

II-13 射影変換法による図形の連想とその応用

北海道大学工学部 正 員 藤田睦博
 同 上 正 員 山岡 勲
 同 上 学生員 ◎増井康裕

1. はじめに

「予測」という問題を考えてみよう。カルマン・フィルター理論やGMDH理論を用いて河川流出量を予測する場合もあるし、予報官が気圧の配置図から明日の天候を予報する場合もある。前者は雨量や流量の系列(数値の系列)を対象とし、後者は気圧配置図(図形)を対象としている。いずれの場合も、過去の資料を整理し、不要なデータを除いて、類似のパターンの特徴を抽出して予測を行なっている。医者が心電図やレントゲン写真より病名を診断することも一種の予測とみなすことができる。雨量や流量系列も数値で与えられるよりも図示した方が、人間は全体の傾向をは握できる。このように、図形を見て過去に学習した経験を参考に予測(連想)をする知的な作業は、人間の頭脳の最も得意とするところである。

1960年代になってMcAteer¹⁾が記憶されているパターンを入力パターンと比較することにより識別するアルゴリズムを発表して以来、種々の記憶連想装置が考案されている。本論文は、その一つである梶谷^{2) 3)}らの連想記憶モデル(インバートロン)を採用して水文時系列解析への応用の可能性を検討したものである。

2. 基礎理論

本論文で用いたインバートロンは、本来医学診断のために開発されたもので、少数の基本パターンを記憶しておいて、ノイズや欠測のある未知の入力が与えられたとき、射影によってイメージを求めようとするものである。今、基本パターンとして、 m 個のパターンを考え、それぞれのパターンは n 次元ベクトルで表現されているものとする。

$$X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m)$$

$$x_i = \begin{pmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ \vdots \\ x_{in} \end{pmatrix} \quad (1)$$

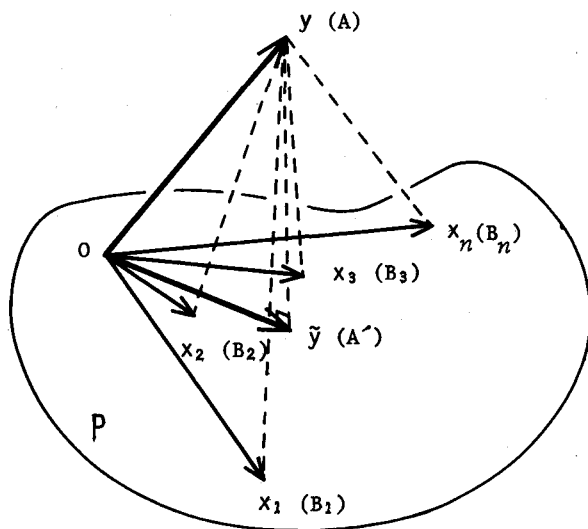


図-1

この時、インバートロンの記憶の内容は次のように定義する。

$$\Pi_x = X (X^T X)^{-1} X^T \quad (2)$$

(2)式において、上付きの T はマトリックスの転置を意味する。マトリックス X は、基本パターンの図形を表示するものであるから、(2)式の逆行列 $(X^T X)^{-1}$ は一般に存在せず、この場合は一般化逆行列を用いる。ここでは、次に定義されるPenroseの一般化逆行列を用いた。すなわち、マトリックス A^+ を A の一般化逆行列とすると、この行列は次の性質を持っている。

$$A A^+ A = A \quad (3)$$

$$A^+ A A^+ = A^+ \quad (4)$$

なお、(2)式 Π_x が射影子になっていることは証明できる。未知の入力を Y とすると、インパルトロンイメージ $\tilde{Y}$ は次式で与えられる。

$$\tilde{Y} = \Pi_x Y \quad (5)$$

この過程は、図-1で示すように、入力 Y を $x_1, x_2, \dots, x_m$ で張られる超パターン平面 P に射影してイメージ $\tilde{Y}$ を連想する。この時、 $\overline{A A^T} \leq \overline{A B_i}$ であり、また $\overline{A B_i}$ の最小値を $\overline{A B_3}$ とすれば、 $\overline{A^T B_i}$ の最小値は $\overline{A^T B_3}$ となる。従って、 $\tilde{Y}$ に最も近い基本パターンは x_3 となり、 Y によるイメージ $\tilde{Y}$ は、 x_3 との類似性を示すと考えられる。

