

V-1 コンクリートのクリープ及び乾燥収縮解析のためのモデルについて

北大工学部 正員○上田正生

" " 土橋由造

1 はじめに

コンクリートのクリープと乾燥収縮が、鉄筋及びプレストレストコンクリート構造物の変形や応力に大きな影響を及ぼすことは周知の事実であるが、この所謂時間依存性の二つの変形歪のうち、収縮歪は経時的な温度変化の効果と同様に、応力とは独立に取り扱うことが可能であり、また、コンクリートが一定持続応力下にあるならば、クリープ歪も容易に算定することが出来る。然し、実際の構造物では、コンクリートの応力は時間と共に変化するのが一般である。例えば、通常のRC部材は、建設時には増加応力下にあり、又、PC部材では竣工後減少応力状態に置かれる。従つて、変動応力下のコンクリートのクリープ歪を容易に、且つ、精度よく予測することが重要となる。本報告の主たる目的は、有限要素法のような数値解法に適したコンクリートのクリープ解析モデルを提示することにある。

コンクリートのクリープ歪を予測するための代表的な解析手法としては、有効弾性係数法、重ね合せ法、クリープ率法、歪硬化法等がある。この四種の解析法は、今や古典的な手法に属するが、コンクリートのクリープ解析法としては最も基本的なものである。しかし、既に指摘されているように³、これらの手法のうち、重ね合せ法以外は、急激な応力減少によるクリープ回復を表示することが出来ないし、又、クリープ現象を最もよく表現し得るとされる重ね合せ法自体、必要とする情報量の多さと、その適用法の繁雑さのゆえに、単純な構造形式の場合は別として、実際の複雑な構造物のクリープ解析に使用することは、事实上不可能に近い。又、近年これらの手法の他に、若干の方法が提案されているが、数値計算で取り扱いの比較的容易な、より精度の高い解析法としては、流速法^{4,5}、時間依存線型粘弹性理論に基づく手法⁶を挙げることが出来る。然し乍ら、ここに挙げた手法の殆どは、モデル化のための特殊なクリープ試験を実施する必要があり、解析に先立つて可成り長期の準備期間を要する。

本報告では、コンクリートのクリープ歪を遅延弾性と流動クリープに分け、更にこの二成分を、共に載荷後の最初の1日に生ずる急激な変形歪と、その後の比較的緩慢な変形歪に再分離して取り扱うクリープ解析モデルを提案し、既往の実験結果及び解析値との比較を行なつて、本解析法の妥当性の検討を試みたものである。本解析モデルでは、コンクリートのクリープ特性を表示するための基礎資料として、ドイツ⁷及び、我が国を含む各国のプレストレストコンクリート指針に採り入れられているRüsch¹の研究結果を採用しているので、モデル化のための手数のかかる煩雑な予備試験等は不要である。更にまた、本報告ではドイツの乾燥収縮のための資料を、計算に便利な型で表示するためのシミュレーションも行つてみた。

2 コンクリートのクリープ解析モデル

2-1 モデル化のための準備

コンクリートは、使用セメントの種類、骨材の性質、或いは配合条件等の硬化以前の固有の性質だけでなく、打設後の環境にも大きく左右される、言わば生きた材料である。従つて、モデル化に當つてはコンクリートのクリープ現象そのものを、より正しく認識することが必要である。Rüsch¹等は、使用荷重下 ($\sigma \leq 0.5 f_c$, f_c :円柱圧縮強度) にあるコンクリートのクリープに関する過去の研究成果を詳細に検討し、クリープ歪 ϵ_c は、可逆性の遅延弾性歪 ϵ_v と、不可逆性の流動クリープ歪 ϵ_f の二つに大別することが出来、流動クリープ歪 ϵ_f は更に載荷後の最初の1日間に生ずる急速初期変形 ϵ_a と、コンクリートの乾燥とは無関係の基本流動クリープ ϵ_{f_b} 、及び、乾燥流動 ϵ_{f_d} の3種の成分に分類できることを示した。(1)式は、この関係を表式化したものである。

$$\text{全クリープ変形} = \text{遷移弾性} + \text{流動} = \text{遷移弾性} + \text{流動}$$

従つて、理想的なコンクリートのクリープ解析を行なおうとするならば、上述の四つのクリープ成分 ϵ_v , ϵ_a , ϵ_{fb} , ϵ_{fd} を考慮したモデルを確立することが必要であるが、凡てを含めたモデル化を行うには、未だ信頼性の高い実験データの蓄積が不充分である。現時点において可能と思われる最良の方法は、公表されている適用性の優れた資料に基づいた解析モデルを設定することである。

