

I-15 三成分地震波入力による構造物の応答スペクトル

北海道大学工学部 正 員 渡 辺 昇
北海道大学工学部 正 員 金 子 孝 吉
北海道大学工学部 学生員 ○富 永 博 夫

1. まえがき

本研究は、水平・上下方向から同時に地震波を入力した場合の 6自由度系の構造物の立体的な地震応答のスペクトルを中心に解析を行なったものである。以下に、実験に用いた非対称支持模型と橋脚を想定したモデルについての解析結果を示す。

2. 三成分地震波入力に対する多自由度応答の理論

解析理論については参考文献 1), 2) で詳しく述べてあるのでここでは簡単に説明する。

非対称支持の剛体モデルを考え、剛体自体の振動変位および角変位が微小である場合、入力方向を $i=X,Y,Z$ 、応答を $j=X,Y,Z$ および各軸回りの回転動を $j=\theta,\varphi,\phi$ とすれば運動方程式は

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = -m \ddot{g}(t) \quad (1)$$

で表わすことができる。ただし、質量マトリックス m は質量 $m(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm})$ と j 軸回りの慣性モーメント $I_j(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm})$ を要素とし、減衰係数マトリックス c は $c_j(j=X,Y,Z \text{ で } \text{kg} \cdot \text{sec} / \text{cm}, j=\theta,\varphi,\phi \text{ で } \text{kg} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm})$ 、復元係数マトリックス k は $k_{jk} \begin{bmatrix} \text{kg} / \text{cm} & \text{kg} \\ -k_{\theta} & -k_{\varphi} \end{bmatrix}$ の 6 行 6 列要素からなる。ここで c/m が一定でない非比例減衰として扱っており、式 (1) をラプラス変換して得られる特性方程式を解くと、6 組の共役な複素根 $-\alpha_k \pm i\beta_k(k=1 \sim 6)$ が得られる。 α_k は減衰定数を示し、 β_k は固有円振動数である。さらに特性方程式の逆マトリックスをとれば伝達関数マトリックス $H(s)$ が求まり、それを逆変換することにより変位インパルス応答関数 $h(t)$ が次式のように求まる。

$$H_i(s) = \sum_{jk} \frac{\gamma_{jk} s + i \delta_{jk}}{(s + \alpha_k)^2 + \beta_k^2}, \quad h_i(t) = \sum_{jk} e^{-\alpha_k t} \left\{ \frac{\gamma_{jk} \alpha_k + i \delta_{jk}}{\beta_k} \sin \beta_k t + \gamma_{jk} \cos \beta_k t \right\} \quad (2)$$

($j=1 \sim 6, k=1 \sim 6$)

従って運動方程式の解は変位、速度および絶対加速度（角変位、角速度、角加速度を含む）が

$$u(t) = \int_0^t h(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau, \quad \dot{u}(t) = \int_0^t \dot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + v(t) \quad (3)$$

$$\ddot{u}(t) + \ddot{z}(t) = \int_0^t \ddot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + a(t)$$

のように Duhamel 積分の形で誘導される。

なお解析にあたっては LUNGE-KUTTA-GILL 法も併用した。

3. 非対称支持模型の応答解析

図-1 に示した非対称支持模型について解析する。特性方程式を解いて求めた固有周期は表-1 のとおりである。

初めに、 X,Y,Z 方向からそれぞれ 100 gal の正弦波を入力したときの応答解析を行なった。図-2 は入力正弦波の周期を変化させていったときに得られる速度応答スペクトル図であるが、これより T_6, T_5, T_3 はそれぞれ X,Y,Z 方向の動きが卓越した固有周

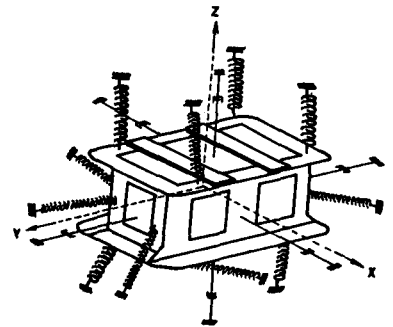


図-1 模型のモデル図

期であることがわかる。このことは図-3 の軌跡図からも明らかである。(a), (b), (c) はそれぞれ入力周期が T_6, T_5, T_3 の固有周期に一致したときのものであり、各成分の動きが入力周期が変化することによって大きく変化している様子がわかる。

