

## II-21 非線形流出系のパラメータ同定

—感度解析と成分回帰分析の併用—

北海道大学 工学部 正員 ○星 清・山岡 勲

## 1. はじめに

線形解析が流出現象の本質的解明ないしは把握に久しく専用されてきたが、近年、非線形流出解析手法の開発が急速に進んでいる。一般的には、ある流域の降雨～流出系をなんらかの数学モデルで表現しようとすれば、モデルの妥当性を検証するためにもモデルパラメータの同定が必要となる。最適化手法も電算機の進歩・普及に伴ない多様化しているが、対象モデルが非線形であるときには、最適化理論を駆使してもパラメータ同定法は非常に困難となる場合が多い。

本報告で述べる非線形流出系のパラメータ同定法は1次導関数行列を利用する方法であり、この関数行列を感度解析(sensitivity analysis)<sup>1,2)</sup>から解析的に求める。パラメータ最適値探索では、感度係数、 $\partial F_i / \partial x_j$  (パラメータ  $x_j$  の変化の状態変量  $F_i$  の変化に及ぼす影響) が基本量となる。しかしながら、これらの感度係数行列の要素は互いに高い相関をもっていることが予想され、通常用いられている最小自乗法では探索過程でのパラメータ更新値は inflate されて最適値に収束しない懸念がある。この問題点を解決する手段として高い相関構造を有する1次導関数ベクトルを独立なベクトルに変換する成分分析回帰線法をパラメータ同定に併用する。

解析例として、Prasad<sup>3)</sup>による貯留方程式を用いて降雨・流量データを作製し、このデータに基づいて3個のパラメータの再現性を考察する。

## 2. 仮想流出系の設定

現実の降雨流出過程は複雑であり、いくつかの不確定要因が介在する。それらの要因を列挙すれば、(1) ある特定の流域における降雨流出過程を数学モデルにて記述する際の単純化に伴なう

Type I error (2) たとえ適切な数学モデルが設定されたとしても、パラメータ選定に伴なう

Type II error (3) 地点降雨量を流域平均降雨量に変換する際の誤差 (4) 水位～流量曲線から流量を算定する際の誤差等が考えられる。本報告では、流出解析上生ずるこれらの不確定性をさけるために素性のはっきりした仮想降雨流出系を設定した。

Prasadは流出現象にみられる貯留量～流量曲線の2価性を表現する手段として次の貯留方程式を提案している。

$$S = K_1 Q^p + K_2 dQ/dt \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここで、 $S$  = 貯留量 (mm)、 $Q$  = 流出量 (mm/hr)、 $K_1$ 、 $K_2$ 、 $p$  = パラメータ

(1)式と連続式  $dS/dt = R - Q$  から次の2階非線形微分方程式が得られる。

$$K_2 d^2 Q/dt^2 + K_1 p Q^{p-1} dQ/dt + Q = R \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここで、 $R$  = 降雨強度 (mm/hr)

(2)式がここで採用する流出過程モデル式であるが、 $R$  を与えても  $Q$  を解析的に求めることができない。そこで、逆に hydrograph を関数形で与えると非線形でも hyetograph を連続関数で求めることができる。今回は次の hydrograph を設定した。

$$Q = At^2 \exp(-Bt) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

(3)式は現実の hydrograph に近い形状を示し、しかも零初期条件を満足している。今、ピーク流量生起時刻  $T_p = 10$  hr、ピーク流量  $Q_p = 3$  mm/hr とすれば、(3)式の係数  $A$ 、 $B$  はそれぞれ、 $A = 0.2217$ 、 $B = 0.2$  となる。

次に、流出モデルのパラメータ  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $p$  の真値を次に述べる方法によって選定した。すなわち、線形モデル、 $p = 1$  の場合について、降雨強度関数  $R(t)$  に負値が発生しないという制約条件からパラメータの存在範囲が規定された。その結果、パラメータの真値が次のように設定された。

$$K_1 = 5, \quad K_2 = 30, \quad p = 0.5 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