2-2 クリープ解析モデル

ここに提案するクリープ解析モデルは、使用荷重下のコンクリートを対象とした step by step 解析法を目指すものであり、且又、より複雑で大規模な構造物への適用を可能にするため、出来得る限り少ない情報で、変動応力下のコンクリートのクリープ挙動を表示することを意図したものである。

(1) モデルの基本型：下に示すように、クリープを遅延弾性と流動変形に分け、且つこの両者を応力変動後の最初の1日間に生ずる変形分と、2日目以後に起こる残余の流動成分に分離して取り扱うモデルを基本型とする。

$$\begin{aligned}
 & \text{全クリープ変形} = \text{遮断弾性変形} + \text{流動変形} \\
 & \epsilon_c = \epsilon_y + \epsilon_f \\
 & = (\Delta\epsilon_{ya} + \epsilon_{yr}) + (\Delta\epsilon_{fa} + \epsilon_{fr}) = (\Delta\epsilon_{ya} + \Delta\epsilon_{fa}) + (\epsilon_{yr} + \epsilon_{fr}) \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

ここでは、このモデルの各成分を Rüsch 等の資料¹に基づいてモデル化する。

(2) 遅延弾性変形 ($\varepsilon_v = \varepsilon_{va} + \varepsilon_{vr}$) : 可逆性の現象である遅延弾性変形を表示するには、直列のKelvin固体要素が最も適している。次に問題となるのは、Kelvin要素を何個使用するかと云うことである。数値解析の立場からすれば、その数は少ない方が望ましいことは自明のことである。事実既往の研究の殆どは、1個のKelvin要素で表示しているが、Illston⁴も指摘しているように、この現象を单一の要素で表現することは困難である。勿論、Kelvin要素を何個必要とするかは、個々のコンクリートの遅延弾性曲線の性質によるが、著者の経験によれば、精度よくシミュレートするには、最低3個は必要であった。然し、ここでモデル化したように、変形成分 ε_v から1日分の変形 ε_{va} を分離して瞬時弾性と同様に取り扱うことにより、残余の変形 ε_{vr} は、Kelvin要素2個で精度よく表示することが可能となる。

Rusch 等は、過去の数多くの実験結果を整理し直し、時間無限大での遅延弾性歪量を瞬時弾性歪 ϵ_e の 0.4 倍に取り、任意の載荷材令 t_i における歪 ϵ_v を、経時変化を考慮するための

表1 K_V のための係数 A_j, λ_j の値

A_1	A_2	λ_1	λ_2
0.2285	0.4915	0.0502	0.00499

注)このKelvin要素の計算に当つては、時間軸として $\tau = t_1 - 1$ (但し、 t_1 : 真の載荷材令) を用いる。

表2 R_{t_m} のための係数 A_i, λ_i の値

セメントの種類	A ₁	A ₂	A ₃	λ_1	λ_2	λ_3
普通	0.8760	0.1960	0.0600	0.4300	0.0340	0.002300
早強	0.8261	0.1989	0.0590	0.9472	0.0632	0.005665
超早強	0.8145	0.1855	0.0620	1.3090	0.1009	0.006870