ここで、簡単な応用例について説明しよう。基本パターンとして、次の4個の関数を考える。

$$\begin{aligned} x_{1,j} &= \text{SIN}(\Pi * j / 50) \\ x_{2,j} &= \text{Log}_{10}(\Pi * j / 50) \\ x_{3,j} &= \text{COS}(\Pi * j / 50) \\ x_{4,j} &= -(\Pi * j / 50) / 1.25 + 2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$j = 0, 1, \dots, 99$$

(6)式の基本パターンを想定したのは、水文時系列にみられる周期成分、傾向成分を考慮したことによる。また、入力 Y として、

$$Y_{i,j} = x_{i,j} + N_j \quad (7)$$

$$j = 0, 1, \dots, 99$$

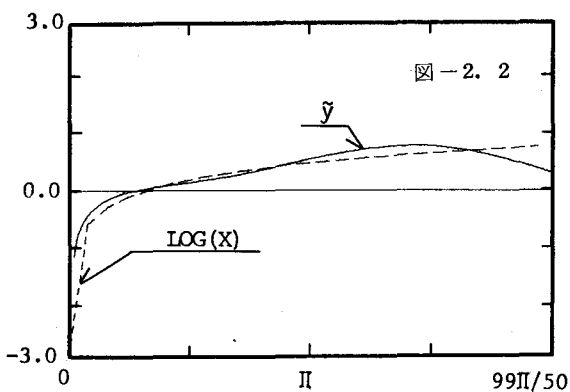
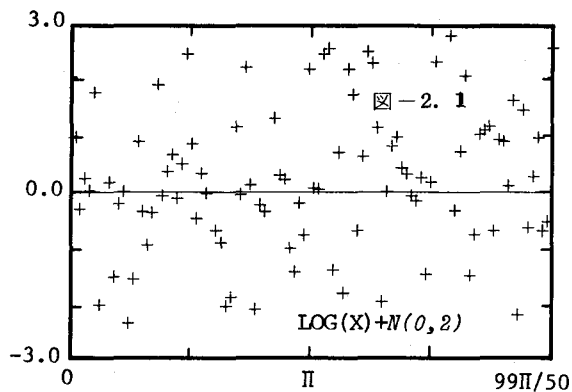
を与える。ここに、 N_j は、平均0、分散2の独立な正規性のノイズである。図-2は、入力 Y (点印)、及び連想出力 $\tilde{Y}$ (実線)、基本パターン x (破線) を

示したものである。図からもわかるように、入力 Y は基本パターンの原形をとどめないくらいノイズによって乱されているが、インパルトロンによる連想出力は、基本パターンを再現している。インパルトロンは、単に基本パターンの記憶と入力と比較するものでなく、射影によってイメージを求めるもので、連想出力が基本パターンと若干異なっているところに「連想」と言う特徴が現われている。これは、図-1からも考えられる。表-1は、ノイズ N_j の分散の変化による連想出力 $\tilde{Y}$ と、各基本パターンとの差の2乗平均値を求めたものである。この値は、図-1の $\overline{A^T B_i}$ に相当するものであり、これが小さい程、2つのベクトルの類似性が大となるが、ノイズの分散が5になっても、基本パターンに近い連想をしている。

