

II-22 流域の地形構造と出水機能

北海道大学工学部	正 員	藤田睦博
同 上	正 員	山岡 勲
同 上	学生員	◎藤永 満
同 上	学生員	白川信之

1. はじめに

降雨～流出現象において、山腹斜面は降雨量を流量に変換する場であり、流出現象に重要な役割をはたしている。一般に山腹斜面上の流出解析は、複雑な形状を示す斜面を一定勾配の矩形流域に単純化し、分布定数系の流出モデルを採用する場合が多い。

藤田¹⁾は、山腹斜面のうちでも特に変動の大きい斜面長に注目し、その変動特性が貯留関数法に含まれるパラメータに及ぼす影響について検討を加えている。本研究は、小流域における実測資料に基づいて藤田のモデルを吟味したものである。

2. 基礎理論

斜面長のような空間の広がりを直接、貯留関数法のような集中定数系の流出モデルでは表現できない。藤田は、以下に示すように、分布定数系の流出モデルである kinematic wave モデルと貯留関数法を関係づけている。

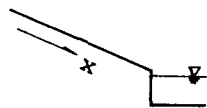


図 - 1

図-1に示すような一定勾配の流れの連続の式、運動の式はそれぞれ次のように与えられる。

$$\partial y / \partial t + \partial q / \partial x = r(t) \quad (1) \quad q = \alpha y^m \quad (2)$$

y : 水深、 q : 単位幅流量、 $r(t)$: 有効雨量

α, m : 流域定数、 t : 時間、 x : 斜面上端からの距離

ここでは、斜面長 l が不規則に変動するものとする。次に示す量を定義して、(1)、(2)式を無次元化する。

$$t = t_* T, \quad y = y_* Y, \quad x = x_* X, \quad r = r_* R \quad (3)$$

ここに、大文字の量は小文字の量の無次元化量である。いま、 x_*, r_*, t_*, y_* と次式を与える。

$$x_* = \bar{l}, \quad r_* = \bar{r}, \quad t_* = (\bar{l} \bar{r}^{1-m} / \alpha)^{1/m}, \quad y_* = t_* \bar{r} \quad (4)$$

ここに、 $\bar{l}$ は平均斜面長、 $\bar{r}$ は平均雨量を示す。従って、 t_* は $\bar{r}, \bar{l}$ に対応する到達時間を示している。(3)、(4)式を用いると(1)、(2)式の無次元方程式は、

$$\partial Y / \partial T + \partial Q / \partial X = R \quad (5) \quad Q = Y^m \quad (6)$$

但し、 Q は、

$$Q = q / q_* = q / \{\alpha (t_* \bar{r})^m\} \quad (7)$$

で定義される無次元量である。斜面長を l とすると無次元斜面長 L は、

$$L = l / \bar{l} \quad (8)$$

となる。(5)式の両辺を X に関して積分し、積分の上、下限値をそれぞれ $L, 0$ とすると、

$$\partial / \partial T \int_0^L Y(X, T) dX + Q(L, T) = \int_0^L R(T) dX \quad (9)$$

(9)式の左辺第1項を、斜面上の無次元貯留量 $S(T)$ を用いて表現すると、

$$S(T) = \int_0^L Y(X, T) dX \quad (10)$$

(9)式は次のようになる。

$$dS(T) / dT + Q(T) = LR(T) \quad (11)$$

ここに、 $Q(T)$ は斜面末端の流量 $Q(L, T)$ で、以後混同しない限り $Q(T)$ と表現する。

(11)式は、集中定数系における連続の式である。また、貯留関数は(10)式の $S(T)$ を斜面末端の流量で表現したものと解釈できる。

斜面長 X の確率密度関数を $f(X)$ とすると、流出量及び貯留量の期待値は次式で与えられる。

$$E\{Q(T)\} = \int_0^{\infty} Y(X, T)^m f(X) dX \quad (12) \quad E\{S(T)\} = \int_0^{\infty} \int_0^X Y(\lambda, T) d\lambda f(X) dX \quad (13)$$

(12)、(13)式の $Y(X, T)$ は、(5)、(6)式を満足している。

斜面長が一定の場合には、(9)～(11)式において $L = 1$ とするとよい。

(5)式の $R(T)$ が矩形波形の場合、(5)、(6)式は特性曲線上で容易に解くことができる。 $R(T)$ として図-2に示すような矩形降雨波形を与え、 $L = 1$ としたときの(10)式の $S(T)$ と $Q(T)$ を図示した結果が図-3である。但し、 $T_R > 1$ とした。 S 、 Q 曲線のピークを連ねた破線は、いずれも次式で与えられる。

