

V-1 RC引張部における付着の共同作用に関するモデル化の研究

北海道大学 正員 角田 与史雄

北海道大学 正員 佐伯 昇

北海道大学 正員 堺 孝 司

1. まえがき

最近, その合理的な設計思想故に, 欧米を初め日本でも一般的になりつつある鉄筋コンクリート (RC) の限界状態設計法では, 終局限界および使用限界のあらゆる限界状態に関して, 設計構造の安全性の検討を行なう必要がある。この内, RC部材の変形は, 使用限界状態の観点から検討されるべきものであり鉄筋およびコンクリートの高強度化に伴って設計上重要な問題となってきた。

RC部材の実際の変形挙動を再現するための問題では, コンクリートの引張抵抗を如何に評価するかが主要な課題となると言っても過言ではない。RC部材の曲げ抵抗に寄与するこのコンクリートの引張抵抗は, ひびわれ発生前が主たるコンクリート自身の引張抵抗およびひびわれ発生後が主たる鉄筋との付着作用による引張抵抗とからなる。このように, 荷重の増加と共に引張抵抗の性質が遷移し, 例えばひびわれ発生後の未だ十分ひびわれの発達していない段階ではこれらが共存している。しかしながら, 実際問題として, 両者を厳密に分離評価することは困難であり, ひびわれ発生直後を除きその大部分がコンクリートと鉄筋との共同作用としての付着によるものであるとして取り扱われるのが一般的である。

これまで, RC部材引張部における鉄筋とコンクリートとの付着の共同作用に関する基礎的な研究およびそれらの結果に基づいた種々のモデル化によるコンクリートの引張抵抗の評価に関する研究が数多く行なわれてきた。RC部材の曲げ剛性に対するコンクリート引張抵抗の寄与を予測するための実際的な方法は, 大きく三つに分類することができよう。一つは, コンクリート引張部の応力分布の形状および大きさの変化を経験的に仮定するものである。換言すれば, 各荷重レベル毎にひびわれ間コンクリートの位置によって異なる引張応力分布を平均し, ひびわれ発生前からひびわれ発生後へ連続した分布形状を与えることに相当するものである。Maldague (1) や Grelat (2) などは, このような考え方にに基づき, コンクリート引張応力分布の過渡状態を与えている。他の一つは, ひびわれ間の鉄筋ひずみがコンクリートの引張抵抗によってひびわれ位置の鉄筋ひずみより小さくなることに着目し, 鉄筋の平均ひずみの導入によってコンクリート引張抵抗分を考慮する方法で, ひびわれ断面における鉄筋応力と平均ひずみとの間の関係を与えるものである。換言すれば, 鉄筋の弾性係数をコンクリート引張抵抗の関数として扱うことに相当するものである。Rao (3) や CEB-FIP (4) の考え方がこの方法に属する。また著者らも, この考えに基づく一手法を提案した (5)。この方法は, 鉄筋あるいはコンクリートの実ひずみを得ることができ, 従って, たわみや曲率の計算の他に平均ひびわれ間隔が与えられれば平均ひびわれ幅の計算が可能となるが, ひびわれ前との間に変形の不連続を生じさせるという欠点もある。上述した二つの方法は, 荷重作用として軸力の伴う場合にも適用可能であるという点で有用な方法であると言える。残りの一つは, RC部材の曲げ剛性あるいはモーメント・曲率関係を直接与える方法であり, Branson によって開発されACIのBuilding Codeに採用された方法 (6), Yu and Winter (7), あるいはBeeby and Miles (8) の方法等がある。これらの方法は, 理論的根拠があいまいであるが, ひびわれ前からひびわれ後への連続性が保たれていることと実際の計算が簡単であることから実用性に富んでいると言えるが, 実ひずみを得られず, また荷重作用として軸力の伴う場合には特別な工夫が必要となる (9)。