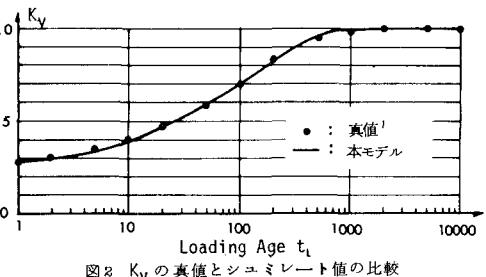


図2 K_V の真値とシミュレート値の比較

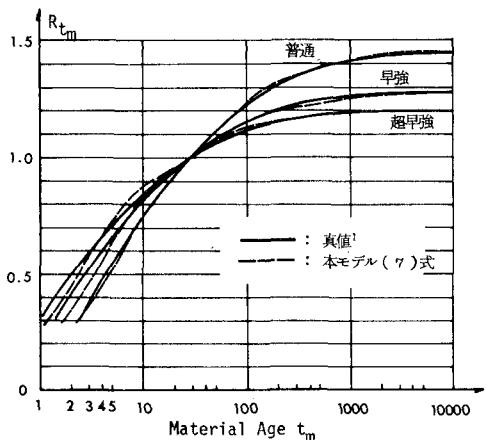


図3 R_{t_m} の真値とシュミレート値の比較

表3 流動クリープ係数 K_f のための係数 A_i と λ_i の値

d_w	A_1	A_2	A_3	λ_{1x}	$\lambda_2 \times 10^3$	$\lambda_3 \times 10^3$
5	0.5510	0.8490	0.4500	0.1520	0.1250	0.1000
10	0.5020	0.7360	0.4620	0.1545	0.1000	0.0864
20	0.4580	0.6040	0.4880	0.1590	0.0836	0.0720
40	0.4120	0.4510	0.5370	0.1685	0.0710	0.0550
80	0.3433	0.3057	0.6000	0.1925	0.0560	0.0450
160	0.2753	0.2190	0.6257	0.2225	0.0418	0.0400

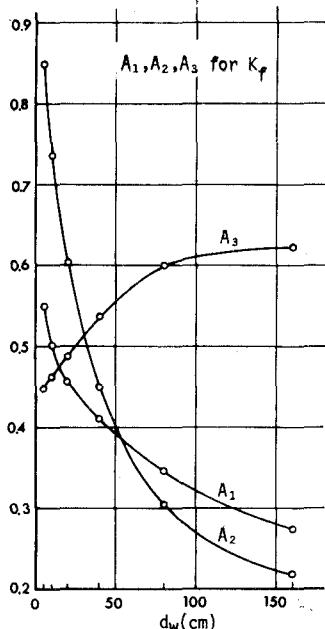


図4 K_f のための係数 A_i と有効部材厚 d_w との関係

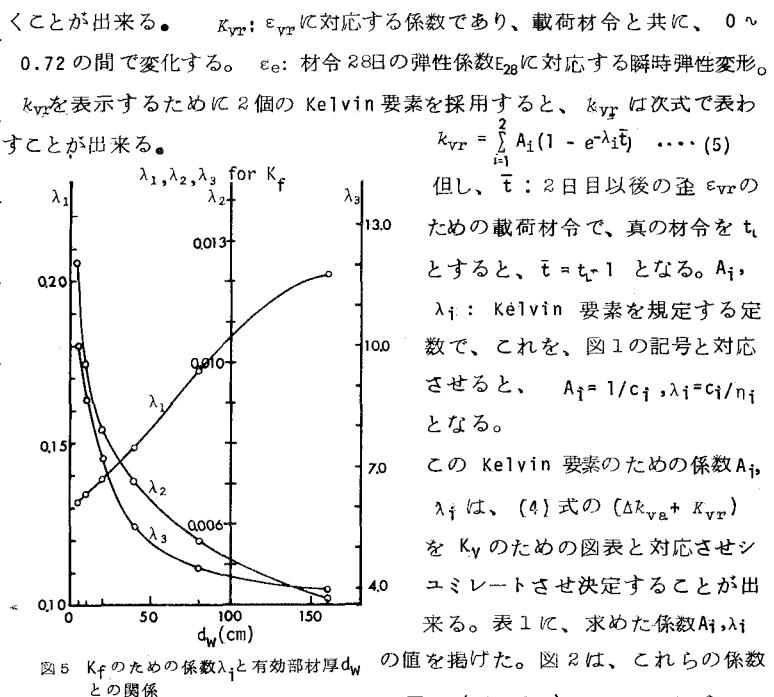


図5 K_f のための係数 λ_i と有効部材厚 d_w との関係

係数 K_f を用い次式で表示し、 $K_f(0 \leq K_f \leq 1)$ の値を図と表の型で与えている。

$$\epsilon_y = \epsilon_{v\infty} \cdot K_f = 0.4 \cdot \epsilon_e \cdot K_f \quad \dots \dots \dots (3)$$