次に、6自由度系の運動を 1自由度系に置き換えて入力に対する応答の増幅率をみるために次式のような値を求めてみた。ここで右辺の分子はバネ定数が実際の値のときに構造物が持つ運動エネルギーであり、分母はバネ定数が無限大のときに構造物が持つ運動エネルギーである。従って ER は構造物が同一の入力を受けた場合

表-1 固有周期	
T_1	$=0.109 \text{ (sec)}$
T_2	$=0.138 \text{ (sec)}$
T_3	$=0.177 \text{ (sec)}$
T_4	$=0.224 \text{ (sec)}$
T_5	$=0.305 \text{ (sec)}$
T_6	$=0.323 \text{ (sec)}$

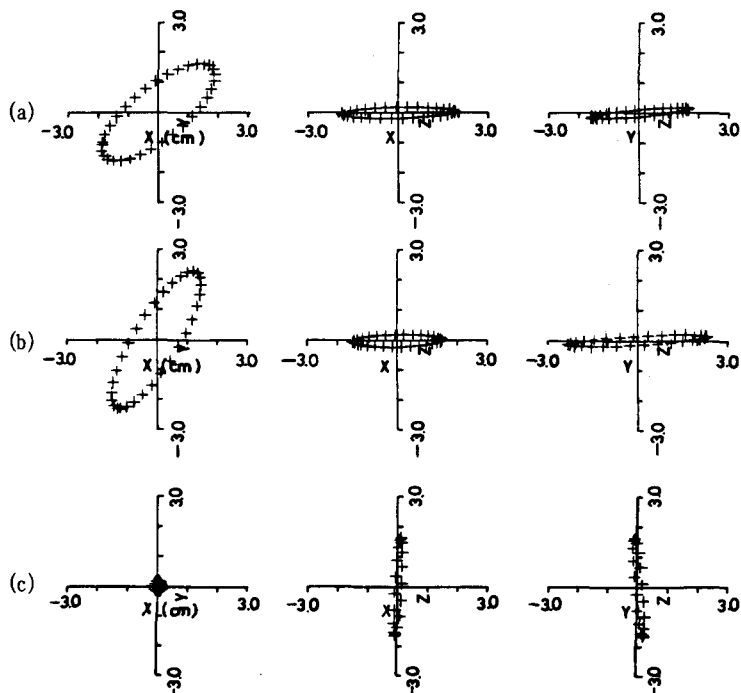


図-3 重心の軌跡図

に、無限大に固い支持状態にくらべて実際の支持状態によってどれだけの運動エネルギーを吸収したかを意味したものとなる。

$$ER = \frac{\left\{ \frac{1}{2} m (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + \frac{1}{2} I_x V_\theta^2 + \frac{1}{2} I_y V_\phi^2 + \frac{1}{2} I_z V_\psi^2 \right\}_{\max}}{\left\{ \frac{1}{2} m \Sigma \left(\frac{a_i}{\omega_i} \cos \omega_i t \right)^2 \right\}_{\max}} \quad (4)$$

ここで入力加速度 $\ddot{x}_i$ は $\ddot{x}_i = a_i \sin \omega_i t$

図-4 は X, Y, Z 方向の入力の周期、振幅を同一なものとして、式(4)の値を各周期ごとにプロットしたものである。図-5 は入力周期が 0.323秒の状態、X, Y, Z の入力振幅比を変化させたときの式(4)の値を三角座標上に数個プロットしたものであり、図-4 の 0.323秒のときの値は図-5 の X:Y:Z=1:1:1 のときの値である。この図からこの入力周期では振幅比が X:Y:Z=1:0:0 のときに運動エネルギーの増幅率が最大になると言える。

さらに自然地震波として / 972 年の Managua (Nicaragua) の記録を用いて応答解析を行なった。地震波の水平 2成分 (NS, EW)、鉛直成分 (UD) は図-8 のとおりで、これらのパワースペクトルは図-6 のようになる。これより水平方向は 0.35秒付近、鉛直方向は 0.15秒付近の周期特性を持っていると言える。またこの地震波は三成分とも振幅の大きさがほぼ等しく、鉛直方向の最大値と水平方向の最大値とが比較的近い時刻に現われているので典型的な直下型の地震波だと言うことができる。非対称支持模型の Y, X, Z 軸をそれぞれ NS, EW, UD 方向に一致させた状態

