

I-19 自動車荷重による道路橋の振動性状

北海道大学工学部 正 員 渡 辺 昇

北海道大学工学部 正 員 林 川 俊 郎

北海道大学工学部 学生員 〇 田 中 慎一郎

1. まえがき

本研究は、自動車荷重による多径間連続桁の動的応答について、モーダル解析を行ない、D.A.F. (動的増加率) および衝撃係数に関して検討をしたものである。解析にあたり、実際の車両を鉛直振動のみを行なう2自由度系の Sprung-mass にモデル化して、橋桁との連成振動問題とした。橋梁と車両の各種パラメータを変数としたときのD.A.F.を求め、そのパラメータが橋梁の動的応答に、どのような影響を与えるかを調べた。

2. 理論の概要

橋桁の動たわみ $Y(x, t)$ は、第 k 次的一般座標 $Q_k(t)$ と固有関数 (モード) $\phi_k(x)$ を用いると、

$$Y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k(t) \cdot \phi_k(x) \quad - (/)$$

で与えられる。また、固有関数は、次式によって表わされる。

$$\phi_k(x) = \phi_{ki}(x) = A_{ki} \cdot \cos \beta_{ki} x_i + B_{ki} \cdot \sin \beta_{ki} x_i + C_{ki} \cdot \cosh \beta_{ki} x_i + D_{ki} \cdot \sinh \beta_{ki} x_i \quad - (2)$$

ここで、添字 i は径間の順番を意味する。 λ_{ki} を固有値、 l_i を径間長とすれば $\beta_{ki} = \lambda_{ki} / l_i$ である。固有値および積分定数 $A_{ki} \sim D_{ki}$ は、「伝達マトリックス法」、「剛性マトリックス法」により求められ、固有関数は、任意の境界条件を満足するように決定されており、直交性を有している。

橋桁の動たわみを (/) 式のように仮定して、図-1の解析モデルの基礎微分方程式を Lagrange の運動方程式により求めると、第 k 次的一般座標に関しては次のようになる。

$$\ddot{Q}_k(t) + 2n \cdot \dot{Q}_k(t) + \omega_k^2 \cdot Q_k(t) - \left[C_t \cdot \{\dot{Z}_t - \dot{Z}(t)\} + K_t \cdot \{Z_t - Z(t)\} \right] \phi_k(x_v) = (M_s + M_t) \cdot g \cdot Z(t) \quad - (3)$$

$$M_s \cdot \ddot{Z}_s + C_s \cdot (\dot{Z}_s - \dot{Z}_t) + K_s \cdot (Z_s - Z_t) = 0 \quad - (4)$$

$$M_t \cdot \ddot{Z}_t + C_s \cdot (\dot{Z}_t - \dot{Z}_s) + K_s \cdot (Z_t - Z_s) + C_t \cdot \{\dot{Z}_t - \dot{Z}(t)\} + K_t \cdot \{Z_t - Z(t)\} = 0 \quad - (5)$$

ここで、

$$2n = \frac{\int_0^L C \cdot \phi_k^2(x) \cdot dx}{\int_0^L W \cdot \phi_k^2(x) \cdot dx}, \quad \omega_k^2 = \frac{\int_0^L EI \cdot \{\phi_k''(x)\}^2 \cdot dx}{\int_0^L W \cdot \phi_k^2(x) \cdot dx} = \frac{EI}{W_i} \beta_{ki}^4, \quad x_v = v \cdot t$$

$$Z(t) = Y(x_v, t) + Z_r(x_v) \quad - (6)$$

v : 車両の走行速度, $Z_r(x_v)$: 路面の不規則凹凸量, n : 桁の粘性減衰定数

C : 桁の対数減衰率, ω_k : 桁の非減衰固有振動数, g : 重力加速度

W, EI, L : 桁の単位長さあたりの質量, 曲げ剛性, 全径間長

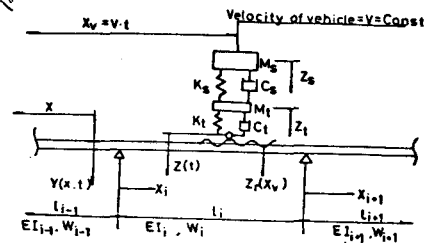


図-1

また、固有関数には、次のような性質がある。

$$\int_0^L W \cdot \phi_k(x) \cdot \phi_j(x) \cdot dx = 0 \quad k \neq j \quad - (7)$$