表-1 各分散に対する偏差平方和の平均

VAR.	$\tilde{Y}^x$	SIN(X)	LOG(X)	COS(X)	$-X/1.25 + 2.0$
0.5	a	0.037	0.925	0.760	1.242
	b	1.430	0.037	0.996	4.305
	c	1.294	1.025	0.037	3.091
	d	1.242	3.800	2.557	0.037
1.0	a	0.063	1.208	1.454	1.225
	b	1.200	0.063	1.433	4.032
	c	0.652	0.641	0.063	2.407
	d	1.312	4.127	3.294	0.063
1.5	a	0.008	1.016	0.998	1.282
	b	1.282	0.008	1.115	4.226
	c	0.999	0.849	0.008	2.865
	d	1.144	3.822	2.726	0.008
2.0	a	0.103	1.168	1.352	1.719
	b	1.321	0.103	1.412	4.606
	c	0.836	0.743	0.103	3.043
	d	0.899	3.633	2.739	0.103
2.5	a	0.061	1.034	0.797	1.677
	b	1.369	0.061	0.947	4.656
	c	1.307	1.122	0.061	3.514
	d	0.855	3.499	2.183	0.061
3.0	a	0.112	1.574	1.416	1.541
	b	0.933	0.112	1.079	4.031
	c	0.790	1.094	0.112	2.810
	d	1.094	4.226	2.990	0.112
3.5	a	0.011	1.304	1.056	1.199
	b	0.999	0.011	0.887	3.857
	c	0.947	1.083	0.011	2.727
	d	1.233	4.195	2.870	0.011
4.0	a	0.016	0.992	0.919	1.267
	b	1.321	0.016	1.067	4.242
	c	1.094	0.913	0.016	2.937
	d	1.176	3.822	2.670	0.016
4.5	a	0.006	1.137	0.989	1.240
	b	1.157	0.006	0.982	4.061
	c	1.005	0.978	0.006	2.831
	d	1.182	3.983	2.756	0.006
5.0	a	0.145	1.563	1.216	0.711
	b	1.009	0.145	0.923	3.246
	c	1.055	1.315	0.145	2.213
	d	1.989	5.077	3.652	0.145

$$\left. \begin{aligned} a: & \text{SIN}(X) + N(0, \sigma^2) \\ b: & \text{LOG}(X) + N(0, \sigma^2) \\ c: & \text{COS}(X) + N(0, \sigma^2) \\ d: & -x/1.25 + 2.0 + N(0, \sigma^2) \end{aligned} \right\} \text{による出力}$$



3. 水文時系列における応用例

前述のインパトリオンを用いて流量時系列の定常性を検定してみよう。ここでは、1952年11月～1973年10月までの21年間の、中愛別、伊納、多度志、橋本の月平均流量を用いた計算例を示す。図-3は、これらの流量測定地点の概要を示したものである。また、図-4は、採用した各地点の月平均流量を示したものである。

図-4に示すように、1953年1月～1961年4月の期間の流量系列を基本パターン x とし、1962年1月～1970年4月の期間の流量系列を入力 y とした。この2つの系列 (x, y) 間には、多度志、橋本地点で非定常性が強く表われている。各4地点の、計算結果を図-5～8に示す。図において、実線は連想

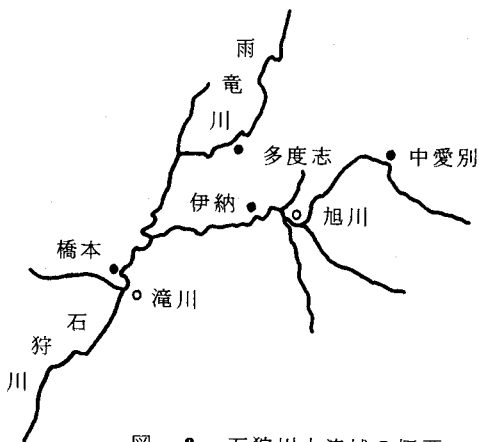
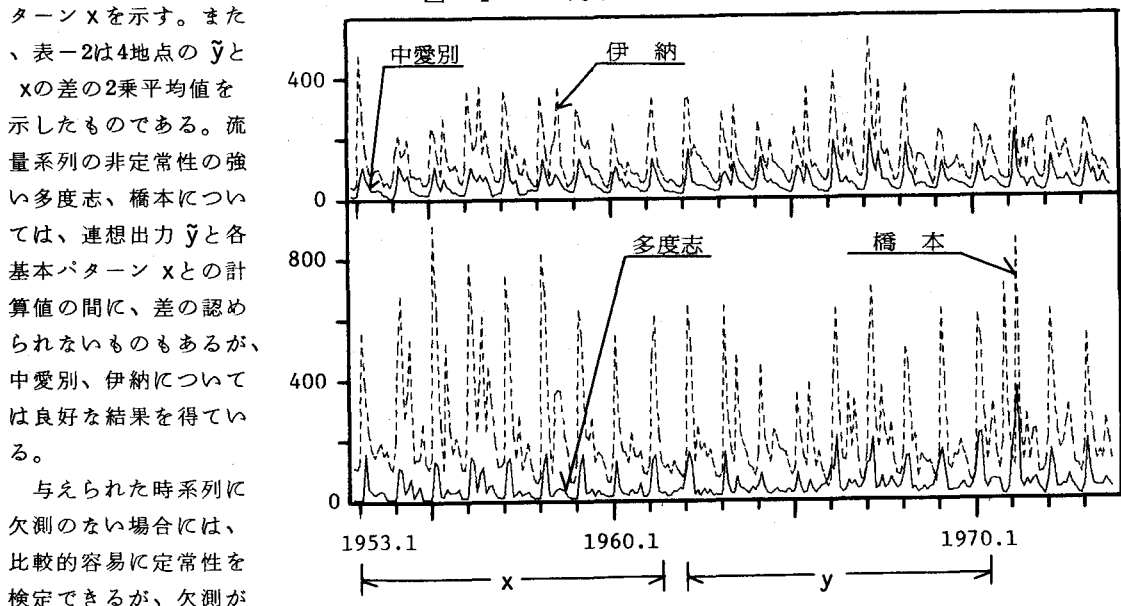