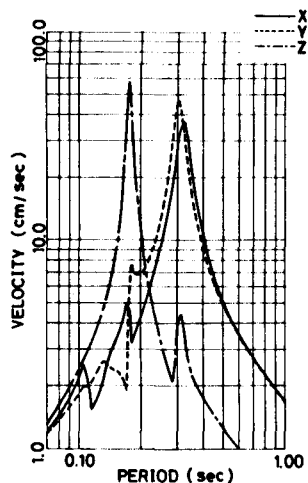


図-2 速度応答スペクトル図

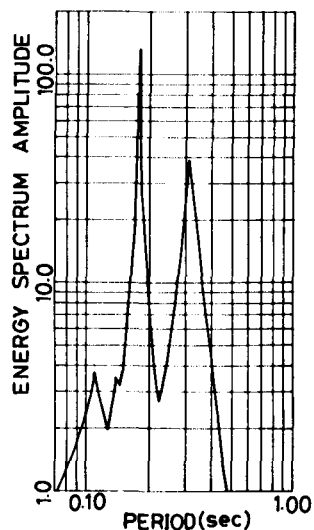


図-4 エネルギーで表現したスペクトル図

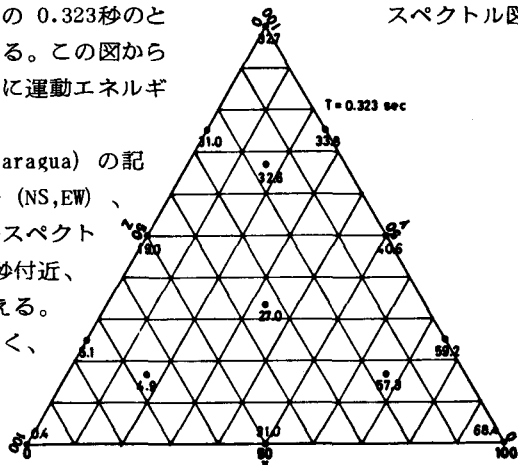


図-5 運動エネルギーの増幅率

でこの地震波を入力した場合の応答を LUNGE-KUTTA-GILL 法を使用して求めた。加速度応答波形およびパワースペクトルは図-9、図-7 のとおりである。これらの図より、NS,EW,UD 方向にそれぞれ 0.32,0.30,0.18秒というほぼ一定の周期で模型が振動していることがわかる。これらは前述した固有周期 T_6, T_5, T_3 に相当するものであり、この周期を持った動きが卓越したためだと言うことができるが、さらに各方向の入力の周期特性が固有周期に近い値だったためとも思われる。加速度応答倍率は 図-6 入力波パワースペクトル 図-7 応答波パワースペクトル 水平方向で 2~3 倍、鉛直方向では 5 倍程度となっている。

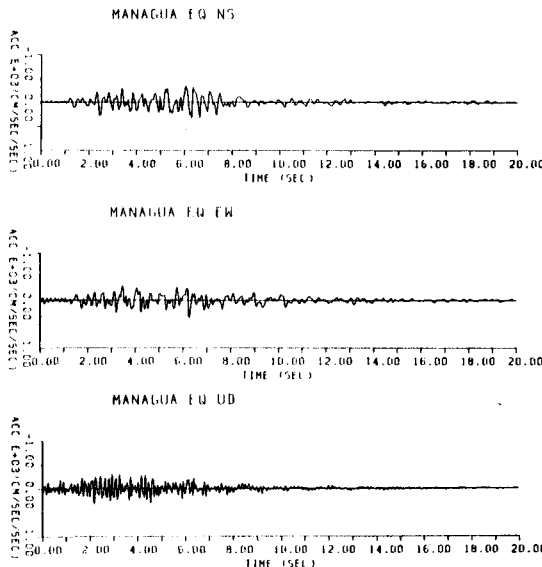
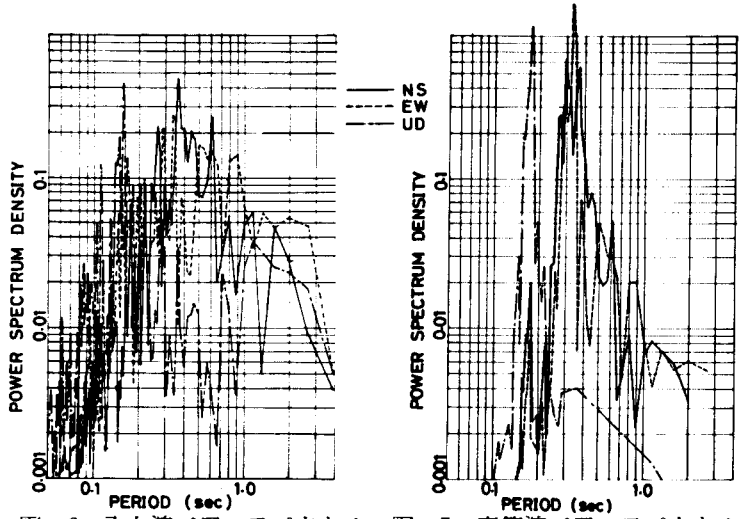