(3)式のhydrograph と (4)式のパラメータが与えられると hyetograph は (2)式より連続関数として容易に求められる。しかしながら、現実の降雨系列は1時間毎の積分値でしか得られないのと、実際の降雨系列に近くなるように  $R(t)$  を1時間毎の累加降雨量で置換して矩形パルスを以後の解析の降雨入力とする。図-1は上述した方法によって設定された hyetograph と hydro-

graphである。したがって、本報告の目的は真的パラメータ  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  を一括して、上に設定した1時間毎の降雨系列と流量系列を与えたとき、非線形最適化手法が真値を同定するか否かを吟味するものである。

以後の解析の便宜上、(2)式を次のように変形する。今、

$$\begin{cases} x_1 = Q \\ x_2 = dQ/dt \end{cases} \dots \dots \dots (5)$$

の変数変換を行なうと、

(2)式より

$$dx_1/dt = x_2 \dots \dots \dots (6a)$$

$$\left\{ dx_2/dt = -K_1 p x_1^{p-1} x_2/K_2 + (R - x_1)/K_2 \right. \dots \dots \dots (6b)$$

が得られる。このとき、初期条件は次式で与えられる。

$$x_1|_{t=0} = x_2|_{t=0} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

最適値探索にあたっても、降雨波形  $R$  とパラメータ  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  を与えて (6)式を (7)式の初期条件のもとに解かなければならぬ。ここでは、Runge-Kutta-Gill 法によって (6)式の数値解を得た。なお、この時、必要 time step を  $\Delta t = 0.1$  hr (1時間を 10分割)とした。

### 3. パラメータ同定基準

図-1に示される hyetograph と hydrographだけを与え、降雨流出過程を (2)式で仮定したとき、パラメータ  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  の最適値を見つけだすのが本報告の課題である。

sampling 時刻  $k$  における実測流量を  $Q_k^*$  とし、(6)式による計算流量を  $Q_k$  として、その残差  $v_k = Q_k^* - Q_k(K_1, K_2, p)$  の自乗和が最小になるようにパラメータ  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  の最適値を探査する。すなわち、目的関数を次のように設定する。