この関係を本モデルで表示すると下式となる。

$$\epsilon_y = \Delta \epsilon_{va} + \epsilon_{vr} = 0.4 \cdot \epsilon_e (\Delta k_{va} + k_{vr}) \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 Δk_{va} ：応力変動後の1日間の変形歪

$\Delta \epsilon_{va}$ に対応する定数であり、 $\Delta k_{va} = 0.28$ と置

くことが出来る。 K_{vr} : ϵ_{vr} に応する係数であり、載荷材令と共に、0 ~ 0.72 の間で変化する。 ϵ_e : 材令 28日の弾性係数 E_{28} に応する瞬時弾性変形。

k_{vr} を表示するために 2 個の Kelvin 要素を採用すると、 k_{vr} は次式で表わすことが出来る。

$$k_{vr} = \sum_{i=1}^2 A_i (1 - e^{-\lambda_i \bar{t}}) \quad \dots \dots \dots (5)$$

但し、 \bar{t} : 2 日目以後の歪 ϵ_{vr} の

ための載荷材令で、真の材令を t_i

とすると、 $\bar{t} = t_i - 1$ となる。 A_i ,

λ_i : Kelvin 要素を規定する定数で、これを、図1の記号と対応させると、 $A_i = 1/c_i$, $\lambda_i = c_i/n_i$ となる。

この Kelvin 要素のための係数 A_i , λ_i は、(4) 式の $(\Delta k_{va} + k_{vr})$ を K_f のための図表と対応させシユミレートさせ決定することが出来る。表1に、求めた係数 A_i, λ_i の値を掲げた。図2は、これらの係数

を用い $(\Delta k_{va} + k_{vr})$ で表示した値が、元の K_f とどの程度近似するかを示したものであるが、両者には可成りよい一致が認められることがわかる。

(3) 初期急速変形($\Delta \epsilon_{fa}$)：既往の解析モデルでは、応力増加後の最初の1日間に生ずる初期急速変形 $\Delta \epsilon_{fa}$ を導入した手法は、見当らぬようであるが、本モデルではこれを考慮することにする。この流動成分 $\Delta \epsilon_{fa}$ は、載荷時のコンクリートの材令の若い場合には特に重要となる。

Rüsch 等は既往の実験結果に基づき、この $\Delta \epsilon_{fa}$ を材令 t_m の時の角柱圧縮強度 F_{wtm} と、28日強度 F_{w28} との比

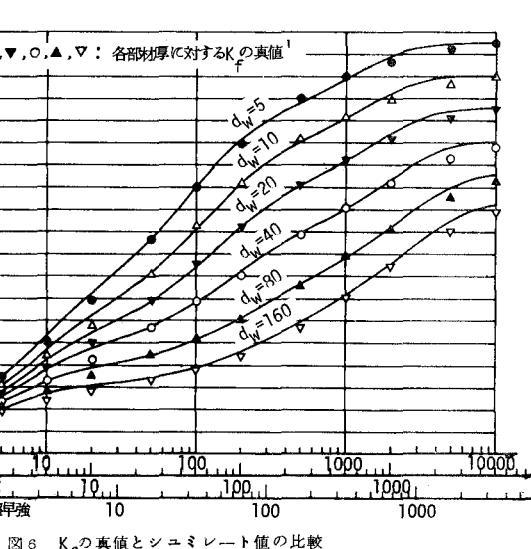


図6 K_f の真値とシミュレーション値の比較

$R_{tm}(=F_{wtm}/F_{w28})$ を用いて次式で表示し得ることを示した。

$$\Delta \varepsilon_{fa} = 0.8 \frac{\sigma}{E_{tm}} (1 - R_{tm} \cdot R_\infty) \quad \dots \dots (6)$$

但し、 E_{tm} : t_m 時の弾性係数、 R_∞ : 使用セメントの種類によつて異なる定数で、普通セメントで $R_\infty = 0.69$ 、早強セメントでは $R_\infty = 0.785$ 、又、超早強セメントの場合には $R_\infty = 0.835$ の各値を探る。

