

IV—12 道路網容量に関する研究

苫小牧工業高等専門学校 正会員 ○ 榎谷 有 三
北海道大学工学部 加 来 照 俊

1. まえがき

交通需要の増加に伴って交通混雑や渋滞、さらには道路環境の悪化など種々の交通問題が生じており、これにいかに対策するかは今日の道路交通問題の重要な課題である。この対策としては、(1) 交通規制・制御の改善と強化による交通の円滑化、(2) 道路建設による自動車交通のための容量増強、さらに (3) 総合交通体系の面から大量輸送機関の開発を促進して自動車交通の負担を軽減させる、など対象とする都市の特性に応じた種々の手法が考えられる。そして、これらの対策を考える場合には、まず増加する交通需要に対して既存の道路網がどの程度まで処理できるのかという道路網容量を求めて既存の道路網の特性について把握されなければならない。また、(1) あるいは (2) の対策のように各リンクの容量変化が伴う問題の場合には、さらに道路網容量を増加させる可能性のあるリンクも効率的に探索するという問題についても吟味されなければならない。また、この問題は道路工事、交通事故、あるいは積雪寒冷地における冬期の幅員減少などによりリンクの容量低下が道路網容量にどのように影響するかという問題にも応用できる。そこで、本研究はこれら2つの問題を捉えることができること、あるいは道路網を評価する各種の要因と制約条件なり目的関数として設定できること、などを考慮して各OD交通の配分交通量に関する変数と各リンクの容量変化に関する変数も各リンクの容量制御式を通じて定式化することによって、いずれの問題も線形計画問題を通じて考察した。

2. 従来の研究

従来からの多くの研究は主に道路網容量について行われており、各リンクの容量変化が道路網容量にどのように影響するかという問題については必ずしもカット法に基礎をおいた研究がある。道路網容量に関する研究は、対象とするフローが多品種であること、あるいは個々のOD交通の走行がどのように行われるかによって道路網容量が異なってくるため交通量配分と密接に関連が深いことなどから、実際の交通流に則したときの最大フローを求めるという点から各種の交通量配分手法を利用した方法とLP法あるいはカット法のように交通量配分を程よいで唯一の最適解を得る方法に大別される。そして、後者の方法は道路網の規模が大きくなると取扱う変数あるいは対象とするカットの数が莫大になるため計算量が増大して実用性に問題があると指摘されている。従って、単品種流のように「最小カット-最大フロー」定理あるいはフローリング法(対象とするネットワークの規模によって算法上の問題はある)によって容易に最大フローを求めることができない。しかし、道路網容量問題も最大フロー(道路網容量)に達するときのカット・セットを探索する点に俾着される。それ故、従来の研究もそれと各OD交通の配分交通量に対する捉え方によって種々のカット・セットの探索手法が考えられている。次に、各リンクの容量変化が道路網容量に及ぼす影響に関する問題は、増強計画の場合既存道路網容量を越える交通需要を処理しようとするときいずれの断面(カット)が容量不足となるかという容量不足カットを探索する問題である。すなわち、増強計画において建設対象となるリンクは新設あるいは増幅可能なすべてのリンクではなく、容量不足カットに含まれるリンクだけである。そして、容量不足カットに含まれていないリンクの容量をいくら増強しても道路網容量には何ら影響しない。この事、道路工事、交通事故あるいは降・積雪による幅員減少のような容量減少の場合にも道路網容量に影響を及ぼすリンクからほとんど影響しないリンクまで存在する事を意味する。この問題には前述のように道路網容量におけるカット法を応用した手法があるが、莫大のカットからいかに効率よく探索するかという問題がある。

3. 問題の定式化

いま、道路網上に q 個のOD交通が存在するものとし、 k 番目のOD構成比を P_k とする。このとき、各OD交通の配分交通量の変数としてはルート交通量あるいはリンク交通量が考えられるが、次の点からルート交通量を用いる。(1) すでに多くのOD交通が既存道路網において走行経験を有していること。(2) ルート交通量はリンク交通量にくらべて取扱う変数を大巾に減少させることができる。(3) 事前に各OD交通の走行経路の探索という手間を要するが、配分対象経路を指定できるため各OD交通の走行便益をも考慮できることなどである。従って、 k 番目のOD交通の走行可能な経路の本数を k_k 、そのうちあるルート r に配分される交通量を Y_{kr}^k とする。