$$J = \min_{K_1, K_2, p} \sum_{k=1}^N v_k^2 \dots \dots \dots (9)$$

ここで、 $N$  は流量観測値の sample 数である。

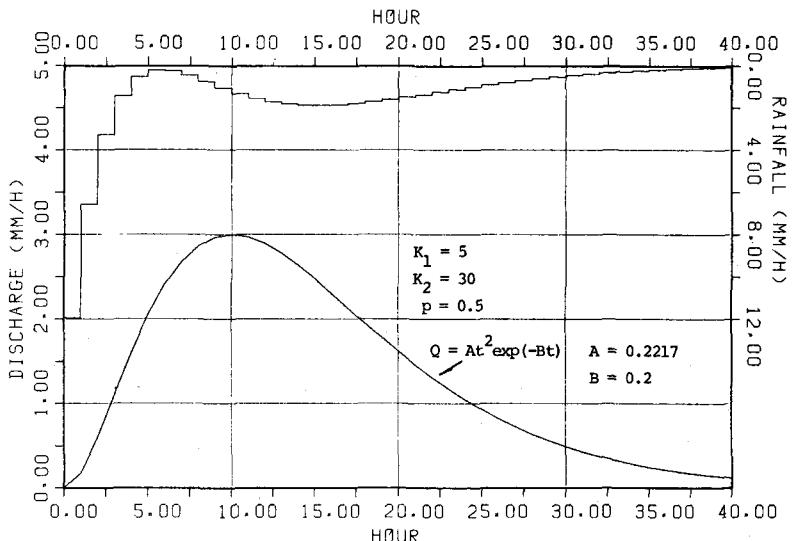


Fig. 1 Adopted hyetograph and hydrograph

したがって、最適値問題は実測流量  $Q_k^*$  に十分近くなるように betterな推定値  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  を探索することに換言される。このため、あらかじめ設定されている  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  の補正量を  $\Delta K_1$ ,  $\Delta K_2$ ,  $\Delta p$  として、新たな推定値  $K_1 + \Delta K_1$ ,  $K_2 + \Delta K_2$ ,  $p + \Delta p$  によって計算流量が十分に実測流量  $Q_k^*$  に近づくと仮定しよう。すなわち、次式が成立するものとする。

$$Q_k^* = Q_k(K_1 + \Delta K_1, K_2 + \Delta K_2, p + \Delta p) \dots \dots \dots (10)$$

(10)式を Taylor 展開し、2次以上の項を無視すると

$$v_k = Q_k^* - Q_k(K_1, K_2, p) = (\partial Q_k / \partial K_1) \Delta K_1 + (\partial Q_k / \partial K_2) \Delta K_2 + (\partial Q_k / \partial p) \Delta p$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots, N) \dots \dots \dots (11)$$

(11)式は  $v_k$  を従属変数、 $\Delta K_1$ ,  $\Delta K_2$ ,  $\Delta p$  を独立変数とする線形方程式であり、(9)式の最小自乗法基準により補正量  $\Delta K_1$ ,  $\Delta K_2$ ,  $\Delta p$  を算定することができる。この時、更新推定値は  $K_1 + \Delta K_1$ ,  $K_2 + \Delta K_2$ ,  $p + \Delta p$  であり、 $\Delta K_1$ ,  $\Delta K_2$ ,  $\Delta p$  があらかじめ指定した信頼限界 (ここでは、 $10^{-4}$  を採用した)におさまったとき繰り返し計算を終了し、 $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  の最適値とみなす。

### 4. 感度解析

(11)式を解くにあたっての最大の難点は、感度係数  $\partial Q_k / \partial K_1$ ,  $\partial Q_k / \partial K_2$ ,  $\partial Q_k / \partial p$  をいかに効率よく求めるかにある。通常用いられている perturbation 法では、 $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  の増分量

$\delta K_1$ ,  $\delta K_2$ ,  $\delta p$ を仮定し、感度係数を数値差分によって近似し、その変化の割合が十分小さくなるように $\delta K_1$ ,  $\delta K_2$ ,  $\delta p$ を試行錯誤的にさがし出す方法がとられている。この方法では探索毎に  $\delta K_1$ ,  $\delta K_2$ ,  $\delta p$ を決定しなければならない。明らかに perturbation法は感度係数を算定する上で効率が悪い。以下に感度係数を解析的に求める方法を示す。

(5)式の変数変換を念頭において、(6a)式と(6b)式をそれぞれ、 $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$ で微分すると次の1階微分ベクトル方程式が得られる。

$$\frac{dU}{dt} = \alpha(t)U + \beta(t) \quad \text{初期条件 } U|_{t=0} = 0 \quad \dots (12)$$

ここで、

$$U = [\frac{\partial x_1}{\partial K_1} \frac{\partial x_1}{\partial K_2} \frac{\partial x_1}{\partial p} \frac{\partial x_2}{\partial K_1} \frac{\partial x_2}{\partial K_2} \frac{\partial x_2}{\partial p}]^T \quad \dots (13)$$

$$\alpha(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & I \\ - & - & - \\ \alpha_1 I & \alpha_2 I \end{bmatrix} \quad 0 = [3 \times 3] \text{ の零行列} \quad (14)$$

$$\beta(t) = [0 \ 0 \ 0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T \quad \dots (15)$$

$$\alpha_1 = -K_1 p (p-1) x_1^{p-2} x_2 / K_2 - 1 / K_2 \quad \dots (16)$$

$$\alpha_2 = -K_1 p x_1^{p-1} / K_2 \quad \dots (17)$$

$$\beta_1 = -p x_1^{p-1} x_2 / K_2 \quad \dots (18)$$

$$\beta_2 = K_1 p x_1^{p-1} x_2 / K_2^2 - (R - x_1) / K_2^2 \quad \dots (19)$$

$$\beta_3 = -K_1 x_1^{p-1} x_2 (1 + p \ln x_1) / K_2 \quad \dots (20)$$

係数行列  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  は時間変動する  $x_1 (= Q)$