図-8 加速度入力波形

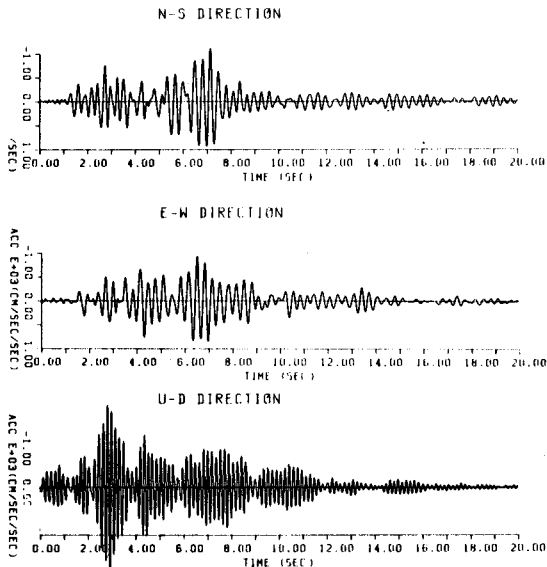


図-9 加速度応答波形

4. 橋脚モデルの応答解析

構造物が橋脚のように剛な場合、その振動性状は地盤によって決まってしまう。これは地盤が弾性的性質を持ち橋脚はあたかもパネで支えられたと考えることができるからである。

図-10(a) のように実際の橋脚を想定した半径 10 m、高さ 40 m のコンクリート製の構造物および周辺地盤を考える。地盤は上下に対しても水平に対しても抵抗するから地盤の性状を等面的に表わすパネ群と考えることができ、構造系を図-10(b) のようにモデル化することができる。直接基礎ではパネはフーチングの底面に連続的に分布しているとみてよいから単位面積当たりのパネを

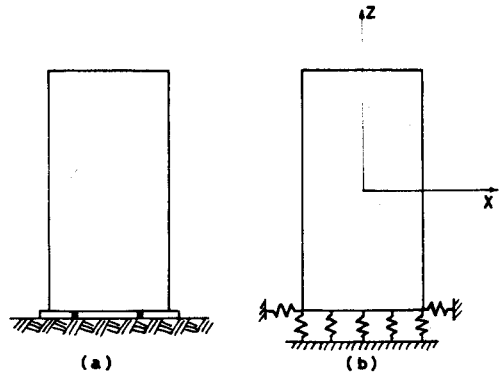


図-10 橋脚と地盤のモデル化

考える。このバネ定数は地盤係数と呼ばれ単位は (kg / cm³) である。橋脚モデルの解析にあたっては固い地盤を想定して、地盤係数を Z, X, Y 方向それぞれ $k_v = 100$, $k_{h1} = k_v / 3$, $k_{h2} = 1.1k_{h1}$ とした。このモデル

表-2 橋脚モデルの構造諸元

$M = 3.01 \times 10^4$	$I_x = 4.77 \times 10^{10}$	$I_y = 4.77 \times 10^{10}$	$I_z = 1.51 \times 10^{10}$		
$C_x = 7.11 \times 10^4$	$C_y = 7.45 \times 10^4$	$C_z = 3.08 \times 10^5$			
$C_\phi = 1.01 \times 10^{12}$	$C_\gamma = 9.74 \times 10^8$	$C_\theta = 8.88 \times 10^0$			
K =	1.05×10^8	0.0	0.0	2.09×10^8	0.0
	1.15×10^8	0.0	-2.30×10^8	0.0	0.0
	3.14×10^8	0.0	0.0	0.0	0.0
			5.39×10^4	0.0	0.0
	SYM.		4.97×10^4	0.0	5.24×10^3

