

II—25 多孔体内の塩水拡散解析

室蘭工業大学 正会員 藤 間 聡

1 まえがき

多孔体内の拡散・分散現象は、構成土粒子の粒度分布、空隙構造、空隙率、密度、粘性、流速及び分子拡散等の多数の要因に支配されるが、これら物理量間の定量的関係はいまだ充分に把握されていない状態であり、近年深刻化している地下水層の汚染に対する予測及び保全対策を講ずる上で早急に解明しなければならぬ課題である。多孔体内の拡散・分散に関する研究は、解析法により次の二つに分類することができる。

一つは、多孔体の特性を空隙率のみで表わしDarcy 法則により流速を空間平均し、拡散物質の保存則から拡散方程式を導びき初期・境界条件のもとで解くものであり、Harleman、Rumer¹⁾、Pinder²⁾等の研究があげられる。他の一つは、多孔体内の流動を微視的に捉え空隙構造を樹枝状連結細管でモデル化し、細管の方向をランダム確率変数として考え拡散物質の移動を統計的に解析するもので、代表的な研究として、Jasselin de Jong³⁾、Saffman⁴⁾、武内⁵⁾等がある。本研究は、空隙特性を直接導入することのできる後者の解析法をとり、武内の確率モデル⁶⁾を適用し、飽和した砂粒子からなる多孔体内の空隙機構及び拡散・分散現象の機構を考察するものである。

2 空隙系細管モデル

多孔体は構成土粒子の個々の性質の他に、集合体としての複雑な因子が含まれるため組織構成を完全に表現することは困難なため、法則性を損ねず、表現に必要なパラメータが少くすみ解析可能なモデルを設定しなければならぬ。本研究においては、武内の提唱した確率モデルを使用する。試料としてほぼ均一な三種の砂を用いた。試料砂の諸特性値を表-1に掲げる。各試料はほぼ均一砂であり、特に試料3は均一性を

表-1 試料砂

試料	平均粒径	標準偏差	比重
1	0.90 mm	0.23 mm	2.764
2	0.47 mm	0.17 mm	2.755
3	0.33 mm	0.05 mm	2.797

高めるためにフルイ0.25-0.42 mm 間に残留した砂を用いた。

砂粒子からなる多孔体の粒子配列及び空隙形状を可視化し検討するため、砂層内に埋込用低粘度樹脂を含浸させて固結した

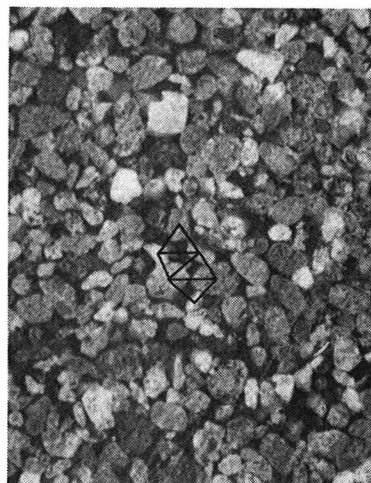


写真-1 砂粒子の配列構造

後切断した。写真-1は試料1の砂を用いたもので黒暗部が空隙部分で個々複雑な形状を呈している。この空隙を一つの特性長で表示するため、同写真中に組んだ三角網において、粒子を投影面積の等しい円に変換し多孔体の構造の模型化を行った。図-1がその結果を示すもので、隣接する三箇の粒子の中心を直線で結び三角形を作り、この三角形から粒子の扇形部分の面積を減じた残りの面積を空隙部分とする。この面積に等しい円を考え、円の直径すなわち円相当径 D_p を空隙の特性長と定義する。この円相当径は、ガウス分布、もしくは対数正規分布を示すことが知られている。⁷⁾また同図中の粒子の切断面は図-2に示されるように直径 d で表示される。この結果、空隙部は D_p 、構成粒子は d のそれぞれを唯一の特性長のみで表現することが可能となる。

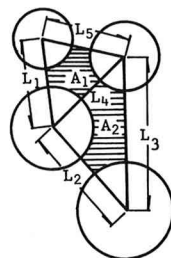


図-1 多孔体模型断面

各試料で形成される三角形の面積は不規則に分布する確率変数と考え、解析においては多数の粒子も横切る一直線を想定し、この直線上に配置される連続した三組の空隙及び粒子をそれぞれ粒子の中央で折り三角形を作る。この方法において、図-1の切断面の円の直径 d は次式で与えられる。

$$dc = (2r \sqrt{2\frac{x}{r} - (\frac{x}{r})^2}) \sqrt{2\frac{x}{r} - (\frac{x}{r})^2} \quad \dots (1)$$

ここで、 r ：構成粒子半径、 r_1 ：切断円の半径、 x ：円周上の1点から切断線までの距離を示す。(図-2参照)