$x_2 (= dQ/dt)$  に依存するので変係数行列となる。

しかしながら、微小時間間隔  $kT \leq t < (k+1)T$  をとれば、その変化の割合は小さいと考えられるので、以後  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  は時間間隔  $T$  においては一定値  $\alpha$ ,  $\beta$  をとるものとする。この時、 $kT$  から  $(k+1)T$  の範囲での感度係数ベクトル  $U$  の解は

(12)式より

$$U_{k+1} = \Phi_k U_k + \Gamma_k \beta \quad \dots (21)$$

ここで、

$$\Phi_k = \exp(\alpha T) = I + \alpha T + \frac{1}{2} \alpha^2 T^2 + \frac{1}{6} \alpha^3 T^3 + \frac{1}{24} \alpha^4 T^4 + \dots \quad \dots (22)$$

$$\Gamma_k = [\exp(\alpha T) - I] \alpha^{-1} = T(I + \frac{1}{2} \alpha T + \frac{1}{6} \alpha^2 T^2 + \frac{1}{24} \alpha^3 T^3 + \dots) \quad \dots (23)$$

$I$  = 単位行列、 $\alpha^{-1} = \alpha$  の逆行列

(14)式の  $\alpha$  係数行列を (22)式と (23)式に代入して整理すると、 $\Phi_k$  と  $\Gamma_k$  行列共  $[3 \times 3]$  行

列の submatrix は対角行列になることがわかる。その結果を示すと、

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \phi_1 I & \phi_2 I \\ - & - \\ \phi_3 I & \phi_4 I \end{bmatrix} \quad \Gamma_k = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & & \gamma_1 I \\ - & - & - \\ \Gamma_{21} & & \gamma_2 I \end{bmatrix} \quad \dots (24)$$

ここで、 $I = [3 \times 3]$  の単位行列

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2^2, \quad \alpha_4 = 2\alpha_1 + \alpha_2^2 \text{ とおくと}$$

$$\phi_1 = 1 + \frac{1}{2} \alpha_1 T^2 + \frac{1}{6} \alpha_1 \alpha_2 T^3 + \frac{1}{24} \alpha_1 \alpha_3 T^4 + \dots \quad (25)$$

$$\phi_2 = T(1 + \frac{1}{2} \alpha_2 T + \frac{1}{6} \alpha_3 T^2 + \frac{1}{24} \alpha_2 \alpha_4 T^3 + \dots) \quad (26)$$

$$\phi_3 = T(\alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \alpha_2 T + \frac{1}{6} \alpha_1 \alpha_3 T^2 + \frac{1}{24} \alpha_1 \alpha_2 \alpha_4 T^3) \quad (27)$$

$$\phi_4 = 1 + \alpha_2 T + \frac{1}{2} \alpha_3 T^2 + \frac{1}{6} \alpha_2 \alpha_4 T^3 + \frac{1}{24} (\alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2^2 \alpha_4) T^4 \quad \dots (28)$$

$$\gamma_1 = T^2(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \alpha_2 T + \frac{1}{24} \alpha_3 T^2 + \dots) \quad \dots (29)$$

$$\gamma_2 = T(1 + \frac{1}{2} \alpha_2 T + \frac{1}{6} \alpha_3 T^2 + \frac{1}{24} \alpha_2 \alpha_4 T^3 + \dots) \quad (30)$$