表-3 固有周期

$T_1 = 0.052$ (sec)
$T_2 = 0.054$ (sec)
$T_3 = 0.062$ (sec)
$T_4 = 0.107$ (sec)
$T_5 = 0.307$ (sec)
$T_6 = 0.308$ (sec)

ルは X 軸, Y 軸に関するそれぞれ 2 種類のロッキング振動、Z 方向の併進振動および Z 軸回りの回転振動の 6 種類の振動形があり、復元係数マトリックスにおいて X と ϕ , Y と θ だけが連成した形となり各項は次式より計算できる。

$$\begin{aligned} k_{xx} &= k_{h1}A, & k_{yy} &= k_{h2}A, & k_{zz} &= k_vA, & k_{x\phi} &= k_{\phi x} = \frac{1}{2}hk_{h1}A, & k_{y\theta} &= k_{\theta y} = -\frac{1}{2}hk_{h2}A \\ k_{\theta\theta} &= \frac{1}{4}(r^2k_v + h^2k_{h2})A, & k_{\phi\phi} &= \frac{1}{4}(r^2k_v + h^2k_{h1})A, & k_{\phi\phi} &= \frac{1}{2}r^2k_{h1}A \end{aligned} \quad (5)$$

ここで A, r, h はそれぞれ橋脚の底面積、半径、高さである。

これより構造諸元は表-2 のようになるが、単位は前述のとおりである。固有周期は表-3 のようになる。

この橋脚モデルに Managua の地震波を入力して得た加速度応答波形が図-11、図-12 である。これらの図より NS, EW, UD 方向にそれぞれ

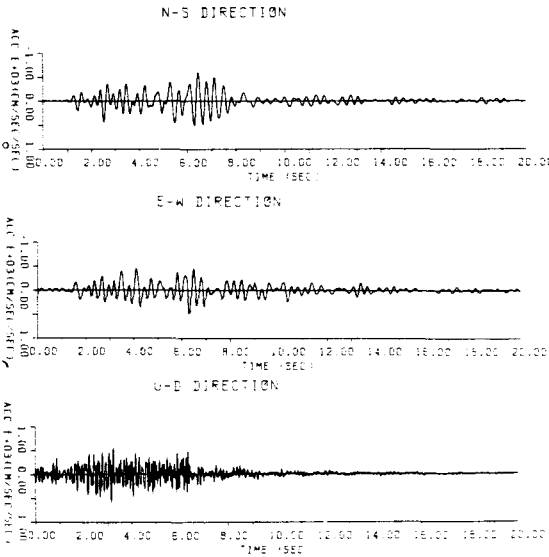


図-11 加速度応答波形

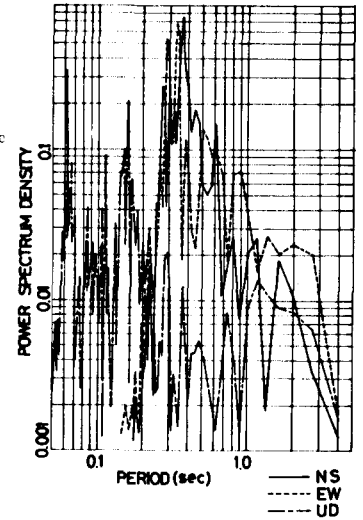


図-12 応答波パワースペクトル

0.35, 0.32, 0.06秒という周期特性を持って振動していることがわかる。

5. あとがき

本研究は、三成分の入力波による非対称構造物の応答を回転成分も考慮して立体的に解析したものであり、3. では応答のスペクトルや軌跡図による表現を試みた。また 4. では橋脚などロッキング振動を伴う実際の構造物においても地盤をバネ群と考えることにより 6 方向の応答を求めることができることを確認した。さらにこの応答を用いて転倒または滑動に対する安全性を検討したり、各入力方向に対する各方向の加速度応答倍率を求めることにより構造物の立体的な耐震設計に役立つものと思う。

なお、本計算には北海道大学大型計算機センター HITAC M-200 を使用した。

※ 参考文献

- 1) 渡辺, 金子, 舩田: 三成分地震波入力による非対称構造物の応答解析, 土木学会北海道支部年次技術発表会論文報告集第36号
- 2) 舩田, 渡辺, 金子: 三成分地震波入力による構造物の振動応答の理論と解析, 土木学会第36回年次学術講演会講演集