このように, RC部材引張部における鉄筋とコンクリートとの共同作用としての付着作用によって生じるコンクリートの引張抵抗をモデル化する方法は様々であるが, ひびわれ発生前後の連続性および軸力を伴う場合への適用性という点で, 引張部コンクリートの応力分布を仮定する方法が最も優れている。しかし実際の応力分布は極めて複雑であり, それを厳密に仮定する実用上の意味は薄い。そこで本研究では, ひびわれ発生から連続して変化するコンクリート引張合力の過渡状態を引張鉄筋軸力の関数として表わすモデルを提案し, 実験によりその適合性を検討した。

2. 断面力と変形

鉄筋およびコンクリートの応力・ひずみ関係を線形とし、平面保持の仮定をすれば、ひびわれ発生時および発生後の応力、ひずみ分布は、それぞれ図.1,2のように模式的に描くことができる。図.2に示すように、ひびわれ発生後においては、ひびわれ位置の応力分布とひびわれ間のそれは異なる。すなわち、ひびわれ位置(a)においてはコンクリート引張応力が0で鉄筋の引張応力が最大となり、ひびわれ位置からひびわれ間中央に向うにつれて徐々にコンクリートの引張応力が増加し、それに伴って鉄筋の引張応力は減少し、ひびわれ間中央においてコンクリート引張応力は最大となり鉄筋の引張応力が最小となる。

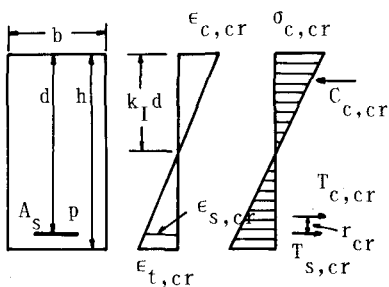


図.1 ひびわれ発生時の応力、ひずみ分布

このような同一荷重レベルにおける中立軸の変化に伴う応力分布の変化をそのままの状態で扱うのは問題を煩雑にするので、一般的には、変化している応力分布を平均した状態で扱われる。すなわち図.2の(c)の状態で取り扱われることが多い。1で述べた最初の方法は、この平均化した応力分布の形状および大きさについての過渡曲線を与えるものであるが、ここではコンクリート引張合力に関する過渡曲線を導入しようとするものであるから、以後、コンクリート引張抵抗は単一の力として扱うこととする。

2.1 ひびわれ発生時

コンクリート引張縁ひずみが $\epsilon_{t,cr}$ のときひびわれが生じるものとすれば、ひびわれ発生時のコンクリート圧縮縁ひずみおよび引張鉄筋ひずみはそれぞれ、中立軸位置を k_1d で表わすと、平面保持の仮定より、

$$\epsilon_{c,cr} = k_1 / (h - k_1) \cdot \epsilon_{t,cr} \quad (1)$$

$$\epsilon_{s,cr} = (1 - k_1) / (h - k_1) \cdot \epsilon_{t,cr} \quad (2)$$

ここで、 $h' = h/d$ を表わす。従って、このときの断面力は次式で表わすことができる。但し、各断面力は無次元化のために軸方向力およびモーメントをそれぞれ bdf_c および bd^2f_c で除し、それらの無次元化量にダッシュを付した。

$$C'_{c,cr} = 0.5 \epsilon_{c,cr} E'_c k_1 \quad (3)$$

$$M'_{C_c,cr} = C'_{c,cr} k_1 \cdot 2/3 \quad (6)$$

$$T'_{s,cr} = np \epsilon_{c,cr} E'_c (1 - k_1) / k_1 \quad (4)$$

$$M'_{T_s,cr} = T'_{s,cr} (1 - k_1) \quad (7)$$

$$T'_{c,cr} = 0.5 \epsilon_{c,cr} E'_c (h' - k_1)^2 / k_1 \quad (5)$$

$$M'_{T_c,cr} = T'_{c,cr} (1 - r'_{cr} - k_1) \quad (8)$$

ここで、 $n = E_s/E_c$, $r'_{cr} = r_{cr}/d$ を表わす。中立軸は、曲げモーメントのみが作用する場合と偏心軸圧縮力が作用する場合で異なり、それぞれ次のようになる。

