

I-21 三成分地震波入力による非対称構造物の応答解析

北海道大学工学部 正 員 渡 辺 昇
 北海道大学工学部 正 員 金 子 孝 吉
 北海道大学工学部 学生員〇舩 田 直 之
 函館高専 正 員 三 浦 登

1. ま え が き

本研究は、水平方向(X,Y方向)と上下方向(Z方向)から地震波を同時に立体的に入力した場合の 非対称支持構造物の X,Y,Z 方向およびそれらの軸回りの回転の応答を調べたものである。実際の地震波が入力された場合、水平および上下方向の変位、速度あるいは加速度の応答についてばかりでなく 特に回転成分についての応答に注目した。

解析的には6自由度系の質点モデルであり、質量・減衰係数が一定でない非比例減衰の場合を扱った。

2. 6 自 由 度 モ デ ル の 運 動 方 程 式 お よ び 解

回転を考慮した運動方程式は、座標の原点を重心の位置にとれば式(1)で表わされる。

$$m \ddot{U}(t) + c \dot{U}(t) + k U(t) = -m \ddot{g}(t) \quad (1)$$

$$m = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_\psi \end{bmatrix}$$

m : 剛体の質量 ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$)
 I_i : i 軸回りの慣性モーメント ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}$)
 C_i : 減衰係数 ($i=X,Y,Z - \text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$
 $i=\theta,\phi,\psi - \text{kg} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm}$)

$$k(t) = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} & k_{x\theta} & k_{x\phi} & k_{x\psi} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} & k_{y\theta} & k_{y\phi} & k_{y\psi} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} & k_{z\theta} & k_{z\phi} & k_{z\psi} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta z} & k_{\theta\theta} & k_{\theta\phi} & k_{\theta\psi} \\ k_{\phi x} & k_{\phi y} & k_{\phi z} & k_{\phi\theta} & k_{\phi\phi} & k_{\phi\psi} \\ k_{\psi x} & k_{\psi y} & k_{\psi z} & k_{\psi\theta} & k_{\psi\phi} & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \quad \ddot{U}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{u}_x(t) \\ \ddot{u}_y(t) \\ \ddot{u}_z(t) \\ \ddot{u}_\theta(t) \\ \ddot{u}_\phi(t) \\ \ddot{u}_\psi(t) \end{bmatrix} \quad \dot{U}(t) = \begin{bmatrix} \dot{u}_x(t) \\ \dot{u}_y(t) \\ \dot{u}_z(t) \\ \dot{u}_\theta(t) \\ \dot{u}_\phi(t) \\ \dot{u}_\psi(t) \end{bmatrix} \quad U(t) = \begin{bmatrix} u_x(t) \\ u_y(t) \\ u_z(t) \\ u_\theta(t) \\ u_\phi(t) \\ u_\psi(t) \end{bmatrix} \quad \ddot{g}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{g}_x(t) \\ \ddot{g}_y(t) \\ \ddot{g}_z(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

K_{ij} : 復元係数
 $\begin{bmatrix} \text{kg/cm} & \text{kg} \\ & \text{kg} & \text{kg} \cdot \text{cm} \end{bmatrix}$
 $U_i(t)$: 相対変位又は軸回りの角変位
 $\ddot{g}(t)$: 地震動加速度

式(1)をゼロ初期条件のもとで LAPLACE 変換を行なえば特性方程式が誘導でき、さらに逆変換することにより応答の式が求められる。固有周期としては 特性方程式を解くことにより得られた6組の共役複素根 $-\alpha_k \pm \beta_k$ ($k=1,6$)のうち β_k で示される。また α_k は減衰定数を示し、正の場合には動的にも安定となる。さらに特性方程式の逆マトリクスをとれば伝達マトリクスが求まり それを逆変換することにより変位インパルス応答関数 $h(t)$ が求まり 運動方程式(1)を解くことにより相対変位(角変位),速度(角速度)および絶対加速度(角加速度)は次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \int_0^t h(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau, \quad \dot{u}(t) = \int_0^t \dot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + v(t) \\ \ddot{u}(t) + \ddot{z}(t) &= \int_0^t \ddot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + a(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、速度応答には外力の加速度を含む $v(t)$ が加わり 絶対加速度の応答には外力加速度をさらに時間微分した量 $a(t)$ が加わることになる。それらのうち X 要素のみを示すと

