Ⅳ—12　目標計画法による住宅立地の最適化に関する研究

北海道大学　学生員　○上田 敏
北海道大学　正会員　山形 耕一
北海道大学　正会員　佐藤 馨一

1. はじめに

現在、東京・大阪等大都市においては地価水準の高さ等から住宅取得能力と住宅価格の乖離が依然として大きく、人口増加と宅地等資源不足も加わって住宅取得は非常に困難な状態となっている。 仙台・広島等地方都市においても、従来住宅取得の面では大都市に比べて比較的容易ではあったが、住環境を含む総合的な居住水準の向上や地方への人口定住の進展により大都市と同様な住宅・宅地の需給問題が生じている。

住宅立地を考える場合、「都心または勤務地までの距離」，「住宅・宅地の広さ」，「住宅・宅地に要する費用」，「緑とオープンスペース」，「種々の公共施設の有無」，「周囲の騒音」等の複合的に絡みあった諸問題が考えられるが、本研究では、この中で、「都心または勤務地までの距離(利便性)」，「宅地の広さ」，「宅地に要する費用」の3目標を主要目標として捉えている。 しかしながら、この3目標は一方の目標の達成度を高めようとすると、他方の目標の達成度は低めざるを得ないといった、いわゆる「トレード・オフ」の関係になっている。 そこで本研究においては、「単一目標の達成度を最大化するよりは、複数の目標の達成度をバランスをもって最大化する」という目標計画法の考えに基づき、札幌市を例に、バランスのとれた住宅立地のモデル化をはかるものである。

2. 住宅立地と目標計画法（ゴールプログラミング）[(1),(2),(3),(4)]

目標計画法とは、多目的最適化手法の1つであり、パレート(Pareto)域を形成する非劣解集合（パレート最適解集合）の中から、各目的関数に達成すべき目標水準を定め、その差が最小になるように最適解（選好解）を求めるものである。

その図式解を示すと図1のようになる。 ここでは「開いたL字型効用関数」を用いているが、これは、「無差別曲線」を近似したものであり、例えば、目標G_1の選好領域（$\Delta G_d G_s h_{1s}$）では目標G_2に重みを置き、G_2の選好領域（$\Delta G_d G_s h_{2s}$）ではG_1の方に重みを置いたものである。 求める選好解は開いたL字型効用関数（図1の破線部分）と実行可能領域S（図1の斜線部分）の交点Pで与えられる。

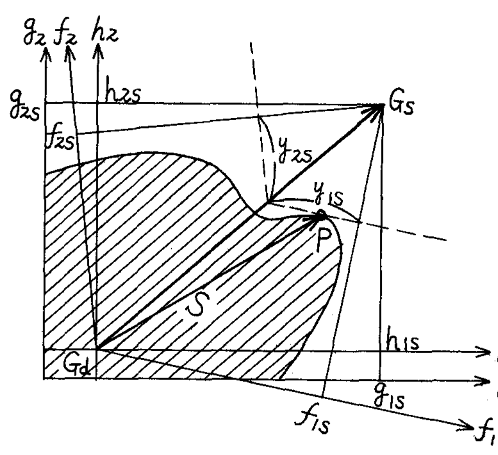

図1　目標計画法による図式解

g_1, g_2；目標G_1, G_2の目的関数
G_d；目標G_1, G_2の最低水準
G_s；目標G_1, G_2の目標水準
S；実行可能領域

本研究においては、前述の3目標に対して、それぞれ目的関数を与え、「利便性」，「広さ」，「費用」の3目標に対して均衡解を得る定式化〔定式化(Ⅰ)〕と，「利便性」と「広さ」の2目標に費用等の制約条件を加えて選好解を求める定式化〔定式化(Ⅱ)〕について考察を試みた。

(1) 定式化(Ⅰ)

まず、各目標G_iの目的関数$g_i(x)$と達成度の関係を示す式は次式で与えられる。

(a) $g_i(x) - g_{id} + y_{is} - z_{is} = g_{is}$　ただし　g_{id}；目標G_iの最低水準

g_{is}；目標G_iの目標水準

y_{is}, z_{is}；目標G_iからの乖離を示す補助変数

$i = 1, 2, 3$

次に、各目標のバランスを(b)式のように定義する。

(b) $y_{is} / \lambda_i = const.$　　ただし　$\lambda_i = g_{is} - g_{id}$

「利便性」,「広さ」,「費用」の3目標の達成水準を決める目的関数をそれぞれg_1, g_2, g_3とし、次のように定義する。

(c) $g_1(x) = -x_1$　　　x_1；都心(大通)までの時間距離(分)

$g_2(x) = x_2$　　　x_2；宅地面積(m^2)

$g_3(x) = -P(x_1)x_2$　　　$P(x_1)$；地価関数(千円/m^2)[5]