(15)式に示されるように、係数ベクトル  $\beta$  の最初の 3要素は零であるから (24)式中の submatrix  $\Gamma_{11}$  と  $\Gamma_{21}$  は求める必要がない。(21)式を解いたときの  $U_k$  ベクトルの内、最初の 3要素が (11)式で必要な感度係数  $\partial Q_k / \partial K_1$ ,  $\partial Q_k / \partial K_2$ ,  $\partial Q_k / \partial p$  の値である。

## 5. 成分回帰分析

(11)式にもどって、残差項  $v_k$  と感度係数  $\partial Q_k / \partial K_1$ ,  $\partial Q_k / \partial K_2$ ,  $\partial Q_k / \partial p$  は流量観測値標本数  $N$  個だけ得られるから、(11)式を行行列表示すると

$$Y = XA \quad \dots (31)$$

ここで、

$$Y = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ \dots \ v_k \ \dots \ v_N]^T \quad \dots (32)$$

$$X = \begin{bmatrix} \partial Q_1 / \partial K_1 & \partial Q_1 / \partial K_2 & \partial Q_1 / \partial p \\ \partial Q_2 / \partial K_1 & \partial Q_2 / \partial K_2 & \partial Q_2 / \partial p \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial Q_N / \partial K_1 & \partial Q_N / \partial K_2 & \partial Q_N / \partial p \end{bmatrix} \quad \dots (33)$$

$$A = [\Delta K_1 \ \Delta K_2 \ \Delta p]^T \quad \dots (34)$$

最小自乗法による係数ベクトルの推定値は次式で与えられる。

$$A = [X^T X]^{-1} X^T Y \quad \dots (35)$$

(35) 式中の  $[X^T X]$  が高い相関構造を有する場合、  
ベクトルは inflate された値をとり、探索過程  
は発散する方向に進む危険性がある。そこで、  
発散を防ぐために感度係数行列  $X$  に直交変換をほ  
どこす。 $[X^T X]$  は対称行列であり、以下に示す  
ように分解されることが知られている。

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad \dots \dots \dots \quad (36)$$

ここで、Dは $[3 \times 3]$ の対角行列でその要素は $[X^T X]$ の固有値 $\lambda_i$ をもち、Vは固有ベクトル行列である。Vは次の直交条件を満たす。

$$\mathbf{W}^T = \mathbf{I} \quad (\mathbf{I}; \text{ 单位行列}) \dots \dots \dots (37)$$

$$x^T x = [V D^{1/2}] [D^{1/2} V^T]$$

$$= [D^{1/2}V^T]^T [D^{1/2}V^T] = B^T B \quad \dots \dots \dots (38)$$

ここで、 $D^{1/2}$  は  $\lambda_i$  の平方根を要素にもつ対角行列、また、

$$B = D^{1/2} V \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

次に、この変換行列  $B$  を用いて感度係数行列を次式によって線形変換する。

$$G = XB^{-1} \quad \dots \dots \dots \quad (40)$$

(40)式の  $G$  は  $[N \times 3]$  行列であり、 $G$  の列ベクトルは互いに独立であることが以下に示される。

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^T \mathbf{G} &= [\mathbf{B}^{-1}]^T [\mathbf{X}^T \mathbf{X}] \mathbf{B}^{-1} \\ &= [\mathbf{V} \mathbf{D}^{-1/2}]^T [\mathbf{V} \mathbf{D}^T \mathbf{V}] [\mathbf{V} \mathbf{D}^{-1/2}] \\ &= \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{D} \mathbf{D}^{-1/2} = \mathbf{I} \quad \dots \dots \dots (41) \end{aligned}$$

したがって、(40)式より得られる  $X = GB$  と  
(36)式の関係を (35)式に代入すると、

$$\mathbf{A} = [\mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{V}^T]^{-1}[\mathbf{B}^T\mathbf{G}^T]\mathbf{Y} = \mathbf{V}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{V}\mathbf{D}^{-1/2}[\mathbf{G}^T\mathbf{Y}]$$