(a) 曲げモーメントのみが作用する場合

軸方向力のつり合い $C_{c,cr} = T_{c,cr} + T_{s,cr}$ より、

$$k_1 = (np + 0.5 h'^2) / (np + h') \quad (9)$$

このとき、モーメントは、

$$M'_{cr} = M'_{C_c,cr} + M'_{T_s,cr} + M'_{T_c,cr} \quad (10)$$

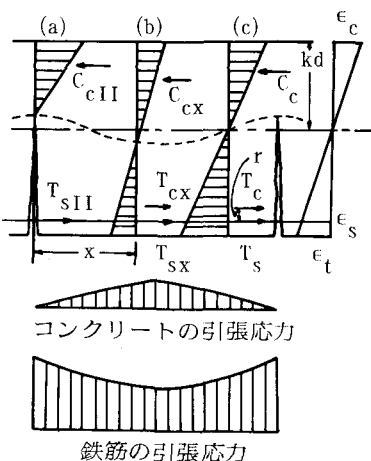


図.2 ひびわれ発生後の応力、ひずみ分布

(b) 偏心軸圧縮力Nが作用する場合

偏心軸圧縮力が断面中央から e なる距離に作用するとすれば、軸方向力のつり合い $N_{cr} = C_{c,cr} - (T_{c,cr} + T_{s,cr})$ 、および断面中央に関するモーメント $M_{c,cr}$ と軸力 N_{cr} との関係 $M_{c,cr} = N_{cr} \cdot e$ とから、

$$k_I = \frac{[h^2(0.5h' + 3e') + 6np(1 - 0.5h' + e')]}{[6eh' + 6np(1 - 0.5h' + e')]} \quad (11)$$

2.2 ひびわれ発生後

ひびわれ発生後の断面力は2.1で示したものと同じ形で表わすことができる。ひびわれ発生後の変形計算は、任意の $T'_s (\geq T'_{s,cr})$ を与えることから始める。

(a) 曲げモーメントのみが作用する場合

鉄筋軸力とひずみとの関係 $T_s = \epsilon_s E_s A_s$ より、

$$\epsilon_s = T'_s / E'_s p, \quad E'_s = E_s / f_c \quad (12)$$

また、 T'_c が T'_s を与えることによって求まる既知量とすれば、軸方向力のつり合いより、

$$k^2 + 2Ak - 2A = 0 \quad (13)$$

ここで、

$$A = (T'_s + T'_c) / (E'_c \epsilon_s), \quad E'_c = E_c / f_c \quad (14)$$

このときのモーメントは、

$$M' = k^3 \epsilon_s E'_c / 3(1-k) + T'_s(1-k) + T'_c(1-r-k), \quad r' = r/d \quad (15)$$

(b) 偏心軸圧縮力Nが作用する場合

鉄筋ひずみは式(12)と同じである。また、軸方向力のつり合いおよびコンクリート圧縮合力作用位置に関する内力と外力のモーメントのつり合いより、

$$N' = 0.5 \epsilon_s E'_s k^2 / (1-k) - (T'_s + T'_c) \quad (16)$$

$$N' = [(T'_s + T'_c)(1 - k/3) - T'_c r'] / (e' - 0.5h' + k/3) \quad (17)$$

式(16), (17)より N を消去すると、

$$k^3 + 3(e - 0.5h')k^2 + 3Ak - 3A = 0 \quad (18)$$

ここで、

$$A = [(T'_s + T'_c)(1 + e' - 0.5h') - T'_c r'] / (0.5 \epsilon_s E'_c) \quad (19)$$