図-3 石狩川上流域の概要

図-4 月平均流量 (石狩川流域)

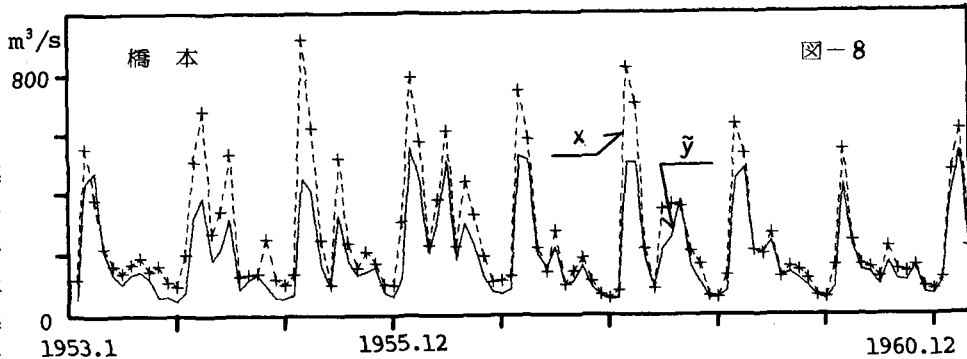
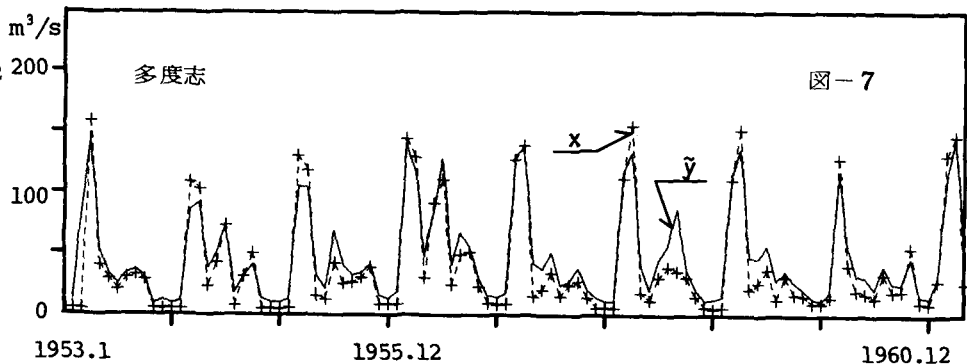
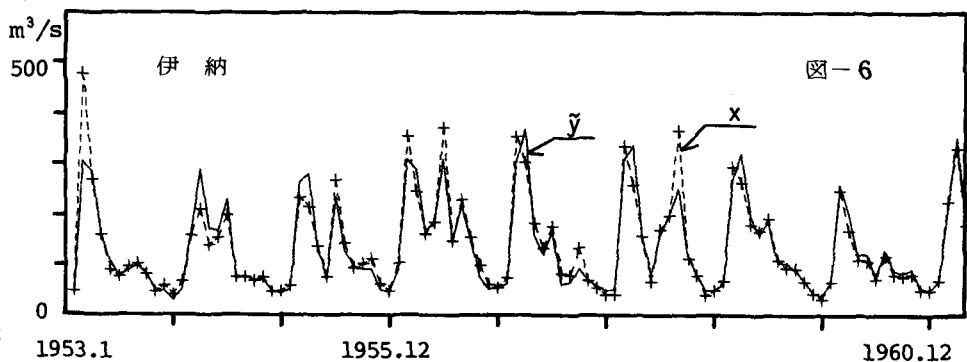
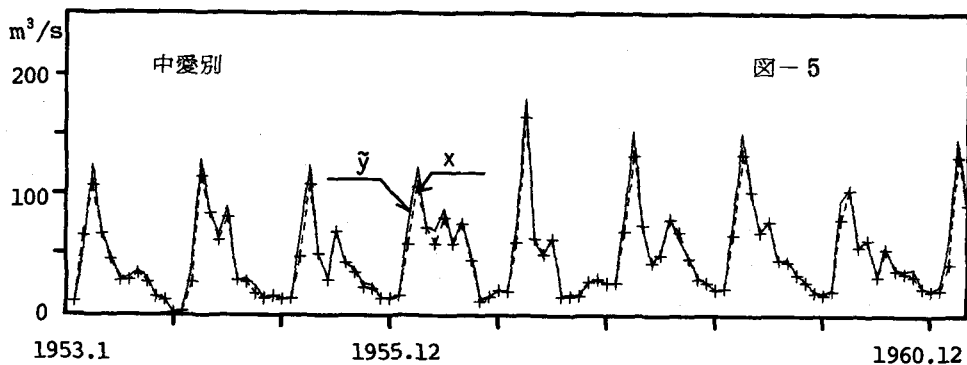