(42) 式中の  $[G^T Y]$  は互いに独立な変数  $G$  と従属変数  $Y$  との相関係数ベクトルと解釈されよう。

したがって、感度係数行列  $X$  間の高い相関性による推定パラメータの不確定性は解消される。

## 6. 解析例

以上、非線形流出系のパラメータ最適値探索過程を述べたが、図-1に示される hyetograph と hydrograph を用いた解析例を示す。最適値探索にあたっては、降雨量・流量とともに 1時間毎に

Table 1a  
Iterative process to convergence [ $Q = At^2 \exp(-Bt)$ ]

No	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	P	RMSE*
0	3.0000	20.0000	0.3000	0.8489
1	3.3737	19.1799	0.4001	0.8019
2	3.4384	19.4568	0.9514	0.4589
3	3.0531	28.6958	1.1748	0.2288
4	3.1476	31.8290	0.8530	0.0818
5	2.9812	31.5289	0.8901	0.0801
6	4.3763	30.6810	0.5040	0.0945
7	5.0895	29.9160	0.4925	0.0098
8	5.1163	29.8226	0.4948	0.0071
9	5.1161	29.8191	0.4948	0.0071

Table 1b  
Iterative process to convergence [ $Q = At^2 \exp(-Bt)$ ]

No	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	P	RMSE*
0	8.0000	40.0000	0.8000	0.5680
1	4.6340	9.9294	0.6056	0.9818
2	4.8169	13.9827	1.1138	0.5875
3	2.9163	27.9874	1.4743	0.3580
4	3.2768	33.7324	0.7252	0.1535
5	5.3058	30.6218	0.2861	0.2141
6	4.5070	30.0511	0.5185	0.0602
7	5.0962	29.8374	0.4914	0.0093
8	5.1170	29.8211	0.4947	0.0071
9	5.1161	29.8191	0.4948	0.0071

\* Root mean square error

$$RMSE = \left\{ \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} [Q_k^* - Q_k(K_1, K_2, p)]^2 \right\}^{1/2}$$

sampling した離散量とし、流量の標本数を  $N = 50$  とする。

表-1は全パラメータ  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  の初期値を真値より小さく探った場合 (Table 1a) と大きく探った場合 (Table 1b) の 2例について、パラメータの収束過程を示したものである。連続降雨関数  $R(t)$  を 1時間毎の矩形パルス波で置換した誤差を含んでいるが、両ケースとも 9回の探索では

はパラメータの真値を同定していると言よう。  
なお、表中の RMSE は探索毎の残差自乗和平均の  
平方根の値である。

感度係数はパラメータの流量に及ぼす影響を調べるために重要な factor である。モデルパラメータと流域特性値ないしは降雨特性値との相関関係を定量化し、それを計画洪水流量策定への情報源としようとするのはその好例と言える。

図-2はパラメータ  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $p$  が真値をもつときの規準化感度係数の時間挙動を示したものである。ここで言う規準化とは、表-2に示される自乗和の平方根でそれぞれの感度係数を除したことを意

味する。この特定例では、3感度係数とも週期性を示している。 $\partial Q/\partial K_1$  と  $\partial Q/\partial p$  は同じ時間変動を呈し相関が高いことがうかがえる。また、 $\partial Q/\partial K_1$  と  $\partial Q/\partial K_2$  には 8 時間程の位相差がみられる。感度係数は hydrograph の上昇部において負の効果が大であり、下降部において正の効果が大である。負の効果とはいえたパラメータのピーク流量に及ぼす影響は大である。感度係数間に高い相関が存在する場合には最適化問題は困難になると言われている。したがって、5 節で述べた変数の直交変換は最適値探索上、安定解を得るためにきわめて有効であると考えられる。