このとき、断面中央に関するモーメントは、

$$M'_c = N' e' \quad (20)$$

3. コンクリート引張部のモデル化

2で述べた方法に従ってRC部材のモーメント・変形関係を計算するためには、ひびわれ発生前から連続的に変化するコンクリート引張合力 T_c およびその作用位置 r が鉄筋軸力 T_s とどのような関係にあるかを明らかにしなければならない。そこで、著者らはまず、CEB-FIPによる鉄筋の平均ひずみに関する式

$$\epsilon_s = \sigma_{sII} / E_s \cdot [1 - (\sigma_{sII,cr} / \sigma_{sII})^2] \quad (21)$$

を利用して、ひびわれ発生後における荷重増分毎の変形状態を予じめ計算した。次に、この荷重ステッ

ブ毎に得られた変形を用いて、図.2の(c)で示した内力 C_c および T_s を計算し、最終的に、軸方向力のつり合いよりコンクリート引張力 T_c を求めた。この計算を、曲げモーメントのみを受ける場合および偏心軸圧縮力を受ける場合の各々について三種類の鉄筋比に対して行なった。その結果を $T_c/T_{c,cr} - T_s/T_{s,cr}$ 関係についてプロットしたものが図.3である。図からわかるように、

$T_c/T_{c,cr} - T_s/T_{s,cr}$ 関係は、載荷種類および鉄筋比によって異なる。しかしながら、それらの影響因子を考慮した $T_c/T_{c,cr} - T_s/T_{s,cr}$ 関係を形式化することは難しい。従って、ここでは、それらの影響を無視した近似式として次式を考慮した。

$$T_c/T_{c,cr} = 1 - 26 [1 - (T_{s,cr}/T_s)^{0.01}] \quad (22)$$

残された問題は、コンクリート引張合力作用位置である。ひびわれ発生後のコンクリート引張合力 T_c の作用位置 r は、ひびわれ発生時のコンクリート引張合力 $T_{s,cr}$ の作用位置 r_{cr} を基点とし、ひびわれ発生後に $r \geq r_{cr}$ となり、更にひびわれが十分に発達すると鉄筋との付着作用によるコンクリート引張力がその大部分となるために、再び鉄筋近傍にもどるという過程をたどるものと思われる。従って、この過程を適当に形式化すればよいわけであるが、ひびわれ発生後、この作用位置が鉄筋近傍へ非常に早くすりつくことが経験的に知られている。すなわち、前述したように、ひびわれ発生後は、コンクリート引張力のほとんどが鉄筋との付着作用によるものと考えることができる。従って、コンクリート引張合力作用位置の連続性を考慮して、ここでは近似的に $r = r_{cr} = \text{一定}$ とする。

