cantilever Column

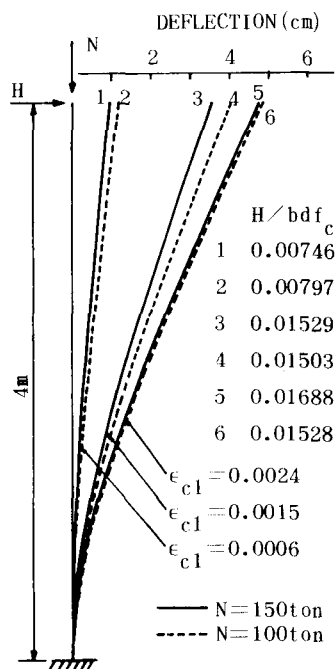


Fig.10 Deflection of Cantilever Column ($e=0$)

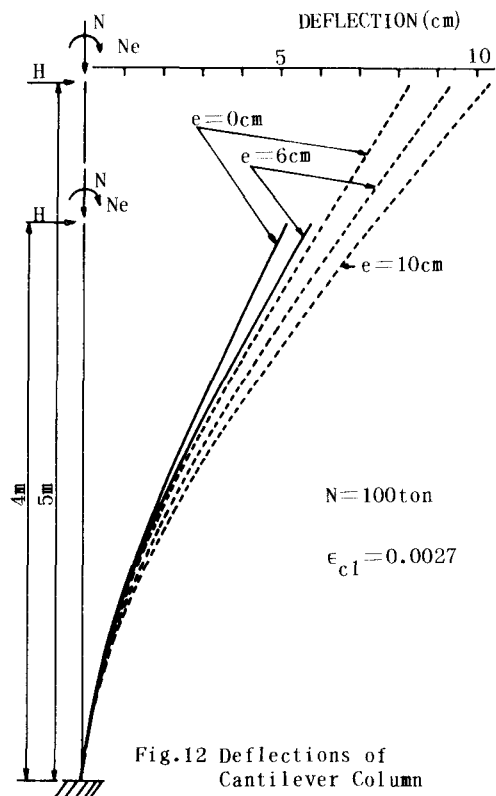


Fig.12 Deflections of Cantilever Column