$$\int_0^L EI \cdot \phi_k''(x) \cdot \phi_j''(x) \cdot dx = 0 \quad k \neq j \quad - (8)$$

$$\int_0^L W \cdot \phi_k^2(x) \cdot dx = \sum_{i=1}^{nelt} \frac{W_i \cdot l_i}{2} \cdot (A_{ki}^2 + B_{ki}^2 + C_{ki}^2 - D_{ki}^2) \quad : nelt = \text{全径間数} \quad - (9)$$

$$\int_0^L EI \cdot \left\{ \phi_k''(x) \right\}^2 \cdot dx = \int_0^L EI \cdot \beta_k^4 \cdot \phi_k^2(x) \cdot dx \quad - (10)$$

このモーダル解析で、固有関数を N 次まで考えるならば、 $(N+2)$ 元連立 2 階常微分方程式を解くことになる。本研究では、初期値問題として数値計算により解を求めた。数値計算には、収束性がよく電子計算機を使用する場合に有利である Haming 法、および Runge-Kutta-Gill 法を用いた。また、固有関数の次数は、連続桁の場合で 6 次まで、単純桁の場合で 7 次までとした。

3. 数値計算例および考察

3. 1. 橋梁の各パラメータによる応答

自動車荷重が図-2 の不規則路面凹凸²⁾を有する橋梁上を一定速度で走行する場合について考える。不規則路面凹凸は、次のようなサンプル関数を用いた。応答は、シミュレーション法を用いて求めた。

$$Z_r(x) = \sum_{k=1}^N (a_k \cdot \cos \omega_k \cdot x + b_k \cdot \sin \omega_k \cdot x) \quad - (11)$$

$$\ddot{Z}_r(x) = \sum_{k=1}^N -(\omega_k \cdot v)^2 \cdot (a_k \cdot \cos \omega_k \cdot x + b_k \cdot \sin \omega_k \cdot x) \quad - (12)$$

a_k, b_k : 互いに独立で平均値 0、および偏差値 σ_k のガウス確率変数

ω : 路面凹凸の周波数 (cycle rad/m)

$S_r(\omega)$: 路面凹凸のパワースペクトル密度 (cm²/cycle/m)

$$\sigma_k^2 = S_r(\omega_k) \cdot \Delta\omega / \pi \quad - (13)$$

$$\omega_k = \omega_1 + (k-1/2) \cdot \Delta\omega \quad - (14)$$

$$S_r(\omega) = \begin{cases} S_0 & : |\omega| < \omega_c \\ 4 \cdot \pi^2 \cdot a / \omega^2 & : \omega_c \leq |\omega| \leq \omega_u \\ 0 & : \omega_u < |\omega| \end{cases} \quad (15)$$

a : 路面の良否による定数 (cm²/m)

ここに、 $a=0.0002\pi$, $\omega_c=0.03\pi$, $\omega_u=0.5\pi$ とした。

自動車荷重の諸数値は、表-1 に示す。モデル橋は、単純桁、2 径間連続桁、3 径間連続桁の 3 種とした。橋の曲げ剛性、および単位長さあたりの重量は、スパン長によって一定とした。それぞれの値は、図-3 に示す。

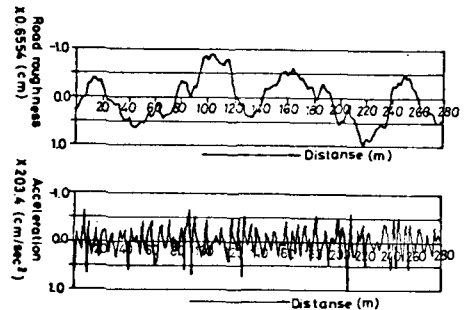


図-2

自動車荷重諸元

走行速度	: $v = 40$ m/sec
バネ上重量	: $M_s = 8.4$ ton
バネ下重量	: $M_t = 1.2$ ton
懸架バネ定数	: $K_s = 2.8 \times 10^2$ ton/m
タイヤバネ定数	: $K_t = 4.4 \times 10^2$ ton/m
懸架ダンパ	: $C_s = 1.2$ ton·sec/m
タイヤダンパ	: $C_t = 0.9$ ton·sec/m