(1) 道路網容量について

制約条件としては、(1) 式のOD交通に関する連続条件、(2) 式の各リンクの容量制限に関する条件、さらに(3) 式の道路利用者側の総走行台距離に関する条件などが考えられる。また、(4) 式の変数に関する条件もある。そして、(5) 式の処理交通量 F を最大にする線形計画問題として定式化される。本研究の定式化は、前述の従

$$\sum_{r=1}^{k_k} Y_{kr}^k = P_k \cdot F \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad \text{--- (1)}$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{k_k} y_{kr}^k \cdot Y_{kr}^k \leq C_{ij} \quad (ij=1, 2, \dots, m) \quad \text{--- (2)}$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{k_k} \sum_{i,j} y_{kr}^k \cdot Y_{kr}^k \cdot d_{ij} \leq TD \quad \text{--- (3)}$$

$$Y_{kr}^k \geq 0 \quad (k=1, 2, \dots, q; r=1, 2, \dots, k_k) \quad \text{--- (4)}$$

$$F \rightarrow \text{最大化} \quad \text{--- (5)}$$

来の研究においては後者に位置づけられるが、各OD交通の配分交通量としてルート交通量を用いているためリンク交通量にくらべて大巾に変数の減少とともにモデルの操作性を高めることができる。あるいは、事前に求めなければならぬ各ODの走行可能な経路の捉え方によって絶対最大容量から実際の交通流を考慮した道路網容量を求めることができる。また、(3) 式を制約条件として組み込むことによってあるいは各リンクに環境交通容量を設定することによって他の要因を考慮したときの道路網容量も求められる。なお、(3) 式を道路網全体の自動車による環境悪化という面から考えることもできる。さらに、複数の目的をもつように達成させる目標計画法による定式化も可能である。ここで計画目標としては、処理交通量の増進、総走行台距離の達成を取り上げよう。そして、処理交通量の増進は(6)、(7) 式で、総走行台距離の達成は(8)、(9) 式で定式化され、さらに各目標の達成度の均衡をはかる制約条件として(10) 式が定式化される。これらの式で、 q_F^* , q_T^* はそれぞれ目標の満足水準であり、 q_F , q_T は最低要求水準である。また、 y , z はL型効用関数が数学的に表現するために満足水準からのかい離を示す補助変数である。そうすると、問題は(1), (2), (4), (5), (6)~(10) 式の制約条件の下で(11) 式の補助変数 y_F あるいは y_T を目的関数とする最小化問題として定式化される。

$$F + y_F - z_F = q_F^* \quad \text{--- (6)}$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{k_k} \sum_{i,j} y_{kr}^k \cdot Y_{kr}^k \cdot d_{ij} - y_T + z_T = q_T^* \quad \text{--- (8)}$$

$$F \geq q_F^* \quad \text{--- (7)}$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{k_k} \sum_{i,j} y_{kr}^k \cdot Y_{kr}^k \cdot d_{ij} \leq q_T^* \quad \text{--- (9)}$$

$$y_F / (q_F^* - q_F) = y_T / (q_T^* - q_T) \quad \text{--- (10)}$$

$$y_F \rightarrow \text{最小化} \text{ あるいは } y_T \rightarrow \text{最小化} \quad \text{--- (11)}$$

(2) 各リンクの容量変化が道路網容量に及ぼす影響について

まず、各リンクの容量増加が道路網容量に及ぼす影響について考える。この問題は、道路網容量を越える交通需要を処理しようとする増強計画において、リンク容量の増加が道路網容量の増強につながるリンクを適切に抽出する問題に活用される。制約条件としては、道路網容量における(1), (3), (4) 式が考えられ、また(2) 式は各リンクの容量変化に関する変数 x_{ij} を導入した(2) 式となる。さらに、建設距離に関する(3) 式も考えられる。従

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{k_k} y_{kr}^k \cdot Y_{kr}^k \leq C_{ij} + c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (ij=1, 2, \dots, m) \quad \text{--- (2)}$$

$$\sum_{ij} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq L \quad \text{--- (3)}$$

ここで、 y_{kr}^k : k 番目のOD交通の r 番目のルート交通量がリンク ij を通過するとし、そうではないとき0と定数、 C_{ij} : 既存道路網におけるリンク ij の交通容量、 d_{ij} : リンク ij の距離、 c_{ij} : 単位幅員あたりの交通容量

