

I-23 走行荷重による連続吊橋の振動解析

北海道大学工学部 正 員 渡 辺 昇

北海道大学工学部 正 員 林 川 俊 郎

北海道大学工学部 学生員 〇 橋 場 克 司

1. まえがき

本研究は、吊橋の走行荷重による振動解析を Modal Analysis によって解析し、その動的増加率を求めたものである。6橋の実在橋の諸元を用いて、その動的増加率を荷重の移動速度を変化させて求めそれを中央径間長でまとめた。吊橋の長大化に伴い連続形式が増加しているのを考慮し、形式は三径間連続吊橋として解析した。

2. 解析方法

動的たわみ $Y(x, t)$ は第 m 次の一般座標 $q_m(t)$ と固有関数 $\varphi_m(x)$ を用いて次のように表わされる。

$$Y(x, t) = \sum_m q_m(t) \cdot \varphi_m(x) \quad (1)$$

固有関数については微分方程式法によって求め¹⁾ 次式で表わされる。ここで添字 i は径間の順番を示す。

$$\varphi_i(x) = A_i \cos\left(\frac{\mu_i x_i}{L_i}\right) + B_i \sin\left(\frac{\mu_i x_i}{L_i}\right) + C_i \cosh\left(\frac{\nu_i x_i}{L_i}\right) + D_i \sinh\left(\frac{\nu_i x_i}{L_i}\right) + \frac{g H_{pi}}{\omega^2 H_{wi}} \quad (2)$$

$$\mu_i = \sqrt{\frac{H_{wi} L_i}{2EI_i}} (Z_i - 1)$$

$$\nu_i = \sqrt{\frac{H_{wi} L_i}{2EI_i}} (Z_i + 1)$$

$$Z_i = \sqrt{1 + \frac{4w_i EI_i \omega}{H_{wi}^2 g}}$$

EI: 曲げ剛性

w: 分布死荷重

 H_w, H_p : ケーブルの水平張力 ω : 固有円振動数

g: 重力加速度

L: 径間長

A~D: 未知積分定数、これは境界条件により決定される。

一般座標 $q_m(t)$ は減衰を無視した場合、次の微分方程式を解いて得られる。

$$\ddot{q}_m(t) + \omega_m^2 q_m(t) = \frac{Q_m(x, t)}{\frac{w}{g} \int_0^L \{\varphi_m(x)\}^2 dx} \quad (3)$$

 ω_m : 第 m 次固有振動数 $\int_0^L$: 荷重の移動速度集中荷重の場合 外力項 $Q_m = P \cdot \varphi_m(V \cdot t)$

(3) 式を解くと Duhamel 積分の形で次式となる。

$$q_m(t) = \frac{\int_0^t Q_m(\tau) \sin \omega_m(t-\tau) d\tau}{\omega_m \frac{w}{g} \int_0^L \{\varphi_m(x)\}^2 dx} + \alpha_m \cos \omega_m t + \beta_m \sin \omega_m t \quad (4)$$

 α_m, β_m : 初期条件によって求められる積分定数

(1) 式の式中で $\varphi_m(x)$ のかわりに、一階微分 $\varphi'_m(x)$ 及び二階微分 $-EI \cdot \varphi''_m(x)$ を用いることによって、たわみ角 及び曲げモーメントの動的変化量を求めることができる。