彼等は又、(6)式中の強度比 R_{tm} と材令 t_m の関係を、図示化した曲線の型で呈示しているので、この曲線を

$R_{tm} = f_a(t_m)$ の型の何らかの関数でシミュレートすることにより、解析に採り入れることが可能となる。

$f_a(t_m)$ の関数型として何を選ぶかは任意であるが、ここでは、次式を採用する。

$$R_{tm} = f_a(t_m) = \sum_{i=1}^3 A_i (1 - e^{-\lambda_i t_m}) \quad (7)$$

(7)式の型は 3 Kelvin 要素の関係式と同形であるが、この式は単なるシミュレート曲線であつて、式自体には、何らの物理的な意味も含まれていない。表 2 に、Rüsch 等の R_{tm} のデータを基にして決定した係数 A_i, λ_i の値を、また、図 3 には、これらの値を用いて(7)式で求めた R_{tm} の計算値と、真値を比較して掲げた。両者は満足すべき精度で近似しているものと考える。

次に、この初期急速変形歪 $\Delta \varepsilon_{fa}$ を、本解析モデルに矛盾なく採り入れるため、過去に受けた最大荷重履歴を表わす初期急速変形ポテンシャル σ_{fa} なる概念を導入する。このポテンシャル σ_{fa} は、繰り返し荷重を受ける場合の $\Delta \varepsilon_{fa}$ の重複評価を避けるために導入したもので、弾・塑性理論における、直硬化材料のための塑性ポテンシャルに対応するものである。従つて、応力変形時には、この時点の応力 σ と σ_{fa} の比較を行い、 σ が σ_{fa} より大きい場合のみ、 $\Delta \varepsilon_{fa}$ の効果を算入することになる。

(4) 応力変動後 2 日目以後の流動変形成分 (ε_{fr})： この流動成分 ε_{fr} は、主としてコンクリートの材令、湿度環境、及び部材寸法に左右されることが知られている。ここでは、この ε_{fr} を算定するためのクリープ率が材令 t_m に従属するものと見做し、次の型の支配法則を仮定する。

$$\frac{d \varepsilon_{fr}}{d t_m} = \frac{\sigma}{E} \cdot \phi_{fr}(R_m) \cdot \frac{d c_{fr}}{d t_m} \quad \dots \dots (8)$$

但し、E : 弹性係数, dc_{fr}/dt_m : 材令 t_m 時のクリープ率、 H_r : 材令 t_m 時の相対湿度(%)、 $\phi_{fr}(H_r)$: 相対湿度の影響を考慮するための係数、 dc_{fr}/dt_m : 材令 t_m 時の単位クリープ率、 c_{fr} : 単位クリープ率を決定するための曲線で、使用セメントの種類及び部材寸法の大きさにより異なる。

従つて、材令 t_m を時間軸にとれば、時刻 t_1 から t_2 までの間に作用した一定応力 σ によるこの間の流動歪 ϵ_{fr} は、次式から求められる。

$$\epsilon_{fr} = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\sigma}{E} \phi_{fr}(H_r) \frac{dc_{fr}}{dt_m} \right] dt_m \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

次に、ドイツ及び我が国等のプレストレストコンクリート指針に採用されている Rüsch 等による流動クリープ推定のための資料 ϕ_{f0} と K_f を用いて、(8)式に相応する流動歪 ϵ_f を求めると下式となる。

$$\epsilon_f = -\frac{\sigma}{E_{28}} \phi_{f0} (K_f \cdot t_2' - K_f \cdot t_1') \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

但し、 E_{28} : 材令 28 日のヤング係数、 ϕ_{f0} : 大気の平均相対湿度によつて異なる基本流動クリープ係数、 $K_f \cdot t_1'$: 流動変化の経時変化を表示するための係数 K_f の、真の材令 t_1 に対応する有効(修正)材令 t_1' の時の値、 t_1' : 真の材令 t_1 を用いて、通常は $t_1' = k_z \cdot t_1$ で求められる有効材令。又、 k_z は、使用セメントの硬化速度を考慮するための係数で、普通、早強、超早強セメントの順に、それぞれ $k_z = 1, 2, 3$ の各値を取る。

(8), (9) 式中の ϕ_{fr} と c_{fr} は、(10)式の ϕ_{f0} と K_f に對応させて考えることが出来るが、それ以前に、 ϕ_{f0} と K_f を数値解析に便利な型でシミュレートする必要がある。

a、 ϕ_{f0} のシミュレーション 文献には、40~100 % の間の 8 段階の相対湿度 H_r に対する ϕ_{f0} の基準値が与えられている。この ϕ_{f0} と H_r の関係を、最小 2 乗法により線形で表示すると、次式を得る。

$$\phi_{f0} = 4.528 - 0.0363 H_r \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