$$v_x(t) = \sum_{jk} x_{jk} \ddot{x}_j(t), \quad z_x(t) = \sum_{jk} (2x_{jk}\alpha_k - x_{jk}\delta_{jk}) \ddot{x}_j(t), \quad a_x(t) = \sum_{jk} x_{jk} \frac{d\ddot{g}(t)}{dt}$$

となる。さらに 周波数領域において振動系の特性を表わす周波数応答関数は 変位インパルス応答関数マトリクス $h(t)$ より、変位と加速度についてはそれぞれ次のように表わせる。

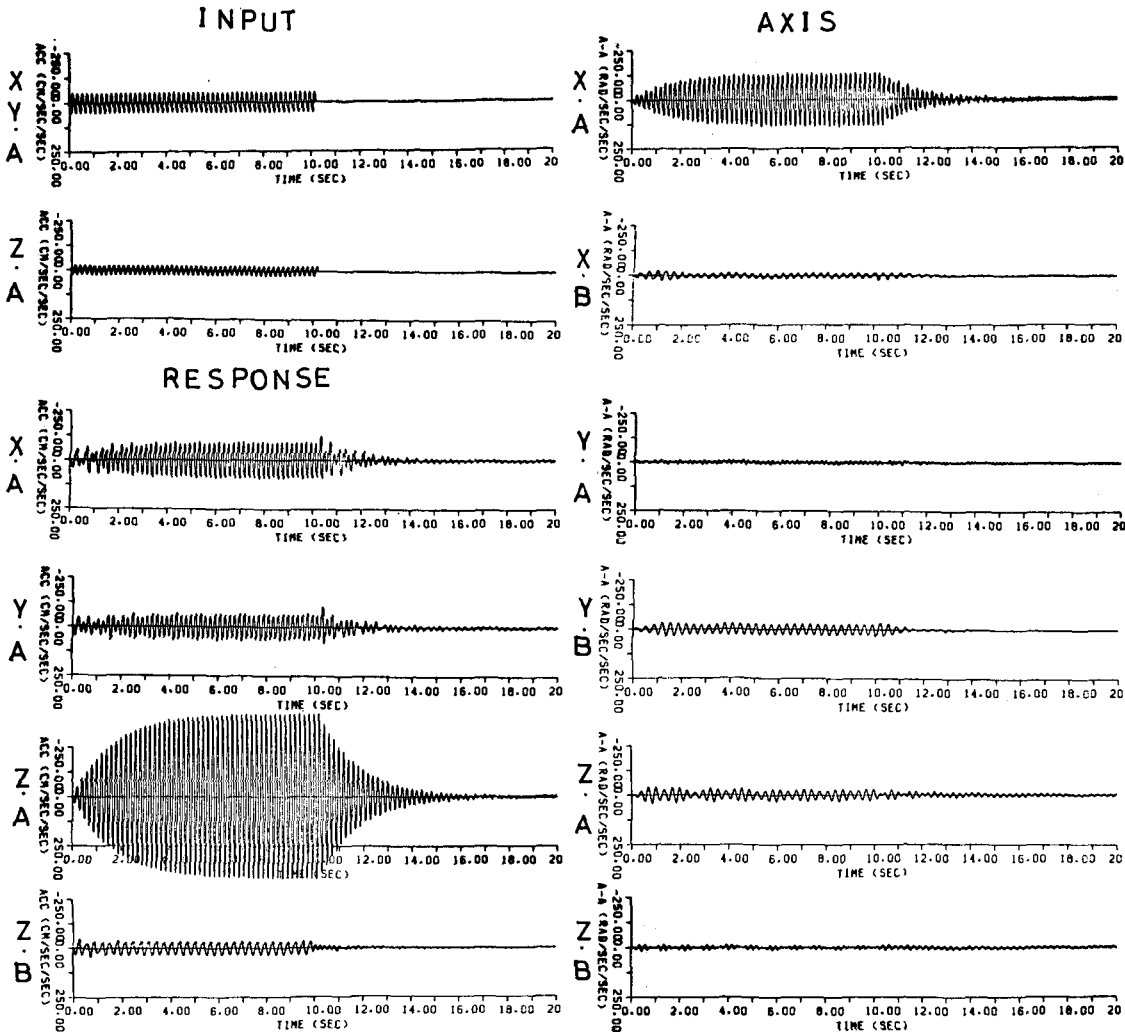
$$H_j(\omega) = \sum_k \frac{i \delta_{jk} + i \omega \gamma_{jk}}{\alpha_k^2 + \beta_k^2 - \omega^2 + 2 i \alpha_k \omega} \quad (\text{変位})$$