このように、コンクリート引張部のモデル化として、コンクリート引張合力およびその作用位置に関する過渡状態の形式化に関する一方法を示すことができた。

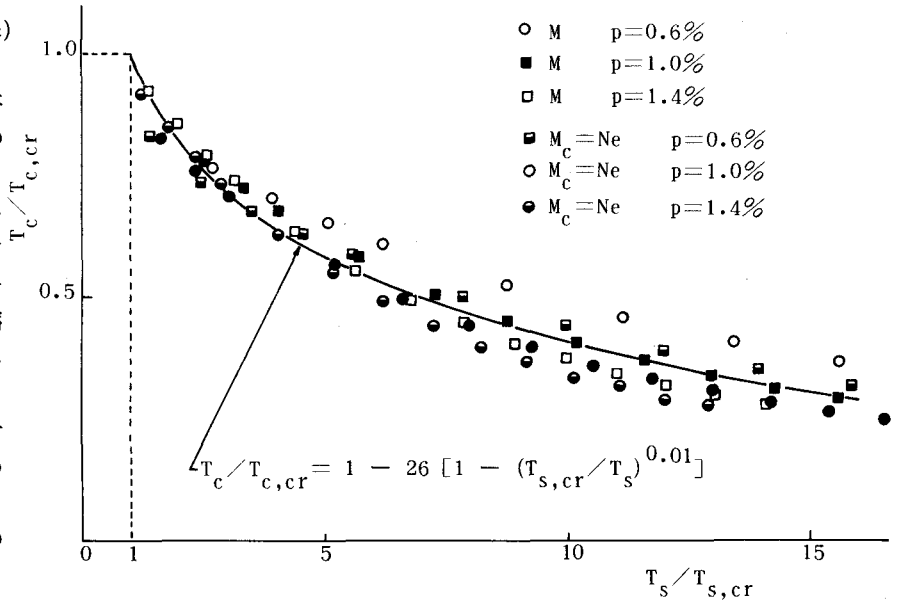


図. 3 コンクリート引張力・鉄筋軸力関係

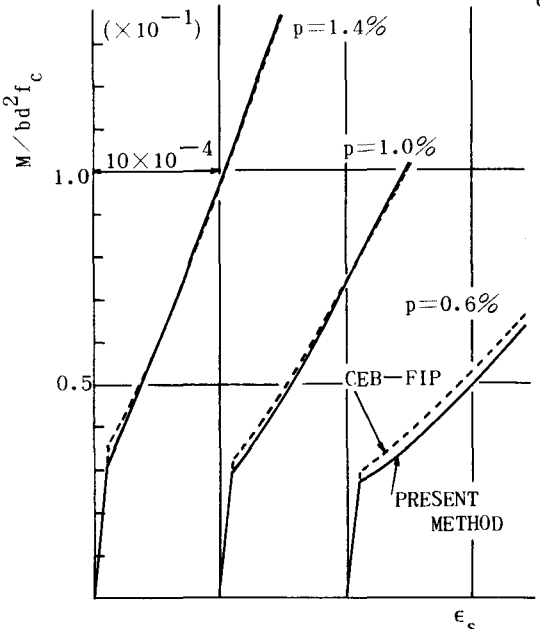


図. 4 モーメント・鉄筋ひずみ関係
(曲げのみを受ける場合)

4. 数値計算例および実験結果との比較

コンクリート引張合力と鉄筋軸力との相互関係の一モデル化を示す式(22)を用い、2で述べた方法に従えば、RC部材断面のモーメント～変形関係を計算することができる。図.4および図.5は、曲げのみを受ける場合および偏心軸圧縮力を受ける場合で、鉄筋比として $p=0.6\%$ 、 1.0% 、 1.4% の三種類についてのモーメント・鉄筋ひずみ関係を計算した結果を示すものである。なお、偏心軸圧縮力を受ける場合のモーメントは断面中央に関するものである。これらの図の実線が本方法であり、比較のために、CEB-FIPで規定されている式(21)を用いて計算した結果を点線で示した。両者の違いは、その大部分が $T_c/T_{c,cr} - T_s/T_{s,cr}$ 関係の形式化にあたって鉄筋比および載荷種類の影響を無視したことに起因するものであるが、RC部材のランダムな挙動を考慮すれば、どちらが実際の挙動に近いかは別問題としてもこの程度の差はあまり問題にならないと言えよう。

ところで、3で述べた様に、ひびわれ発生後におけるコンクリート引張合力の作用位置は、近似的にひびわれ発生時の作用位置に固定したが、厳密に言えば、この作用位置はひびわれの発達と共に変化するものである。従って、もしコンクリート引張合力作用位置の変化を考慮すれば、それに伴って式(22)は異なった形式になることは言うまでもない。コンクリート引張合力作用位置の過渡状態を形式化するためには、コンクリート引張抵抗を、コンクリート自身によるものと鉄筋との付着作用によるものとに明確に分離評価しなければならないが、現段階においてその実現は困難である。

ここで述べた方法とRC部材の実際の挙動との適合性を検討するために、RC部材に曲げのみおよび偏心軸圧縮力を作用させる実験を行なった。共試体は何れも、 $15\text{cm} \times 30\text{cm}$ なる単鉄筋く形断面であり、有効高さ $d = 27\text{cm}$ とした。載荷は、曲げのみの場合は二点荷重、また偏心軸圧縮力の場合は測定対象断面と同じ断面を有