式(1)中の右辺のカッコ内の項は図-2の d を示し、また項 x/r 、 x/r_1 については x が0から r までの範囲で任意の値をとることから、両項は0~1の範囲の乱数で値を与えると良い。

ここで、解析手順の概要を述べると、以下の通りである。

- (i) 各試料の総個数 N 、空隙率 λ 、粒径 d_i 及びその頻度 f_i 、平均粒径 d_m を求める。
- (ii) 上記の諸物理量が算定されると直線長 l を次式により計算する。

$$l = (\frac{\pi}{4})^2 \frac{N \cdot d_m}{(1-\lambda)} \quad \dots (2)$$

(iii) 直線 l に交わる粒子の長さ dc を式(1)により求める。

(iv) この粒子を直線 l 上に次式を用いて配置する。

$$x_i = (l - dc) \times RND \quad \dots (3)$$

ここで、 RND ：0~1の範囲の乱数値である。

(v) 総粒子数を(iv)~(iv)の操作を行って直線 l 上に配置する。

(vi) 連続する粒子の中心間距離を求め三角形が成立するかどうかを判定し、成立した場合ヘロン公式により三角形の面積を求める。その後各扇形部の面積を減じ、空隙面積が正のものを選び円相当径 D_p を決定する。

以上の方法により各試料の D_p を求め正規確率紙上で整理した結果が図-3である。この解析においては、各試料の総粒子数 $N=100$ 個であり、この中で180~200個の D_p が得られた。同図から平均粒径が最も大きい試料1の D_p がほぼ直線関係を有しており、 D_p の分布は正規分布であることがわかる。

他方、平均粒径の小さな試料2及び3については直線とはばらつきが生じており、特に粒径が小さい範囲の勾配が急となる。また試料1の直線の勾配は、他の2つに比較して緩く、 D_p の分布形は平坦になることが推察できる。試料2及び3について対数確率紙上で再整理を行った結果が図-4である。

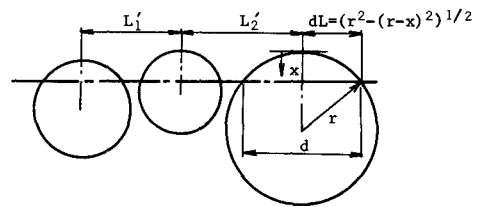


図-2 断面側面図

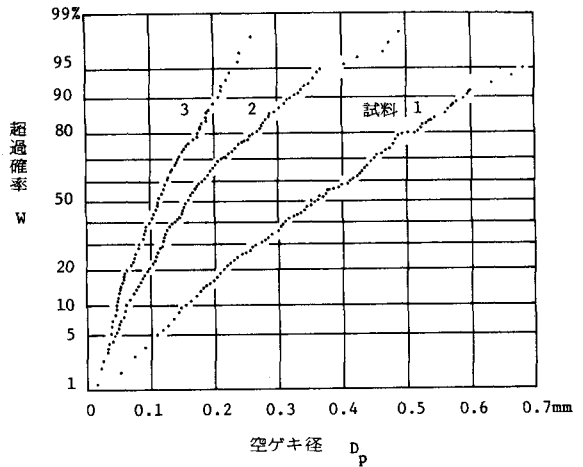


図-3 空ゲキ径の分布

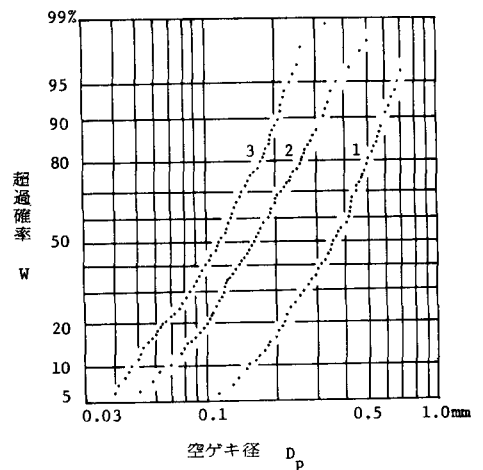


図-4 空ゲキ径の分布 (対数)

同図から試料 2、3 とともに図-3 の結果と比較して直線化の傾向が著し、ほぼ対数正規分布に従うことが認められる。各試料の空隙径に関する平均値 $\bar{D}_p$ 、標準偏差 σ_p 、構成平均粒子径 d_m との比を求めると表-2 の通りである。この結果、 $\bar{D}_p/d_m$ の値は、ほぼ 0.4 前後の値をとり、この値は神野が均一ガラス球を用いて行った実験結果²⁾、 $\bar{D}_p/d_m = 0.38 \sim 0.42$ と一致している。このことから空隙径は構成粒子のほぼ $1/2$ 、すなわち粒子の半径に等しいと考えられる。また用いた試料がほぼ均一砂であるため、空隙径の標準偏差が小さく空隙が均一化されている。