以上の解析例では流出過程が完全に数学モデルで記述されており、なんらの誤差も介在していない。このような仮定は実際の降雨流出問題ではありえないことであり、前述したように種々の不確定性が流出解析上起る。そこで、現実の流出現象に近づけるために、図-1 に示される hydrograph は同一であるが、hyetograph が平均値 0、分散  $SD^2$  の正規性ノイズ  $N(0, SD^2)$  によって disturb された時にパラメータの真値が同定されるか、また、ノイズの大きさがパラメータ同定にどのような影響を及ぼすかを調べてみる。最適値探索にさきだち、図-1 の hyetograph に  $N(0, SD^2)$  のノイズが加わった降雨系列に負値を含むものが生じた場合には、それを零値で置換した。

表-3 はノイズの大きさを  $SD = 0 - 0.7$  と変化させたときの最適値探索での最終同定値、ピーク流量の相対誤差 (Error)、および、残差自乗和平均の平方根 (RMSE) を示したものである。もちろん、ノイズレベル  $SD$  が大きくなるにつれて、ピーク流量推定誤差、自乗平均誤差は大きくなることは予想されることであるが、パラメータ同定値は真値から極端には離れていない。この特定例では、 $SD$  が大きくなるにつれて  $K_1$ ,  $K_2$  のパラメータは増加し、パラメータ  $p$  は減少している。図-3 は  $SD = 0.7$  とした時の hyetograph に対応する計算流量と理論 hydro-

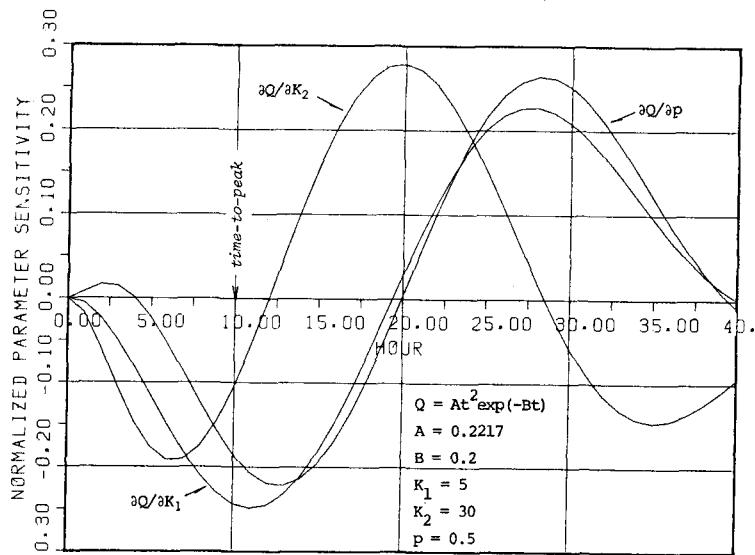


Fig. 2 Time variation of sensitivity coefficients

Table 2

Sum of squares of sensitivity coefficients

$[Q = At^2 \exp(-Bt)]$		
$\sum_{k=1}^{50} (\partial Q_k / \partial K_1)^2$	$\sum_{k=1}^{50} (\partial Q_k / \partial K_2)^2$	$\sum_{k=1}^{50} (\partial Q_k / \partial p)^2$
0.914	0.090	48.096

Table 3

Impact of noise levels of a rainfall sequence on parameter identification

Noise level $N(0, SD^2)$	Hydrograph: $Q = At^2 \exp(-Bt)$			Error * (%)	RMSE # (mm/hr)
	$K_1$	$K_2$	$p$		
$SD = 0.0$	5.1161	29.8191	0.4948	-0.30	0.0071
$SD = 0.1$	5.2222	30.0738	0.4882	-0.40	0.0185
$SD = 0.2$	5.3237	30.3383	0.4826	-0.50	0.0324
$SD = 0.3$	5.4822	30.5507	0.4767	-0.67	0.0500
$SD = 0.4$	5.6193	30.8622	0.4721	-0.85	0.0713
$SD = 0.5$	5.7961	31.1846	0.4630	-0.96	0.0941
$SD = 0.6$	6.0398	31.5434	0.4459	-0.98	0.1196
$SD = 0.7$	6.3888	31.8260	0.4215	-0.89	0.1464