に目的関数について考えると、(3), (13) 式がそれぞれ制約条件に含まれたいないとき、また(5) 式を目的関数と

に定式化される。また、(6)~(11)式のように目標計画法による定式化も可能である。そして、問題は線形計画問題として定式化できるので、各リンクの容量増加が道路網容量の増強につながるリンクは線形計画問題の相補性定理より求めることが出来る。すなわち、相補性定理より次の事がいえる。(12)式の各リンクの容量制限式が最適解において余裕をもつならばその双対変数は0となり、逆に容量一杯に交通量が配分されるリンクはスラック変数か0となるため双対変数は正値をとる。従って、各リンクの容量制限式に対する双対変数によって道路網容量の増強につながるリンクを定めることが出来る。それ故、さらに定式化された主問題に対する双対問題を解く問題に変換される。いま、道路網容量を越える交通需要を処理する条件で(13)式の目的関数を最小化する問題の双対問題は次のようになる。 π_k を(4)式、 w_{ij} を(12)式、 t_k を(3)式に対するそれぞれ双対変数とする、

$$\begin{aligned} \pi_k + \sum_{i,j} q_{ij}^k \cdot w_{ij} + \sum_{i,j} q_{ij}^k \cdot d_{ij} \cdot t &\geq 0 \quad (k=1,2,\dots,8) \quad \text{--- (14)} & \pi_k \cdot \pi_k &\geq 0 \quad (k=1,2,\dots,8) \quad \text{--- (15)} \\ C_{ij} \cdot w_{ij} &\leq d_{ij} \quad (ij=1,2,\dots,m) \quad \text{--- (16)} & w_{ij} &\geq 0 \quad \text{--- (17)} & t &\geq 0 \quad \text{--- (18)} \\ C_{ij} \cdot w_{ij} + T \cdot t &\rightarrow \text{最小化} \quad \text{--- (19)} \end{aligned}$$

この目的関数値の増減をみる事で、目的関数値に同じ影響を与えるリンクごとにリンクを分類することによってそれぞれ容量不足カットも求められる。また、道路網容量も(20)式で求められる各容量不足カットにおける処理可能交通量のうちの最小値によって求めることも可能である。

$$F_k = \sum_{i \in R_k} C_{ij} / \sum_{i \in R_k} P_k \quad (i=1,2,\dots,l) \quad \text{--- (20)}$$

ここで、 R_k : カット k の処理可能交通量、 R_k : 容量不足カット k に含まれるリンクの集合、 P_k : 容量不足カット k を通過するOD交通の集合

次に、容量増加が道路網容量に及ぼす影響は各リンクの容量制限式(12)式として(13)式を目的関数とすることによって考えることが出来る。すなわち、各リンクの既存道路網における交通容量 C_{ij} と(21)式の右辺の $C_{ij} \cdot x_{ij}$ との関係によって求めることが出来る。

$$\sum_{i,j} q_{ij}^k \cdot Y_{ij} \leq C_{ij} \cdot x_{ij} \quad (ij=1,2,\dots,m) \quad \text{--- (21)}$$

表-1 O/D構成地とリンク距離(km)

4. 計算例

簡単な例題を通して本問題を考察する。図-1の既存道路網(実線のリンクで構成されている)と新設可能なリンク(図中の破線のリンク)、表-1のOD構成地およびリンク距離

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	5.0		0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
3	8.0	5.0		0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.0	0.003
4	8.0	6.0	3.0		0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	4.0	3.0		0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	6.0	∞	∞	6.0	4.0		0.032	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	6.0	2.0		0.013	0.005	0.001
8	10.0	∞	∞	∞	∞	5.0	6.0		0.011	0.001
9	6.0	∞	∞	∞	∞	7.0	∞	5.0		0.004
10	4.0	8.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7.0	

と与えて行なう。なお、各OD交通

a. 走行ルートは最短経路を中心に3~4本選定した。まず、制約条件を(1),(2),(4)式とし、目的関数を(5)式として既存道路網の容量を求めるに69767台を得た。このときの各OD交通の配分結果を図-2に示した。また、総走行台距離は516,483台・kmである。なお、図-3の容量不足カットにおいてリンク1、7からなるカット1が最小カットとなり(22)式から道路網容量を求めることも出来る。この問題に(3)式を制約条件として付加すると、

$$F_k = 24,000 / 0.344 = 69767 \text{ 台} \quad \text{--- (22)}$$

総走行台距離が 5×10^5 , 4.5×10^5 台・km にとどめられ68246台、62671台となり道路網容量は減少する。さらに、道路網容量、総走行台距離の満足水準を69767台、 4.5×10^5 台・km、最低