するアームの先端に軸方向力を作用させることによって行なった。ひずみの測定領域は何れも中央部 200cm であり、コンクリート圧縮縁のひずみはwire strain gauge で10箇所、また引張部のひずみは、曲げのみを作用させる場合は供試体側面鉄筋位置で、偏心軸力を作用させる場合は供試体底面鉄筋位置で、

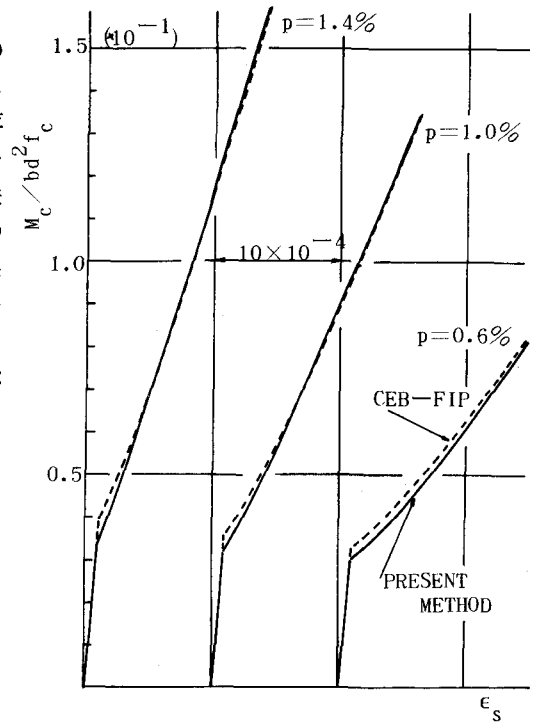


図. 5 モーメント・鉄筋ひずみ関係
($M_c = Ne$, $e = 2.037$)

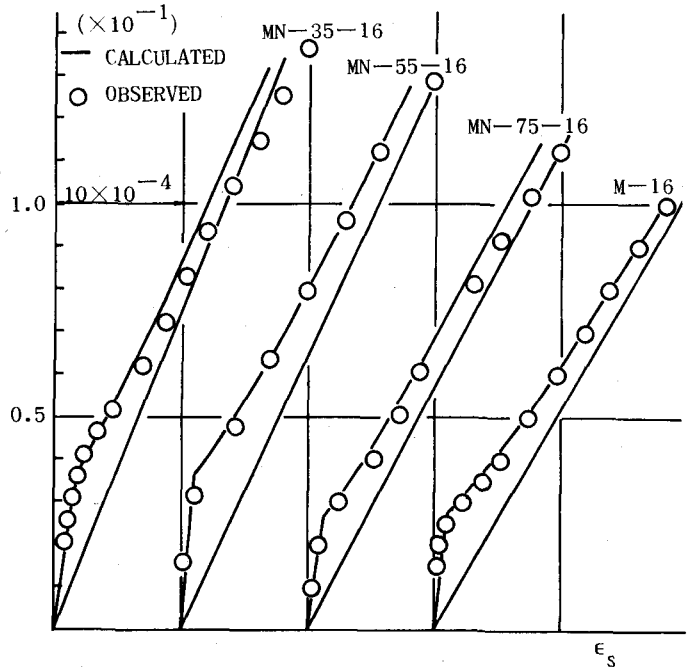


図. 6 モーメント・鉄筋ひずみ関係の実験値との比較

それぞれ 4cm間隔で, contact strain meterによって測定した。

図.6,7は, モーメント・鉄筋位置ひずみ関係の実験値と, それぞれに対応する数値計算結果との比較を示したものである。なお, 数値計算におけるひびわれ時のひずみは, 実験結果より推定した値を用いた。また, 図中には, 引張コンクリートを無視した場合について計算した結果をも載せた。各供試体番号は, 例えば, MN-35-16 は, 偏心軸圧縮力を受ける場合で, 断面中央から軸力作用位置までの距離が35cm, かつ使用鉄筋がD16