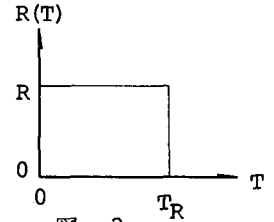


図-2

$$S = \{m/(m+1)\} Q^{1/m} \quad (14)$$

ここでは、 $R(T)$ が矩形パルスとして与えられた場合のみを示しているが、他にも $R(T)$ が三角パルスの場合も検討したが、いずれも $S \sim Q$ 曲線のピークを連ねた線は(14)式で近似できることを確かめている。 $L = 1$ のとき、 $S \sim Q$ 曲線は常に右回りのループを描いていることが注目される。

次に、斜面長が一定ではなく変動している場合の $S \sim Q$ 曲線について検討する。斜面長 $f(X)$ の分布を対数正規分布で近似する。

$$f(X) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma X) \exp\{-(\log X - \mu)^2 / (2\sigma^2)\} \quad (15)$$

斜面長 X は、その平均値で無次元化されているので、 X の平均値は1となる。従って、 X の分散を σ_X^2 とおくと(15)式のパラメータ μ 、 σ^2 は次のように与えられる。

$$\sigma^2 = \log(\sigma_X^2 + 1) \quad \mu = -\sigma^2/2 \quad (16)$$

図-4は、 $R = 2$ 、 $T_R = 2$ の矩形降雨波形とした時の $E\{S\} \sim E\{Q\}$ を(5)、(6)、(12)、(13)式を用いて数値計算したものである。図において $\sigma_X^2 = 0$ とした曲線は、一定斜面長の場合を示している。 σ_X^2 が増加するとともに $S \sim Q$ の曲線は、次第に上部に移行するが、その傾きは一定斜面長の場合とほぼ同一である。また、 σ_X^2 の増加とともに、 $S \sim Q$ 曲線が右回りから左回りに移行している。斜面長を一定とした(14)式に対応して、藤田は、次の貯留方程式を与えている。

$$S = \{m/(m+1)\} \exp\{[(m+1)/(2m^2)] \log(\sigma_X^2 + 1)\} Q^{1/m} \quad (17)$$

貯留係数が、(14)式と異なっているが、(17)式において $\sigma_X^2 = 0$ とおくと(14)式に一致する。

(14)、(17)式に示した無次元貯留方程式は、いずれも単位幅について求めたものである。斜面幅を B とし、河道での流下時間を無視して、斜面全体からの流出量を求めると、

$$s_T = sB = s_* SB \quad q_T = qB = q_* QB \quad (18)$$

添字の T は、Total の貯留量 (m^3)、流量 (m^3/s) を表わしている。また、 s_* は、(10)式からわかるように、

$$s_* = y_* x_* \quad (19)$$

(18)、(19)式を(17)式に代入し、整理すると、

$$s_T / (\bar{L}B) = \{m/(m+1)\} (\bar{L}/\alpha)^{1/m} \exp\{[(m+1)/(2m^2)] \log\{(\sigma_x/\bar{L})^2 + 1\}\} \{q_T / (\bar{L}B)\}^{1/m} \quad (20)$$

$\bar{L}B$ は、斜面の面積を表わしており、貯留量、流量をそれぞれ貯留高 s_h (mm)、流出高 q_h (mm/hr) にすると(20)式は、

$$s_h = \{m/(m+1)\} \{\bar{L}/(36\alpha)\}^{1/m} \exp\{[(m+1)/(2m^2)] \log\{(\sigma_x/\bar{L})^2 + 1\}\} q_h^{1/m} \quad (21)$$

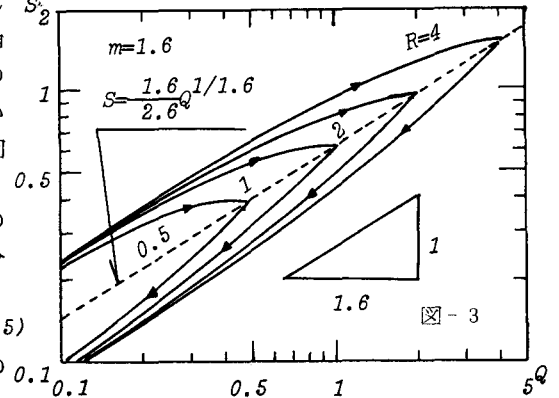


図-3

(2) 式がマニング則に従うものとする、 $m = 5/3$ のので、

$$s_h = 5\{(n\bar{l})/(36\sqrt{l})\}^{0.6} \exp[24\log\{(\sigma_x/\bar{l})^2 + 1\}/50] q_h^{0.6/8} \quad (22)$$

n : マニングの粗度係数($m^{-1/3} \text{sec}$)、 i : 斜面勾配

$\bar{l}$: 平均斜面長(m)、 σ_x : 斜面長の標準偏差(m)