$P(x_1) = -1.3268x_1 + 61.6235$

ただし、時間距離は、国鉄・地下鉄・バスを利用するものとし アクセス時間は一率5分，歩行速度は一率80 m/分 とし、都心大通までの時間を国鉄・地下鉄・バス時刻表より求めたものである。[6] $P(x_1)$は、都心大通から時間距離x_1分の地点の地価(昭和53年公示価格；千円/m^2)を示す関数であり，札幌市の市街化区域内の82地点の時間距離と宅地公示価格の回帰分析によるものである。 寄与率は0.77である。

制約条件は、

(d) $g_{id} \leqq g_i(x) \leqq g_{is}$　(各目的関数の水準の範囲)

$x \geqq 0,\ y_{is} \geqq 0,\ z_{is} \geqq 0$

表1 定式化(Ⅰ)における均衡解

大通までの所要時間	地代＼宅地	50−100(m^2)	100−150	150−200
10−40(分)	300−500(万円)	17.2 (23)	23.5 (45)	28.0 (60)
		88 (24)	128 (44)	170 (60)
		345 (23)	390 (45)	416 (58)
	400−600	13.0 (10)	20.2 (34)	25.0 (50)
		95 (10)	133 (34)	175 (50)
		422 (11)	464 (32)	498 (49)
	500−700		16.6 (22)	22.0 (40)
			138 (24)	180 (40)
			546 (23)	584 (42)
	600−800		13.6 (12)	19.3 (31)
			144 (12)	184 (32)
			628 (14)	664 (32)
	700−900		10.6 (2)	16.6 (22)
			149 (2)	189 (22)
			708 (4)	748 (24)

(　)内は不達成度(%)
空欄は達成度が100%を越えることを意味する

この定式化において均衡解を求めるためには、(a)式〜(d)式の条件のもとで、y_{is}(iは任意の1つ)を最小にすればよく、「利便性」,「広さ」,「費用」の3目標に対して最も達成度の高い均衡解が得られる。

本研究では、目標G_iの最低水準g_{id}と目標水準g_{is}を変化させて分析を行なった。(表1) ただし、g_{id}とg_{is}は札幌市の宅地事情を考慮して仮定したものであるが、「利便性(時間距離)」の最低水準と目標水準だけは、$g_{1d} = 40$(分), $g_{1s} = 10$(分)と固定した。

表1の分析結果は、上から順に、時間距離，広さ(宅地面積)，費用の均衡解を示したものであるが、例えば、g_1, g_2, g_3の最低水準がそれぞれ，40(分)，100(m^2)，700(万円)で、目標水準をそれぞれ、10(分)，150(m^2)，500(万円)とする人は、時間距離16.6(分)，広さ138(m^2)，費用546(万円)の住宅立地を考えればよいことになり。そのときの不達成度は、順に22%，24%，23%となり、それぞれの目標に対し

てかなり高い満足度が得られていることがわかる。

しかしながら、実際問題としての住宅立地を考える場合、単に「利便性」，「広さ」，「費用」の３目標を同等にしてバランスをとる定式化だけでは不十分であり，「利便性」あるいは「広さ」のどちらかに重みをおいた住宅立地を考える必要性もでてくる。従って、次の〔定式化（Ⅱ）〕では、このような場合のモデル化を試みることにする。

（２） 定式化（Ⅱ）

ここでは前述のとおり、「利便性」，「広さ」の２目標を考え，これに費用等の制約条件を加えて選好解を求めるものであるが、この場合の各目的関数と達成度の関係を示す式は次のようになる。

(a) $\sum_{i=1}^{2} C_{it}\, g_i(x) - \sum_{i=1}^{2} C_{it}\, g_{id} + y_{ts} - z_{ts} = f_{ts}$　　C_{it}；座標変換係数

f_{ts}；斜交座標系での目標水準

$i=1,2$　　$t=1,2$

各目標のバランスは、この場合，斜交座標系（図１）で与えられ、次のようになる。

(b) $y_{ts}/f_{ts} = const.$

目的関数は〔定式化（Ⅰ）〕と同様に、

(c) $g_1(x)=x_1$, $g_2(x)=x_2$

で与え、制約条件としては、費用の制約と達成度の制約および各目的関数の水準の範囲を考え、それぞれ、

(d) $P(x_1)x_2 \leq cost$

$g_i(x) \geq \alpha_i g_{is}$　（α_i：定数）

$g_{id} \leq g_i(x) \leq g_{is}$

$cost$；地代に要する費用

で与えられる。これに〔定式化（Ⅰ）〕と同様に、

(e) $x \geq 0$, $y_{ts} \geq 0$, $z_{ts} \geq 0$

なる条件を加え、(a)式～(e)式の条件のもとで、y_{ts}（tは任意の１つ）を最小化してやれば、「利便性」，「広さ」の２目標に対して最も達成度の高い選好解が得られる。なお、〔定式化（Ⅱ）〕では、「利便性」あるいは「広さ」のどちらかに重みをおいているため、選好解を「距離選好型」と「広さ選好型」に分けて求めている。