但し、上式の適用範囲は、 $40 \leq H_r \leq 100$ である。

b、 K_f のシミュレーション 同文献には、6 種の有効部材厚 d_w に対する、 K_f と有効材令 t_m' の関係が与えられている。これらの関係を前掲の (7) 式と同一の下式でシミュレートすると、表 3 に一覧した K_f のための係数 A_i 、 λ_i の値を得る。これらの値は、有効部材厚に関して連続性を保持するように、文献 7 の 2 Kelvin 要素のための近似決定法を拡張した手法を用い、試行により求めたものであるが、図 7, 8 に掲げたように、各係数は、良好な連続性を持つているので、任意の d_w ($5 \leq d_w \leq 160$) に対する K_f の値を求めることができる。図 6 にシミュレ

$$K_f = \sum_{i=1}^3 A_i (1 - e^{-\lambda_i t_m'}) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

ー¹ トした K_f の計算値と真値を比較して示した。

c、 ϕ_{fr} と c_{fr} の決定 前掲の (1) 式中の定義 ($\epsilon_f = \Delta \epsilon_{fa} + \epsilon_{fr}$) からも知り得るように、この ϕ_{fr} と c_{fr} は ϵ_{fr}/C 、又、(11), (12) 式で表示した ϕ_{f0} と K_f は ϵ_f/C 、それぞれ関係する量である。従つて、 $c_{fr} = K_f$ と置くことが出来るが、 ϵ_{fr} のための ϕ_{fr} を求めるためには、 ϵ_f/C に関する ϕ_{f0} の値から、初期急速変形 $\Delta \epsilon_{fa}$ の効果 C に相当する ϕ_{fa} を除去する必要がある。従つて、 K_f の最大値を $K_{f\infty}$ と置くと、 ϕ_{fr} は次式で決定出来る。

$$\phi_{fr} = (\phi_{f0} K_{f\infty} - \phi_{fa}) / K_{f\infty} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

ここで、 ϕ_{fa} は材令と共に変化する値で、 $\Delta \epsilon_{fa} = \phi_{fa} \cdot \epsilon_e = \phi_{fa} \cdot \sigma / E_{28}$ とおくと、(6)式との関係から求められ $\phi_{fa} = 0.8 (E_{28} / E_{tm})(1 - R_{tm} \cdot R_\infty)$ となる。

d、弹性係数 E と E_{tm} の評価 (8), (9) 式中の弾性係数 E は、(10)式との対応により、 $E = E_{28}$ と置く必要がある。また、材令 t_m 時の弾性係数 E_{tm} は (7) 式の R_{tm} と E_{28} を用いて、 $E_{tm} = E_{28} \sqrt{R_{tm}}$ から求め得る。

2-3 變動応力下のクリープ解析の手順

本クリープ解析モデルにより、任意の荷重段階 j における応力変動後のクリープ解析を行う手順は以下のよう

である。但し、考慮中のコンクリートの載荷開始時の材令を t_0 、この荷重段階の始めの時点の材令を t_j とする。尚、応力 σ はこの段階を通して一定値を取るものとし、解析に当つては材令を時間軸に採るものとする。

- 1) 弹性係数 E_{t_j} を用い、応力変動分 $\Delta\sigma_j (= \sigma_j - \sigma_{j-1})$ による瞬時弾性歪増分 $\Delta\varepsilon_{je}$ を求める。
- 2) 応力変動後 1 日目の遅延弾性歪 $\Delta\varepsilon_{va}$ を計算する。又、急速初期変形 $\Delta\varepsilon_{fa}$ については、前述のポテンシャル σ_{fa} に対する現在の応力 σ のチェック $\Delta J = (\sigma_j - \sigma_{fa})$ を行い、 $\Delta J > 0$ の場合のみ、次式により $\Delta\varepsilon_{fa}$ を求め、クリープ歪に加算する。