$$H_j(\omega) = \sum_k \frac{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(2 i \gamma_{jk} \alpha_k - i \delta_{jk}) + i \omega (3 \gamma_{jk} \alpha_k^2 - 2 \delta_{jk} \alpha_k - \gamma_{jk} \beta_k^2)}{\alpha_k^2 + \beta_k^2 - \omega^2 + 2 i \alpha_k \omega} \quad i^2 = -1 \quad (\text{絶対加速度})$$

3. 数 値 計 算 例

室内実験に使用した剛体モデルの構造諸元は表(1)に示してある。そのうち、質量・慣性モーメントは実験と同じ値を用い 復原係数も測れる範囲内ではそのまま用い測定できない係数は妥当と思われる値を仮定して使用することにした。

この剛体モデルの固有値は 特性方程式を解いて表(2)に示されるように6組存在する。モデルの周期特性を調べるために正弦波を入力させてその応答を調べた。図(2)－Aに示してあるのは X と Y 方



図(2)－A,B

向に最大100GAL,Z方向に最大50GALの正弦波を0.2秒の周期で入力した場合の応答波形である。(三方向とも円振動数は同じ)入力時間は10秒とし応答解析時間は20秒とする。図(2)-Bで示してあるのは、入力の大きさはAと同じで入力周期が0.36秒の場合の応答波形である。入力に対してAはZ方向(上下)でかなり卓越しているのがわかり回転ではX軸回りがかなりの大きさで卓越している。一方Bの方では、Z方向

$\eta = 1.48 \times 10^{-2}$
 $I_x = 1.42 \times 10^1$
 $I_y = 2.56 \times 10^1$
 $I_z = 2.80 \times 10^1$
 $C_x = 4.0 \times 10^{-2}$
 $C_0 = 4.0 \times 10^{-3}$
 1.8×10^{-1}

$\text{kg sec}^2/\text{cm}$
 $\text{kg sec}^2/\text{cm}$

 kg sec/cm
 kg sec/cm

表(1) 構造諸元

向の応答はAに比べてかなり小さくほぼ入力と同じだがY軸回りの回転がかなり大きく出ている。すなわち、X:Y:Z=100:100:50で入力されても応答はそれに比例するわけではなく各成分のもつ固有周期に対して卓越したりしなかったりする。一般には定常状態になれば入力波である正弦波の波形になるが、軸回りの回転成分においては定常化が遅れたりうなり現象を示すこともあった。

次に入力がX=100GAL,Y=Z=0の応答スペクトル図を図(3)-A,Bに示す。AはX,Y方向のスペクトル図であり、Xは T_5 付近でYは T_6 付近でピークを持っているのがわかる。一方Bの方は各軸回りのスペクトル図であり、X軸回りは T_6 ,Y軸回りは T_5 ,Z軸回りは T_4 付近にピークを持っている。