与えられた時系列に欠測のない場合には、比較的容易に定常性を検定できるが、欠測が

ある場合には、定常性の検定は必ずしも容易でない。次に入力系列期間の20%に欠測があるものとして、欠測時(図-9.1~12.1の○印)に補正量として入力系列の残り80%の平均値を採用した計算結果を図-9.2~12.2に示す。

また、表-3は、表-2と同様に基本パターン x と連想出力 $\tilde{y}$ の差の2乗平均値を示したものである。

表-2と表-3、また、図-5~8と図-9~12を比較すると、入力系列の欠測の有無にかかわらず、ほぼ同一の連想出力 $\tilde{y}$ を得ている。



ここでは、わずか一例の応用例を示したものであるが、欠測のある情報の取あつかいにインパトリオンが有効であることを確めた。

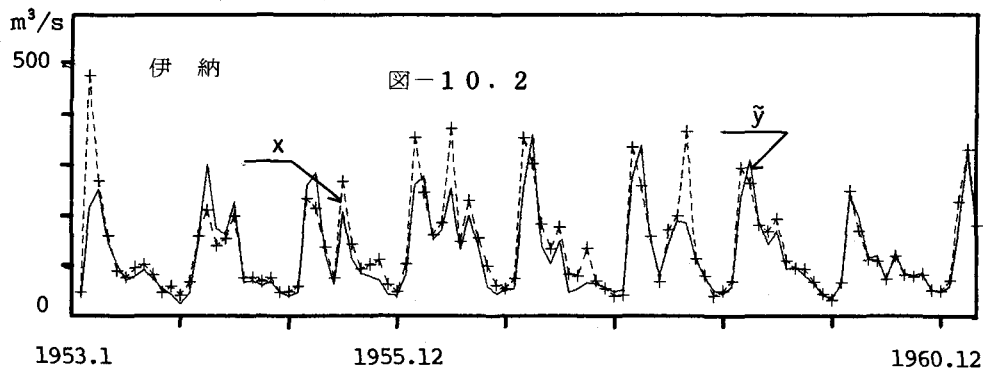
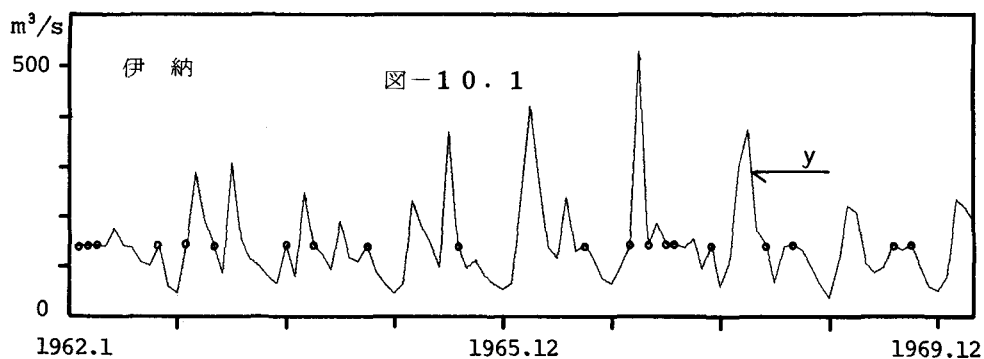