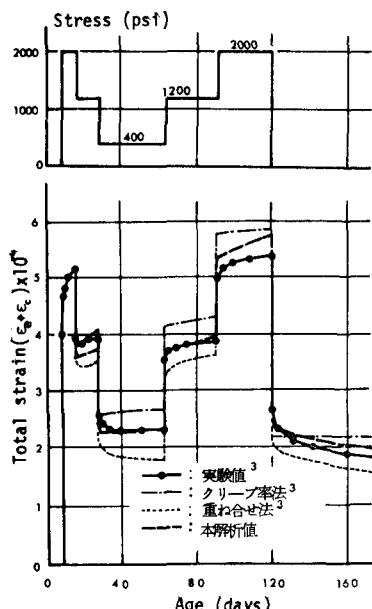


図 10 Ross の実験と本解析値の比較 -1-

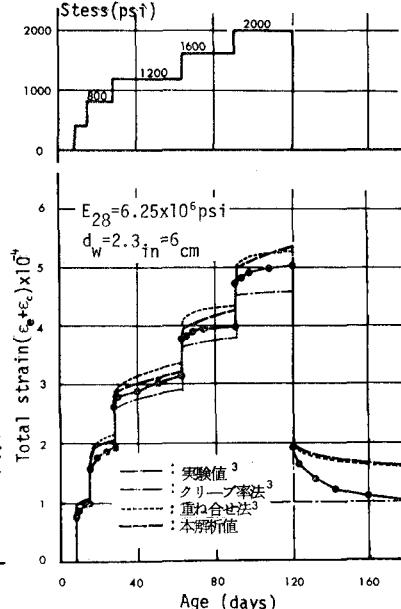


図 11 Ross の実験と本解析値の比較 -2-

以下、荷重段階 j にある間はステップ 3) を繰り返し、応力変動があれば、 $j+1$ として、1) 以後を繰り返す。

3 乾燥収縮のための資料の表式化

前章 2-2 節の(4)において、 K_f をシミュレートした時と同一の式(12)により、Rüsch 等の示したコンクリートの乾燥収縮歪を評価するための係数 K_s の表式化を行い、表 1 及び図 7~9 に掲げた。得られた結果は可成よい精度で近似しており、数値解析の便に充分供し得るものと考える。

4 数値解析例

本解析モデルの適合性を調べるために、Ross³の早強ポルトランドセメントを用いたクリープ実験との比較を試みる。この実験は直径 $4\frac{5}{8}$ インチ、長さ 12 インチの円柱供試体によるもので、試験時の環境は、気温 17°C 、湿度 93% の一定条件である。図 10 と 11 に、2 種の変動応力下にあるコンクリートの実験結果と本解析値を対比して示したが、両図にはまた、重ね合わせ法とクリープ率法による Ross 自身の解析値も併記した。この例では、本解析値が実験曲線の全般的な変形挙動を、最もよく表示しているように思われる。この結果は、本モデルによる数値解析のために必要とするコンクリートの性状に関するデータが、使用セメントの種類、28 日弹性係数 E_{28} 、有効部材厚等の極く限られたものであることを考えると、非常によい適合性を有していると云うことが出来よう。

[参考文献] 1) 百鳥裕信訳 H. Rüsch, D. Jungwirth 著「コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮」鹿島出版会 1977, 2) Beton-Kareneder 1973. Berlin: Ernst & Sohn 1973 3) Ross, A.D., "Creep of Concrete Under Variable Stress," ACI Journal, Proceedings V.54, No.9, Mar. 1958, 4) J.M. Illston, "Components of Creep in Mature Concrete," ACI Journal, Mar., 1968, 5) 堀屋繁松, 川股重也, 碓畠市, 秋山宏, 田中伸幸「マルチキャビティ型 PCR-V のクリープ解析」コンクリート工学 Vol.15, NO.4, April 1977, 6) 高橋久雄, 川口徹「高強度コンクリートの長期性状に関する研究(その1)」大林組技術研究所報 NO.21 1980 7) 堀屋繁松, 川股重也, 高山誠, 秋山宏, 金井耕利「有限要素法を用いた原子炉圧力容器のクリープ解析」コンクリート工学 Vol.12, NO.6, June 1974, 8) 紫田研二、「コンクリートのクリープ(鉄筋コンクリート終局強度設計に関する資料-シリーズ4, 5)」, 建築雑誌, Vol.94, No.1149, 1150, 1979 9) O.C. Zienkiewicz, M. Watson, I.P. King, "A numerical method of visco-elastic stress analysis," Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press, Vol.10, 1968'