3. 小流域における計算例

竜ノ口山森林理水試験地(岡山県旭川の支流)における流出解析は小川³⁾によってなされ、平野³⁾が到達時間の分布に関する研究で上述の試験地の実測資料を用いている。

この試験地は、図-5に示すような形状をもち、その流域面積は 0.226 km^2 である。

ここでは、流域を矩形流域に単純化して kinematic wave モデルによる解析及び斜面長を一定とした貯留関数法((22)式において $\sigma_x = 0$ としたとき)、斜面長の変動を考慮した貯留関数法の3種類の解析結果を比較検討した。

kinematic wave モデルによる解では、試験地を図-6に示すように単純化し、(2)式がマニング則に従うものと扱った。kinematic wave で用いたパラメータの値を以下に示す。

$\bar{l} = 200(m)$ (斜面長)、 $B = 565(m)$ (斜面幅)

$\sin\theta = 0.345$ (斜面勾配)、 $n = 8.2(m^{-1/3} \text{sec})$

$\alpha = 0.0716$

(22)式において、 $\sigma_x = 0$ として(斜面長の変動を考慮しないとき)貯留関数を求めると(添字1を付して(22)式と区別する。)、

$$s_{h1} = 8.50 q_{h1}^{0.6} \quad (23)$$

小川は、河道に沿って40m毎に点を取り、斜面上の等高線に直交するように分水界まで線を引き、その長さのハーゼンプロットとして図-7を与えている。このように定義した斜面長の分布は、対数正規分布でよく近似でき、図-7から読みとった斜面長の変動係数($\sigma_x/\bar{l}$)は0.750であった。

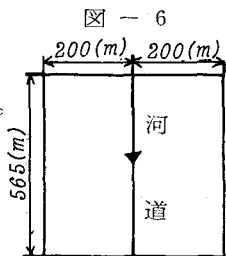
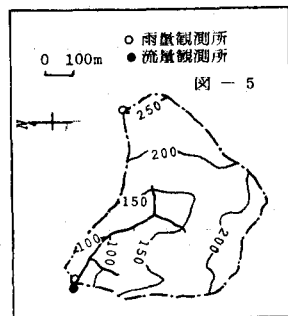
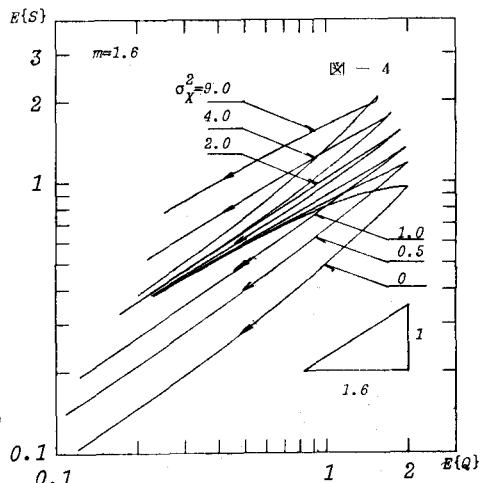
従って、(22)式を計算すると、

$$s_{h2} = 10.53 q_{h2}^{0.6} \quad (24)$$

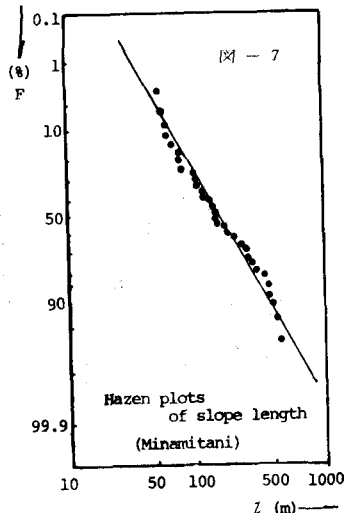
図8~10は、(1)、(2)式による kinematic wave モデル及び斜面長の変動を考慮しない(23)式の貯留関数と斜面長の変動を考慮した(24)式の貯留関数を用いた計算結果を比較したものである。計算の手順は、小川の解析結果に基づき、斜面長、斜面勾配、斜面幅などを決め、試行錯誤的に粗度係数 n の値を求めた。これらの結果を利用して(23)、(24)式の貯留関数を決定したものである。また、図-11は、実測資料を用いて求めた $s_h \sim q_h$ の関係をプロットしたものであり、図中に(23)、(24)式を示している。斜面長の変動を考慮した(24)式の貯留関数法が、きわめて実測値との適合が良好であることがわかる。

4. まとめ

小流域を対象として求めた斜面長の変動を考慮した貯留関数(24)式は、実測値との適合性が良いことを確かめた。流域が大きくなると本研究で扱った理論を直接応用するには、まだ問題が残されており、今後、小流域からの流出を合成する立場



斜面勾配
($\sin\theta = 0.345$)



からの解析を進めていきたいと思っている。

最後に、貴重なる資料を提供して下さい了小川滋氏(愛媛大学)、平野宗夫氏(九州大学)に謝意を表します。

参考文献

- 1) 藤田陸博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集投稿中
- 2) 小川滋：山地小流域における出水解析の基礎的研究，九州大学演習林報告，第50号，1977
- 3) 平野宗夫，伊東尚規：到達時間の分布を考慮した流出解析，第22回水理講演会論文集，1978