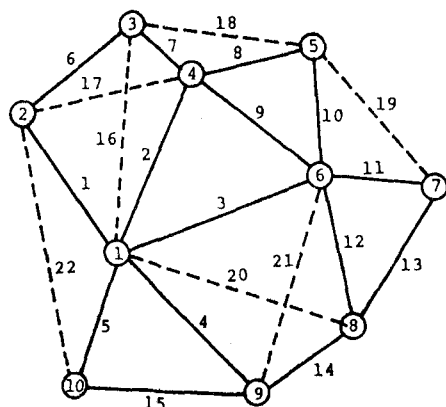


図-1 道路網

水準を 62671 台, 5.16×10^5 台・km

ヒレ2目標計画法によつて求めると、道路網容量は 66472 台、走行台距離は 4.8×10^6 台・km とした。

このように、道路網容量は問題の定式化によつて異なる値となるが、対象とする道路網の特性と十分把握したうえで適切な道路網容量を設定すべきである。

次に、各リンクの容量増加が道路網容量に及ぼす影響について考える。制約条件を (1), (2), (4), 目的関数を (17) 式とする線形計画問題の処理交通量を $110,000$ 台としたとき双対問題を解くと、表-2に示される各リンクの容量制限式に対する双対変数の値を得る。そして、これらの双対変数から図-3の5つの容量不足カットを得る。なお、図-3の細線のカットは処理交通量を $110,000$ 台としたときのカット法で得られるものである。各カットの処理可能交通量は (23) 式で求められる。なお、カット5は他の4つの交通の割合で実現はリンク 2, 9, 10, 19 が構成されるため、交通容量は $30,360$ 台に減速している。従つて、カット1を構成して

$$\left. \begin{aligned} F_2 &= 48,000 / 0.598 = 80,267 \text{ 台} \\ F_3 &= 48,000 / 0.569 = 84,358 \text{ 台} \\ F_4 &= 24,000 / 0.225 = 106,667 \text{ 台} \\ F_5 &= 30,360 / 0.276 = 110,000 \text{ 台} \end{aligned} \right\} \text{--- (23)}$$

いすリンクは交通容量の増進によつて道路網容量を $(F_2 - F_1)$ まです増加可能である。また、カット2のリンクはカット1のリンクの組合せで $(F_3 - F_2)$ まです道路網容量を増加させることができる。なお、リンク1のように両方のカットに含まれるリンクは単独で $(F_3 - F_1)$ の増加が可能である。

5. あとがき

以上、本研究は基本的な要因を通じ道路網容量と各リンクの容量変化が道路網容量に及ぼす影響について線形計画問題を通じて考察した。問題の定式化にあたり、これは各リンクの交通の配分交通量をルート交通量として扱うため、各リンクの走行便益を考慮することができるとともに、モデルの操作性を高めることができる。また、種々の要因を考慮した道路網容量を考慮することも可能である。各リンクの容量変化が道路網容量に及ぼす影響は、線形計画問題の相補性定理より双対変数を通じ考察することができ、今後は、さらに交通規制（特に一方通行規制）あるいは除雪路網の設定などの問題への適用についても考察を進めてゆきたい。

参考文献

- 1) Hu, T. C; Integer Programming and Network Flow, Addison-Wesley, 1970
- 2) 西村 早; 道路網容量理論に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第249号, 1976
- 3) ; 区画容量変化が道路網容量に与える影響について, 交通工学, Vol. 11, No. 6, 1976
- 4) J. A. BLACK & W. R. BLUNDEN; Mathematical programming constraints in strategic land use / transport planning, Transportation and Traffic Theory, 1977

表-2 各リンク容量制限式に対する双対変数の値

リンク番号	1	2	3	6	7	8	9
w_{ij}	0.00450	0.00600	0.00375	0.00225	0.00225	0.00075	0.00225
	10	14	16	17	18	20	21
	0.00300	0.00375	0.00600	0.00450	0.00300	0.00450	0.00450

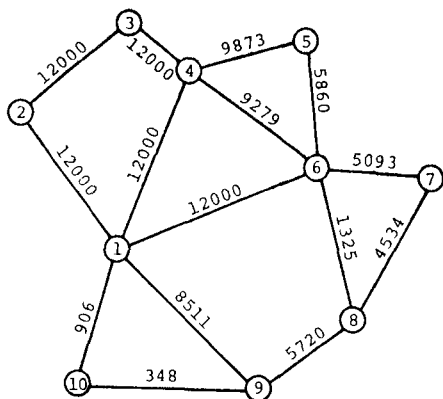


図-2 道路網容量のヒレ2配分結果

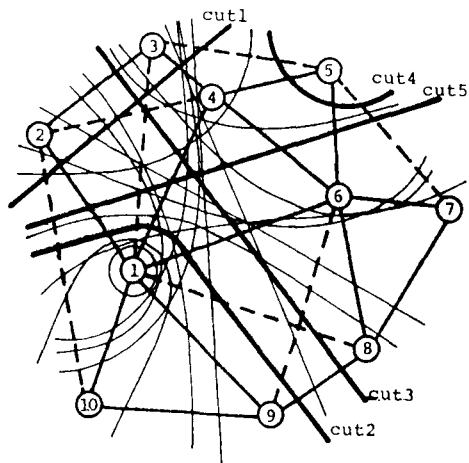


図-3 各処理交通量のヒレ2カット