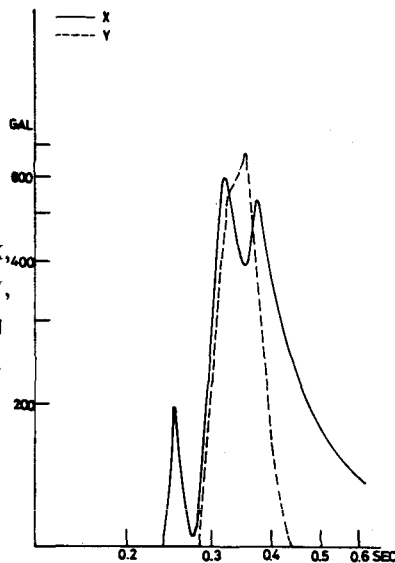
ここで、実際の地震動として1968年の十勝沖地震の八戸港湾での記録を用いて応答解析を行ったものを示す。応答は式(2)で計算したが他に数値計算によるLUNGE-KUTTA-GILL法も使用した。図(4)-Aは入力加速度三成分でBは各方向の絶対加速度の応答波形および二成分ごとの軌跡図である。軌跡図は5秒ごとに区切りさらにX-Y,Y-Z,Z-Xの三

表(2) 固有値

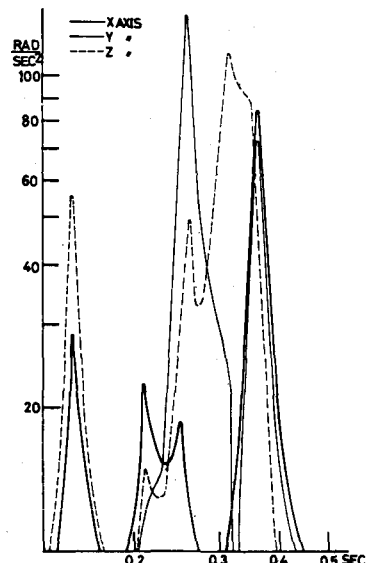
固有周期	減衰定数
$T_1=0.128$	$\alpha_1=2.66 \times 10^{-4}$
$T_2=0.146$	$\alpha_2=1.54 \times 10^{-3}$
$T_3=0.200$	$\alpha_3=1.96 \times 10^{-2}$
$T_4=0.257$	$\alpha_4=3.77 \times 10^{-3}$
$T_5=0.321$	$\alpha_5=4.80 \times 10^{-2}$
$T_6=0.364$	$\alpha_6=3.41 \times 10^{-2}$
(SEC)	

平面に分割して描いてある。NSに相当するのがX軸,EWに相当するのがY軸でありUDに相当するのがZ軸である。加速度応答波形を見ると入力100GALに対して水平成分がかなり卓越し50GAL近くを示しており、回転成分も入力に対して4ないし5倍の加速度応答を示している。さらに軌跡図を見ると、X-Y方向(水平方向)でかなり激しい動きがありX軸,Y軸からそれぞれ斜めに円軌動を描いているのがわかる。またX-Z,Y-Z平面を見るとUD方向(上下方向)の動きが少々出ている。

非対称支持構造物は三方向から入力された場合には水平方向のみならず軸回りの回転に対してもかなり増幅され回転に関する固有周期を有しており時には卓越する場合がある。しかし今のところX,Y,Z方向の入力に対してX,Y,Z方向は比較できるが各軸回りの回転は単位が異なるため直接比較することはできない。