\* Relative error of peak discharge

# Root mean square error

graph  $Q = At^2 \exp(-Bt)$  を比較したものである。

図-1 の hyetograph ( $SD = 0$ ) と図-3 の hyetograph ( $SD = 0.7$ ) は一見してその形状はかなり異なるものの、計算 hydrograph は理論 hydrograph を実用上十分な精度で再現していると考えられる。したがって、本報告で述べた非線形流

出モデルの最適値問題  
は実際の流出解析にも  
十分耐えられるものと  
確信する。

## 7. おわりに

非線形流出モデルの  
最適化問題に対して最も  
適切であるようならた  
だ 1つの手法というも  
のは存在しない。問題に  
応じてアルゴリズムを  
選択する必要にせま  
られるのが通常である。  
とくに、探索アルゴリズム  
が比較的簡易で、演算時間  
が少なくてすむ手法が実際問

題の適用にあたって要求される条件である。

本報告では、降雨流出過程を 2階非線形方程式で完全に記述した場合のパラメータを決定論的に同定する最適化手法について述べた。とくに、感度係数はパラメータを更新する際の重要な要素であり、これを解析的に求めることによって繰返し手法を単純化することができた。また、感度係数が高い相

関性を持つ場合には探索過程は必ずしも真値に収束するとはかぎらないので、この問題点を克服するために、直交変換による成分回帰線手法を用いた。降雨系列がかなり大きなノイズによって disturb されている場合にも、本報告で述べた最適化手法は真値に十分近い値を同定している。

## 参考文献

- 1) 吉川 秀夫, 砂田 憲吾, 鈴木 順 : 流量遮減部の特性を考慮した流出モデル, 第 22 回水理講演会論文集, pp. 175-180, 1978.
- 2) Vemuri, V., Dracup, J.A., Erdmann, R.C., and Vemuri, N.: Sensitivity analysis method of system identification and its potential in hydrologic research, Water Resources Research, 5(2), pp. 341-349, 1969.
- 3) Prasad, R.: A nonlinear hydrologic system response model, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the ASCE, 93(HY 4), pp. 201-221, 1967.

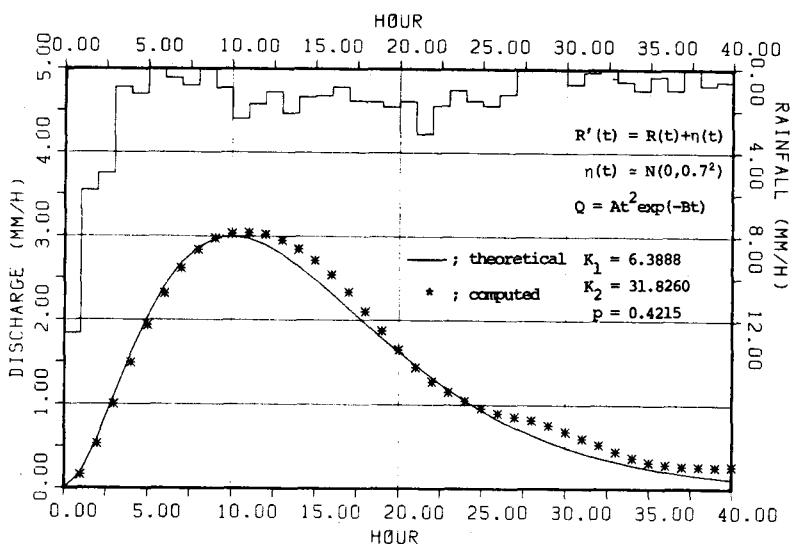


Fig. 3 Comparison of hydrographs due to noises of a rainfall sequence