(4) 式の Duhamel 積分を計算し荷重項を代入すると、(1) 式は具体的に次式となる。

ここで r は着目点、 s は荷重の載荷点を示す。

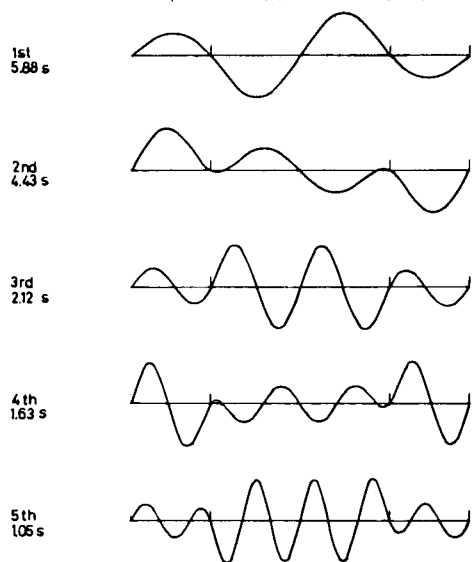
$$\begin{aligned}
 Y(x, t) = & \sum_m \phi_m(x) \frac{P}{\frac{w}{g} \omega_m \int_0^L \left\{ \phi_m(x) \right\}^2 dx} \\
 & \times \left[A_{ms} \frac{\omega_m}{\omega_m^2 - \left(\frac{\mu_{ms} V}{L_s} \right)^2} \left(\cos \frac{\mu_{ms}}{L_s} V t_s - \cos \omega_m t_s \right) \right. \\
 & + B_{ms} \frac{1}{\omega_m^2 - \left(\frac{\mu_{ms} V}{L_s} \right)^2} \left(\omega_m \sin \frac{\mu_{ms}}{L_s} V t_s - \frac{\mu_{ms} V}{L_s} \sin \omega_m t_s \right) \\
 & + C_{ms} \frac{\omega_m}{\omega_m^2 + \left(\frac{\nu_{ms} V}{L_s} \right)^2} \left(\cosh \frac{\nu_{ms}}{L_s} V t_s - \cos \omega_m t_s \right) \\
 & + D_{ms} \frac{1}{\omega_m^2 + \left(\frac{\nu_{ms} V}{L_s} \right)^2} \left(\omega_m \sinh \frac{\nu_{ms}}{L_s} V t_s - \frac{\nu_{ms} V}{L_s} \sin \omega_m t_s \right) \\
 & \left. + H_{p, ms} \frac{g}{\omega_m^3 H_w} (1 - \cos \omega_m t_s) \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

3. 数値計算

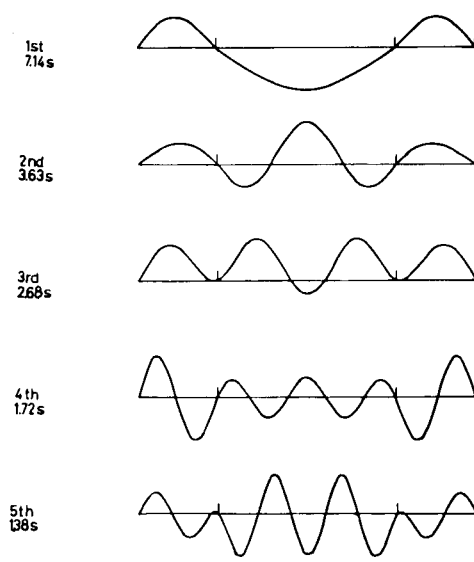
表～ / の径間長をもつ実在橋 (片側二車線、道路橋) の諸元を用いて数値計算を行った。死荷重、中央径間部分における断面二次モーメント、ケーブルの水平張力の値を中央径間の長さでまとめたものを、図～2、図～3、図～4に示す。ここでは三径間連続吊橋とした。塔とケーブルの結合状態は、(1) ローラー結合、(2) 鉛直力を無視したヒンジ結合、(3) 鉛直力を考慮したヒンジ結合、の3つが考えられるが、3つの状態による差異はほとんど生じない

番号	橋 名	中央径間	側径間
1	Peace River	283 m	142 m
2	Lions Gates	472 m	187 m
3	Ambassador	564 m	249 m
4	Delaware Memorial	655 m	229 m
5	因 島 大 橋	770 m	250 m
6	南備賛瀬戸大橋	1100 m	260 m

表～ /



逆 対 称



対 称

図～ / Ambassador 橋モード

という報告から²⁾ ここではローラー結合として計算を行った。
計算過程の一例として 3番のAmbassador 橋をとりだして、その
モードと時間歴曲線を 図～/、図～5 に示す。

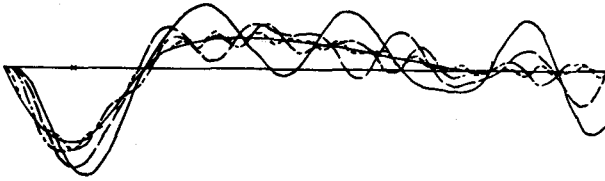
図～/ には対称、逆対称それぞれ 5次までのモードを示した。
図～5 は、図～/ に示された 10ケのモードを用いて計算した
たわみの時間歴曲線で、着目点を (1) 第 / 径間の 2 分の / 点、
(2) 第 2 径間の 4 分の / 点、 (3) 第 2 径間の 2 分の / 点、の
3ヶ所に着目した。その各々の着目点においての 10m/s (36km
/h)、20m/s (72km/h)、30m/s (108km/h)、40m/s (144km/h)
の 4種の荷重移動速度での振動状態を表わしている。