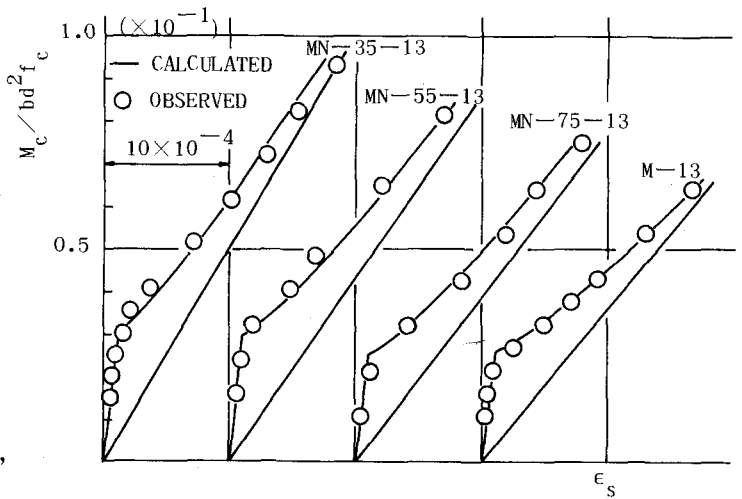


図. 7 モーメント・鉄筋ひずみ関係の実験値との比較

×2であることを示し, M-13は, 曲げのみを受ける場合で使用鉄筋がD13×2であることを示す。図.6, 7 は, 一部の供試体を除いて, 実験結果が引張部コンクリートを無視した状態との関係においてほぼ妥当な値であることおよび実験結果とそれに対応する数値計算結果とが良く一致することを示しており, このことは, 本方法によってRC部材の変形挙動を十分予測できることを示すものである。

4. あとがき

本論文は, RC部材引張部における鉄筋とコンクリートとの共同作用としての付着作用によって生じるコンクリート引張抵抗の一モデル化として, コンクリート引張合力を鉄筋軸力の関数によって表示し, それを用いて計算したRC部材の変形挙動をCEB-FIPに従って計算した場合と比較すると共に, 実験によってその適合性を検討した。その結果, ここで述べた方法の妥当性が明らかになった。

なお, 本研究は文部省科学研究費によって行なったものであり, 実験では北海道大学工学部土木工学科構造工学講座の木村勉技官の協力を受けた。ここに合せて謝意を表する。

(参考文献)

- (1) Maldague, J.C., : Contribution a l'Etude des Déformations Instantanées des Poutres en Béton Armé, Annales de l'ITBTP, No 213, Sep. 1965, p.1176.
- (2) Grelat, A., : Comportement Non Linéaire et Stabilité des Ossatures en Béton Arme, Annales de l'ITBTP, No 336, Nov. 1978, p.109.
- (3) Srinivasa Rao, P., : Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, No.177, 1966, 99p.
- (4) CEB-FIP, : Model Code for Concrete Structures, 1978, p. 166.
- (5) 堺, 能町, 角田., : 曲げ引張部の剛性の仮定とRCはりの変形について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第35号, 昭和54年.
- (6) Branson, Dan E., : Instantaneous and Time-Dependent Deflections on Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams, Alabama Highway Research Report, No.7, 1963.
- (7) Yu, W.W. and Winter, G., : Instantaneous and Long-Time Deflections of Reinforced Concrete Beams under Working Loads, ACI Journal, V57, No.1, July.1960, pp29-50.
- (8) Beeby, A.W. and Miles, J.R., : Proposals for the Control of Deflection in the New Unified Code, Concrete (London), Mar.1969, pp.101-110.
- (9) 堺, 角田, 能町., : Branson式の拡張による曲げと軸力を受けるRC部材の曲げ剛性の評価, 土木学会第34回年次学術講演会, V-156, 昭和54年, p.309.