表-2 空隙径の特性

試料	平均直径	標準偏差	$\bar{D}_p/d_m$
1	0.371 mm	0.195 mm	0.412
2	0.200 mm	0.123 mm	0.426
3	0.127 mm	0.067 mm	0.385

構成粒子の中心間距離 L に関しては、空隙径と同様対数正規確率紙上で直線関係が得られる。

以上得られた結果から、多孔体内の空隙系も直径 D_p 、長さ $C_L L$ の細管を連結した樹枝状結合体としてモデル化し分散機構の解析を進めていく。

3 多孔体内の拡散・分散機構

図-5 は前章において定義した樹枝状結合体空隙モデルの構造の一部を示すものである。この図において、ある分岐点から次の分岐点までの細管を単位流路と称することにする。この単位流路は任意の方向角 θ 及び回転角 ϕ を有している。いま単位流路の長さを l とすると x, y, z 軸成分は次式で表わされる。

$$l_x = l \cos \theta, \quad l_y = l \sin \theta \sin \phi, \quad l_z = l \sin \theta \cos \phi \quad \dots (4)$$

ここで、 θ, ϕ : 各々流路軸と x, z 軸のなす角を示す。

一単位流路が方向角 θ 及び回転角 ϕ の方向を選択する確率は、図-6 に示す単位半球の表面積 2π と微小面 $dA = \sin \theta d\theta d\phi$ との比に等しいと考えられる。

$$P(\theta, \phi) = \sin \theta d\theta d\phi / 2\pi \quad \dots (5)$$

式(4)及び(5)から単位流路の空間的構造が定式化される。

次にこの単位流路内の流動に関して述べると、流路内の流動は Hagen-Poiseuille 流動をすると仮定し、分岐点での流況変化の影響は無視できるものとする。

以上の考察から単位流路内の平均流速 u は次式で表わされる。

$$u = C \frac{\rho g}{32\mu} D_p^2 \frac{dR}{ds} = C \frac{\rho g}{32\mu} D^2 \cos^2 \theta \frac{dR}{dx} \quad \dots (6)$$

上式中、 C : 構成粒子特性により定まる定数、 ρ : 流体密度、 g : 重力加速度、 μ : 流体の粘性係数、 s : 単位流路軸に沿った

距離、 R : 水頭、 D : D_p の yz -平面上の投影長 ($D = D_p \cos \theta$)、 θ : 方向角をそれぞれ表わす。

単位流路内の流量 q は次式で示される。

$$q = C \frac{\pi \rho g}{128\mu} D_p^4 \cos^4 \theta \frac{dR}{dx} \quad \dots (7)$$

多孔体の平均断面流速 U は、多孔体の断面積を A 、空隙率を ϵ とすると、 $A = \sum \pi D_p^2 / 4\epsilon$ となるから次式で与えられる。

$$U = C \frac{\pi \rho g}{32\mu} \frac{\sum D_p^4 \cos^4 \theta}{\sum D_p^2} \frac{dR}{dx} \quad \dots (8)$$

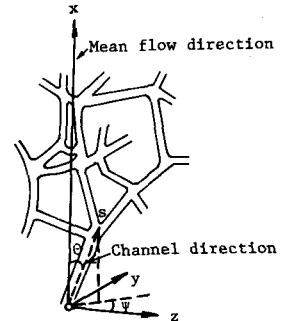


図-5 多孔体樹枝状空隙モデル

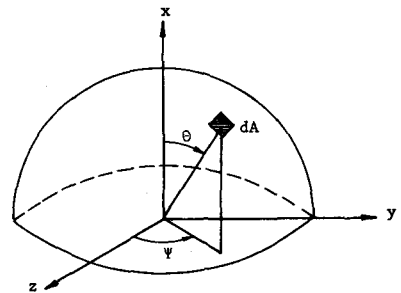


図-6 一空隙流路の方向

式(8)から多孔体の透水係数 K は次式で表わされる。

$$K = C \frac{\pi \rho g}{32\mu} \frac{\sum D_p^4 \cos^4 \theta}{\sum D_p^2} \quad \dots (9)$$

分散物質の粒子が単位流路 l を通って、流路にとどまる時間、すなわち滞留時間経過後ある分岐点に到達した時、次の $(\theta, \theta + d\theta)$ の角間隔の方向の流路を選択する確率は、式(4)と θ 方向の流量割合との積となる。

$$P = \int_0^{\theta} q \sin \theta d\theta / \int_0^{\pi/2} q \sin \theta d\theta = 1 - \cos^2 \theta \quad \dots (10)$$