まず、(d)式において$\alpha_i=0$すなわち、各目標の達成度に制約がない場合を考えてみると、求める選好解は、距離選好型にしても広さ選好型にしても、１つの目標の達成度が１００％になるまで、他の目標の達成度を下げるといったかたちになっている。すなわち、得られる選好解が非常にアンバランスなものになっているわけである。

表２．定式化（Ⅱ）における選好解

大通までの所要時間	宅地 ＼ 地代	50 −100(㎡)	100 −150	150 −200
10 −40 (分)	300 (万円)	18.2 (27) 80 (40)		
		22.0 (40) 92 (15)		
	400	10.0 (0) 83 (35)		
		16.3 (21) 100 (0)		
	500		17.5 (25) 130 (40)	
			21.3 (38) 150 (0)	
	600		11.7 (6) 130 (40)	21.3 (38) 180 (40)
			16.3 (21) 150 (0)	22.0 (40) 185 (30)
	700		10.0 (0) 145 (10)	17.1 (24) 180 (40)
			11.3 (4) 150 (0)	20.0 (33) 200 (0)

上段；距離選好型　　下段；広さ選好型

（　）内は不達成度（％）

斜線部分は選好解が存在しないことを示す

空欄は達成度が１００％を越えることを意味する

そこで本研究では、そのようなアンバランスを解消するために、「どの目標の不達成度も、ある水準以上になってはならない」といった達成度の制約条件をつけたのである。各目標の不達成度を４０％以下におさえて

分析した場合の結果が表2に示してある。 たとえば、g_1(利便性) およびg_2(広さ) の最低水準が、それぞれ40（分）, 100（m^2）で、目標水準がそれぞれ10（分）, 150(m^2)で、制約条件として費用が500万円である人は、「距離選好型」である場合は、時間距離17.5（分）宅地面積130（m^2）の住宅立地を考えればよいことになり、そのときの不達成度は、順に25%, 40%となる。同様に、「広さ選好型」である場合は、時間距離21.3（分）, 宅地面積150（m^2)の住宅立地を考えればよいことになり、そのときの不達成度は、順に38%, 0% となる。

〔定式化（Ⅱ）〕における選好解を図式解で求めたのが図2である。 ここでは、便宜的に直線型の効用関数（180°開いたL字型効用関数；A, B）を用いているが、距離選好の領域では「広さ」に重みをおき、広さ選好の領域では「距離」に重みをおくような、開いたL字型効用関数を用いれば、効用関数の開く角度によっては、点Rで選好解をもつこともあるが、これは、〔定式化（Ⅰ）〕において「~~費用~~を固定した場合にほかならない。

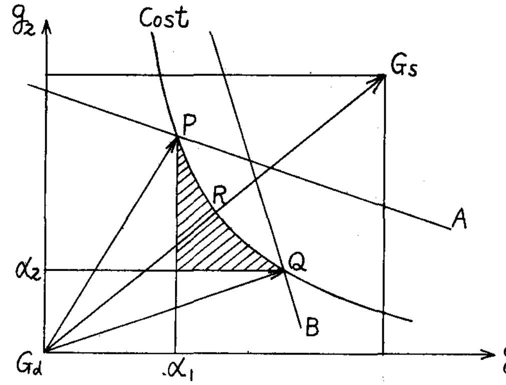

図2 定式化（Ⅱ）における図式解

$\widehat{PQ}$；パレート最適解の集合
P ；広さ選好型の解
Q ；距離選好型の解
A, B；効用関数

3．結論

本研究では、住宅立地問題に目標計画法（ゴールプログラミング）を応用して分析し、宅地選好の過程をモデル化することができた。 具体的には、「利便性」,「広さ」,「費用」の3目標に対して達成度のバランスをはかるモデル化と、「利便性」,「広さ」の2目標に費用等の制約を加え、「距離選好型」と「広さ選好型」に分けて選好解が得られるモデル化がなされたわけである。 また、アンケート調査によって、各目標の最低水準目標水準および所得等の分布がわかれば、今後いかなる質の宅地がどれだけ需要があるかがわかるようなモデルに展開することができる。

〔参考文献〕

(1) 伏見多美雄・山口俊和；複数の目標をバランスよく達成するための数理計画的方法, 経営科学19巻2号 1975
(2) 青木洋一；多目的最適化手法, オペレーションズ・リサーチ Vol.23 No.8 1978
(3) 志水清孝；多目的システムにおける意志決定と最適化, オペレーションズ・リサーチ, Vol.22, No.6 1977
(4) 志水清孝；システム最適化理論, コロナ社, 1976
(5) アロンゾ；立地と土地利用, 朝倉書店, 1966
(6) 真嶋二郎・加藤玲；札幌市における住宅地型と宅地事情の地区的特性, 日本建築学会梗概集, 1978