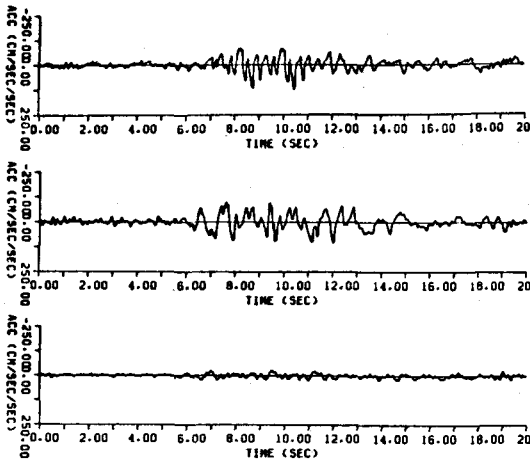


図(3)-A

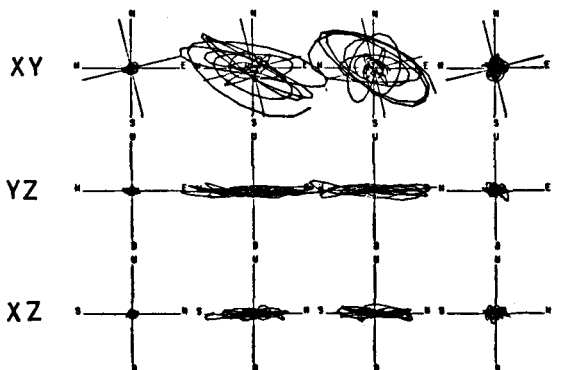
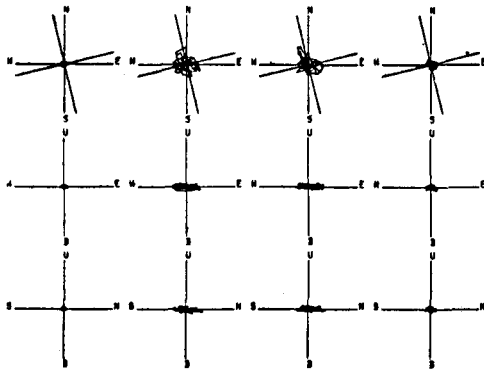
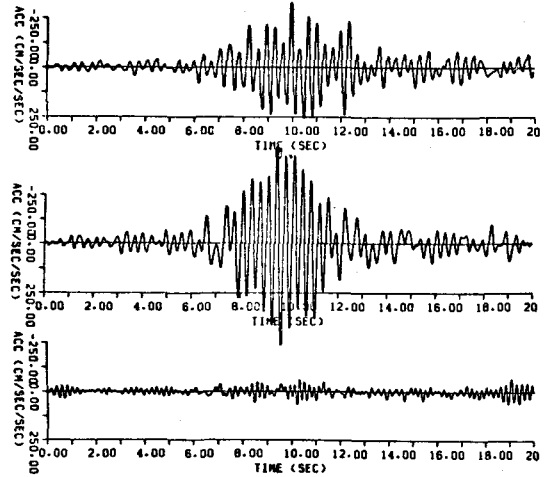


図(3)-B

INPUT



RESPONSE



図(4) - A

3. あと が き

三成分の入力波による非対称構造物の応答を回転成分も考慮して立体的に解析した。さらに今回はパネ支持による非対称支持構造物の実験も同時に行ない理論との検証もした。石油タンク、LNGタンクあるいはガスホルダなどのプラント構造物が増えつつあるいま、一方向だけの地震力に対する検討だけでは不十分であり特に立体的な多入力による応答解析が必要となろう。

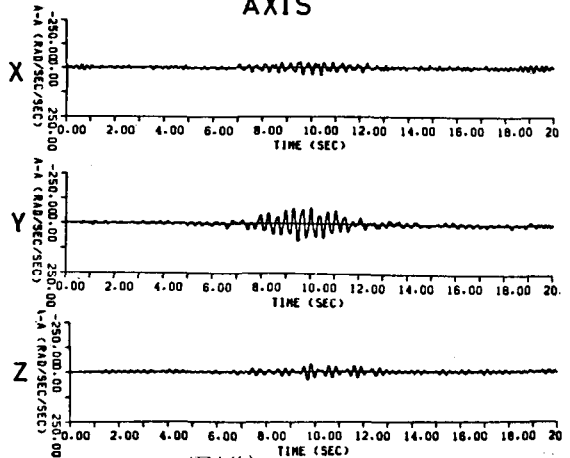
非対称構造物のモデル化および構造諸元の決定などに十分な配慮がなされればかなり現実的な問題にまで取り組みよう。

なお 計算には北海道大学大型電子計算機センターの HITAC M-180/200を使用した。

※ 参考文献

- 1) 渡辺,金子,岩倉:三成分地震入力波による構造物の地震応答解析の研究,土木学会第33回年次学術講演会講演集1978,2
- 2) 渡辺,金子,舩田,富永:非対称構造物模型の室内振動実験,土木学会北海道支部年次技術発表会論文報告集第36号
- 3) 谷口修也:振動工学ハンドブック

AXIS



図(4) - B