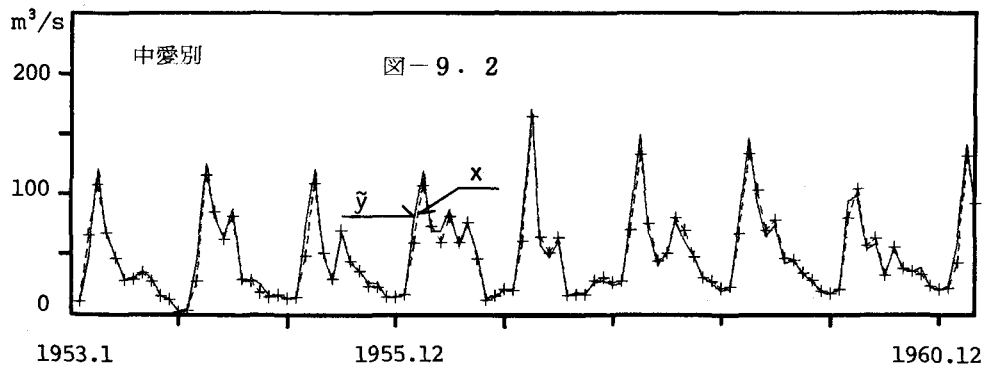
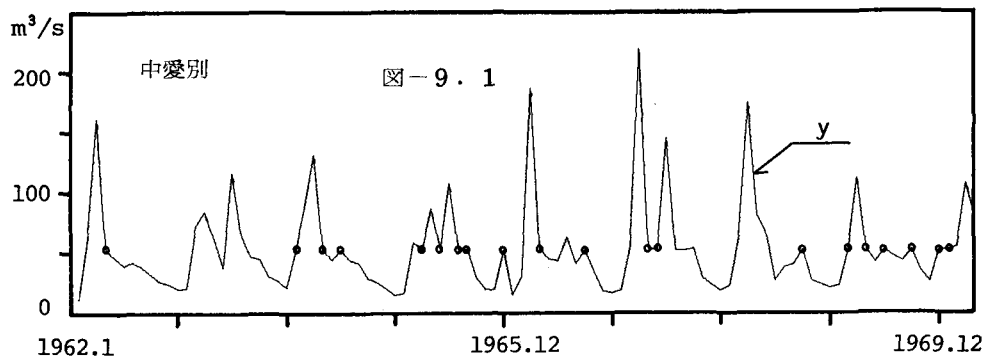
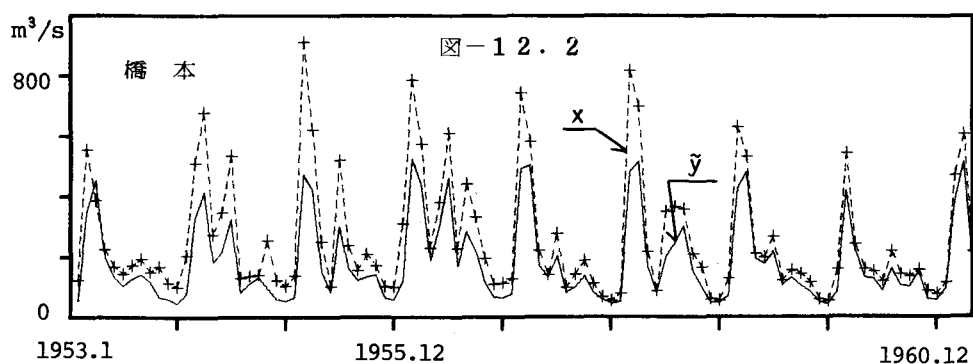
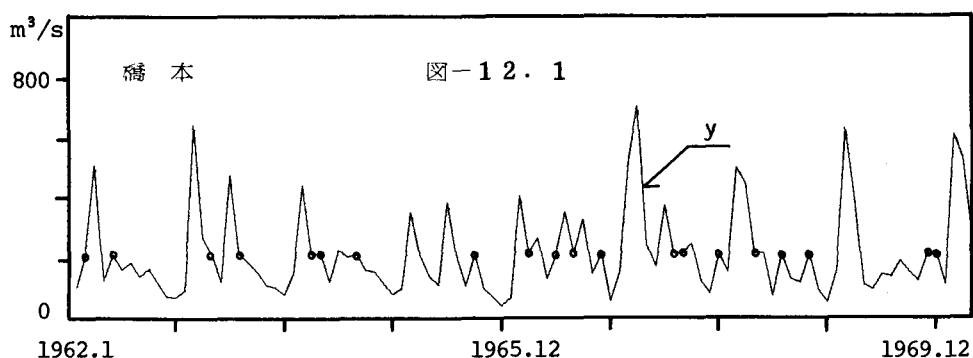
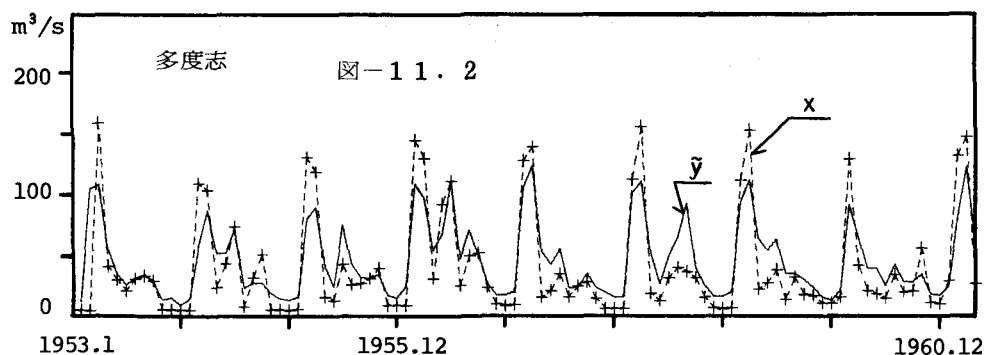
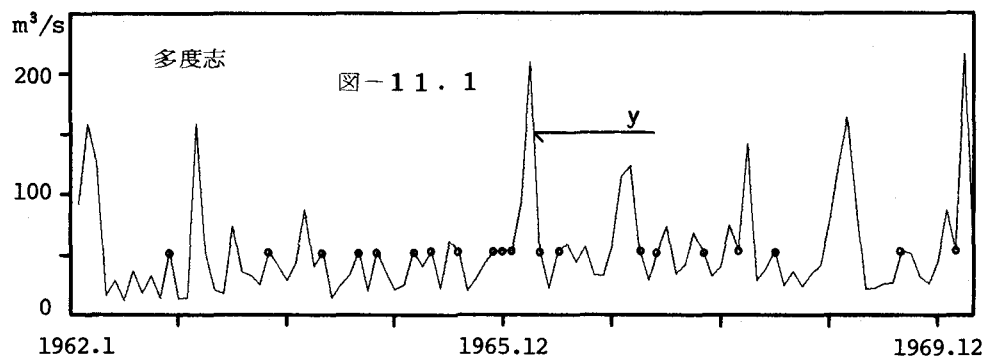


表-2 偏差平方和の平均 (欠測なし)

$\bar{y} \setminus x$	NAK.	INO.	TAD.	HAS.
NAK.	46	12532	859	75672
INO.	11736	940	12274	31310
TAD.	589	11843	224	73670
HAS.	36524	7534	35200	10763

表-3 偏差平方和の平均 (欠測あり)

$\bar{y} \setminus x$	NAK.	INO.	TAD.	HAS.
NAK.	46	12869	730	76363
INO.	8828	2048	9426	36018
TAD.	284	12604	546	76885
HAS.	32554	6927	30963	12037



参考文献

- 1) McAteer, J. E., Capobianco, J. A. and Koppel, R. L. : Associative Memory System Implementation and Characteristic, Proc. E. J. C. C. , 1964.
- 2) 梶谷文彦他：一般化逆行列による連想記憶モデル—インパルトロン、ME 学会大会資料集, 362, 1974
- 3) 竹内 啓：線形数学, 培風館, 1966