また ψ については次式で表わされる。

$$\int_0^\psi d\psi / \int_0^{2\pi} d\psi = \psi / 2\pi \quad \dots (11)$$

以上導びいた式(4)-(11)を用いて拡散・分散機構を考察していく。解析手順を概説すると次の通りである。

(i) 式(10)、(11)で与えられる θ 、 ψ をランダム変数として $0 \sim 1$ の範囲で乱数を発生させ値を決定する。

(ii) θ 、 ψ の決定後、分散物質の粒子に関して、式(6)を使用して流速を算出し、仕置時間後の粒子位置を求める。同時に居留時間を求め流通単位流路数も記憶する。

(iii) あらかじめ定められた時間まで (i) ~ (ii) の操作を行い、時間も越えた場合、新しい分散粒子を出発点から同じ操作で流送させる。

(iv) すべての粒子が流送された後、平均流速 (U/λ) を求め、次に濃度を求める。

(v) 濃度を求めるには、単位流路を一定の長さで分割し各小区間に居留した分散粒子数も平均流速で移流する拡散粒子数を割ることにより得られる。

図-7は、上述の計算結果及び実験結果を示したものである。実験は試料3の砂を用い、動水勾配 0.09 、多孔体長 55cm 、多孔体厚 27cm 、塩分濃度 400ppm の状態で得られた濃度分布曲線である。この曲線は電導度計(東亜電波工業製 CM-5B 及び CG-700/PL)を用いて測定したもので実験開始後 20 分経過の分布である。

計算においては、式(6)中の定数 C を決定しなければならない。本解析では実験時の透水係数 $K_E = 0.017\text{cm/s}$ と図-4の分布図を用いて式(9)から $C = 0.373$ を決定しこの値を使用した。この値は Carman²⁾ の提唱した値 $C = 0.2$ より大きい値を示す。また単位流路の長さ定数 C_L は、 $\bar{D}_p/d_m \approx 0.40$ を考慮して $C_L = 0.5$ として計算を行った。

拡散係数 D_L は、実験では $D_L = 0.86 \times 10^{-5} \text{cm}^2/\text{s}$ 、計算では $D_L = 0.64 \times 10^{-5} \text{cm}^2/\text{s}$ であり実験値が大きい値を示す。

実験値と計算値の差は、多孔体内の拡散分散機構が空隙形状のランダム性の他、構成粒子面付近の低流速域の分子拡散の影響と、平均流速が計算において幾分大きいことに起因していると考えられる。

4 あとがき

本研究では、多孔体内の空隙形を細管からなる樹枝状結合体としてモデル化し、微視的に拡散・分散機構を検討した。この結果、空隙系は構成粒子平均径の 2 分の 1 、長さは粒子中心間距離の 2 分の 1 の細管からなる樹枝状結合体として妥当であると考えられる。また濃度分布の予測に関してもモデルの適用が有効であり、空隙特性と構成粒子特性から拡散・分散現象の解明が可能であることを示した。

参考文献

- 1) Harleman, D.R.F., R.R. Rumer: Intruded Salt-Water Wedge in Porous Media, Proc. of ASCE, Vol. 89, HY6, 1963
- 2) Pinder, G.F., W.G. Gray: Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press, 1977
- 3) Tong, J.: Longitudinal and Transverse Diffusion in granular deposits, Trans. of A.G.U., Vol. 39, No.1, 1958
- 4) Saffman, P.G.: Dispersion due to Molecular & Macroscopic Mixing in Flow through a Network of Capillaries, Jour. Fluid Mech., 2, 1960
- 5) 武月 寿: 確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション, 土木学会論文集, No.187, 1971
- 6) 前出5)
- 7) 室田 明・佐藤 邦明: 空け規模の分布による透水係数の評価について, 第13回水理講演会講演集, 1969
- 8) 神野 健二: 浸透層内の縦方向分散係数および細管モデルについて, 日本地下水学会会誌, 第21巻第2号, 1979
- 9) 三輪 茂雄: 粉粒体工学, 朝倉書店, PP. 344-345, 1972

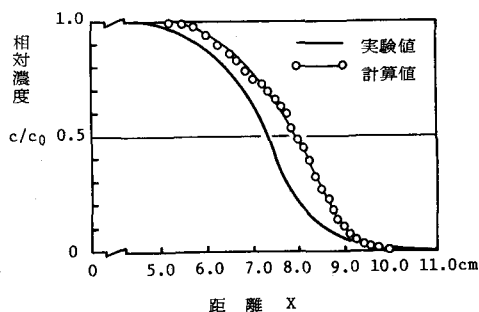


図-7 砂層内の濃度分布