同様の計算を 6橋について行った。図～6 は、6橋についての対
称及び逆対称の固有周期を各々 3次まで示した。

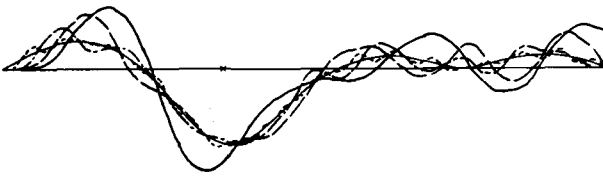
断面二次モーメントの影響が強く現われるのではばつきはある
が、径間長が長くなるに従って固有周期が長くなる傾向が認め
られる。また前記の 3つの着目点におけるたわみの最大の動的
増加率を、図～7 に示す。同様に 3点における曲げモーメント
の最大の動的増加率を 図～8 に示す。

図～7、図～8 から、たわみの動的増加率は第 2 径間中央点で
大きく現われ、曲げモーメントの動的増加率は第 / 径間の中央
点で現われている。

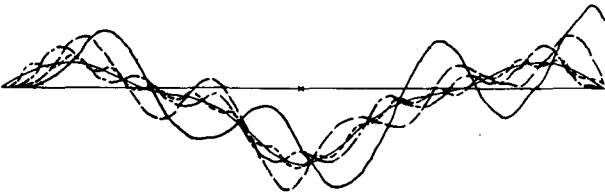
—STATIC —10m/s —20m/s —30m/s —40m/s



(1) 第 / 径間 2 分の / 点

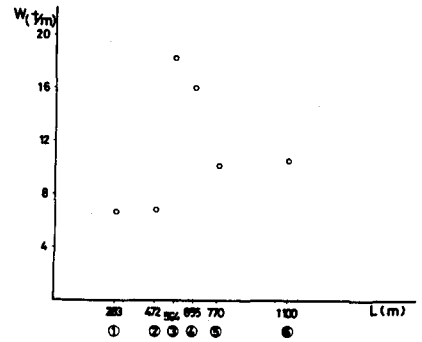


(2) 第 2 径間 4 分の / 点

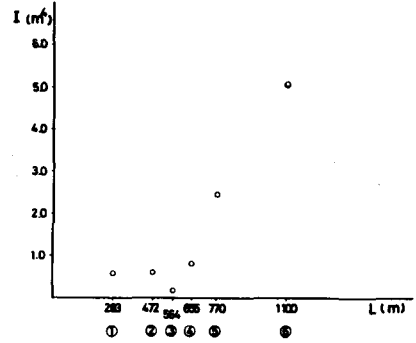


(3) 第 2 径間 2 分の / 点

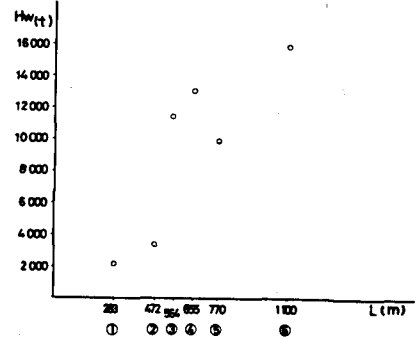
図～5 たわみ時間歴曲線



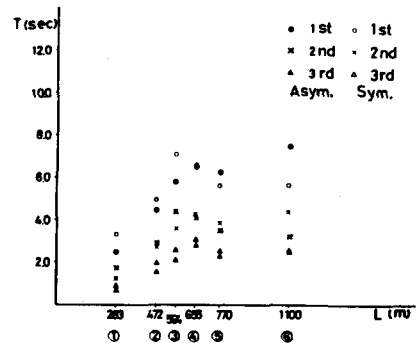
図～2 中央径間長一死荷重



図～3 中央径間長一断面二次
モーメント



図～4 中央径間長一水平張力



図～6 中央径間長一周期

4. まとめ

図に示したように、たわみ、曲げモーメント共に速度が速くなるほど動的増加率が増加する。また径間長が長くなるにつれて、動的増加率が減少している。

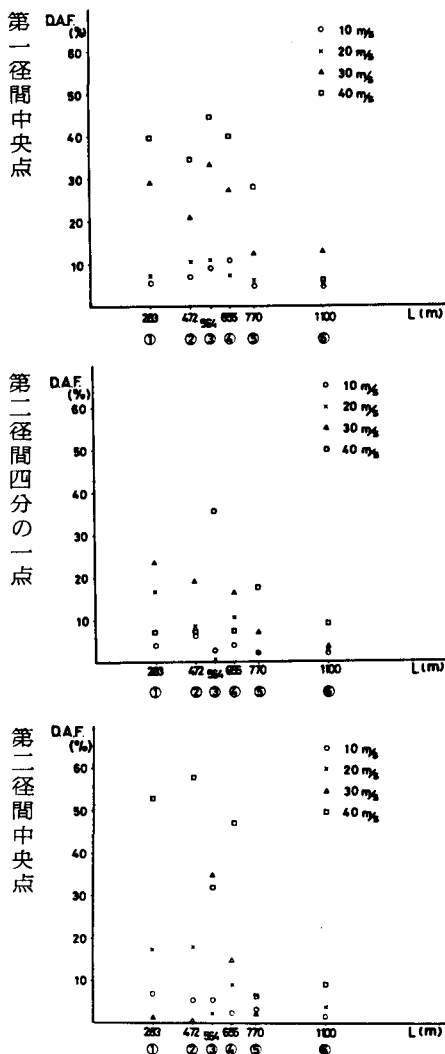
一般車両の走行を想定した 100km/h 付近では、この計算では吊橋の動的増加率はほとんどの点で 30% 以下である。また 60km/h 以下では、すべての点が動的増加率 20% 以内である。

現在の道路橋示方書は、吊橋については衝撃を考慮しない事になっているが、本研究の結果吊橋上を高速度で荷重が移動するときには、設計においてある程度の割増が必要だと思われる。

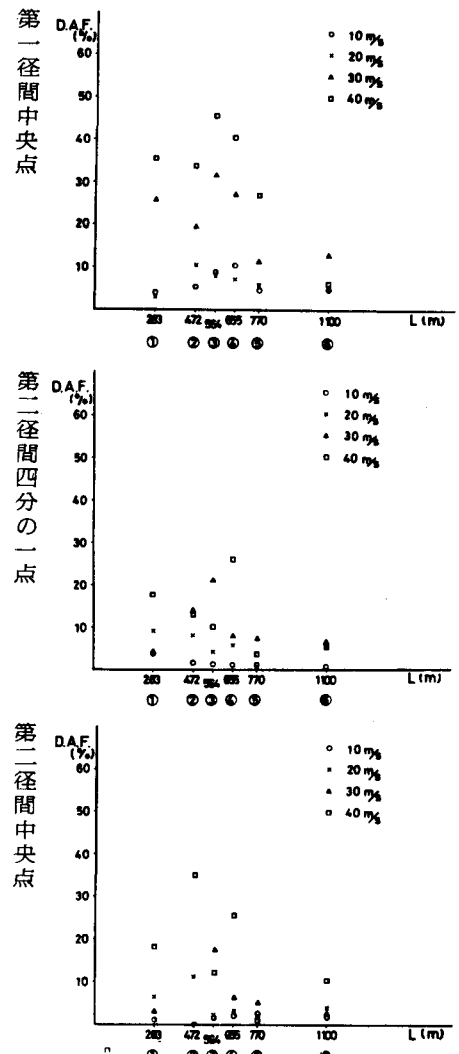
なお、本計算には北海道大学大型計算機センター HITAC M-200 を使用した。

(参考文献)

- (1) 前田幸雄、林正、前田研一：吊橋の固有振動計算法、土木学会論文報告集、第262号、昭52. 6
- (2) 渡辺昇、林川俊郎：吊橋の固有振動解析に関する研究、土木学会北海道支部第36号、p103~p106
- (3) 平井敦、伊藤学：長径間吊橋の活荷重による変形と衝撃
- (4) 小西一郎編：鋼橋 設計編 (5) 平井敦：鋼橋 (6) 日本鋼構造協会編：吊鋼造
- (7) Joseph Vellozzi : Vibration of suspension bridges under moving loads、Journal of the STRUCTURAL DIVISION



図～7 中央径間長—たわみ動的増加率



図～8 中央径間長—曲げモーメント動的増加率