表-1

※図-1 参照

図-4は、単純桁、2径間連続桁、3径間連続桁のモデル橋のスパン長をパラメータとして、それぞれの第一径間について、1-D.A.F. 曲線を描いたものである。

スパン長が、大きくなれば、D.A.F. は減少する傾向があり、それは、現行道路橋示方書の衝撃係数による曲線の傾向と似ている。

単純桁、2径間連続桁の曲線には、衝撃係数によるものを上まわっている所がある。それは、自動車荷重の走行速度を 40 m/sec とかなり大きな値に設定したためである。走行速度を 20 m/sec 程度にすれば、衝撃係数による曲線をかなり下まわると考えられる。

また、単純桁、2径間連続桁、3径間連続桁の3種の曲線は、形状がよく似ている。そこで、たがいのD.A.F. を比較すると、連続桁のものは単純桁のものより小さい。つまり、径間数が増加すれば、D.A.F. は減少する傾向があると考えられる。

3. 2. 車両の各パラメータによる応答

自動車荷重の各パラメータが、橋桁の動的応答にどのような影響を与えるかを調べた。図-1の解析モデルにおいて、実在橋をモデル化した橋梁上を自動車荷重が走行する場合を考えた。実在橋は、札幌市の豊水橋とした。橋桁上の不規則路面凹凸は、図-2に示したものを使用した。自動車荷重の各パラメータは、表-1の値を基準として、増減させた。

図-5は、減衰係数（タイヤダンパ： C_t ，懸架ダンパ： C_s ）の値を変化させた場合の D.A.F. を示したものである。減衰係数の値が、かなり変化しても D.A.F. は、ほとんど一定である。つまり、減衰係数は、橋桁の動的応答に余り影響しないと考えられる。

図-6は、バネ定数（タイヤバネ定数： K_t ，懸架バネ定数： K_s ）の値を変化させた場合の D.A.F.

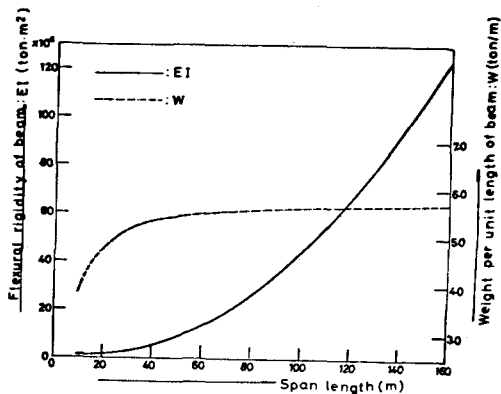


図-3

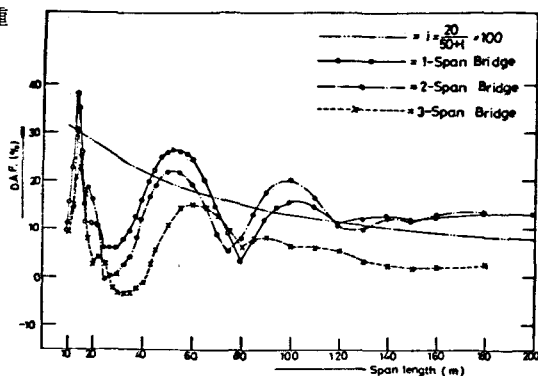


図-4

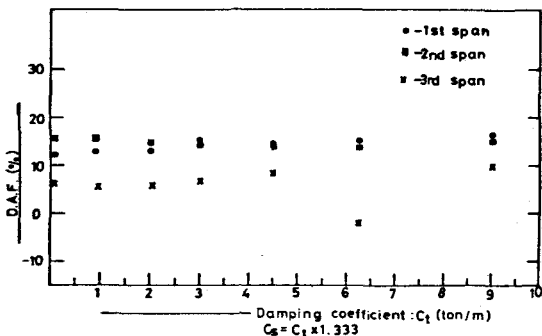


図-5

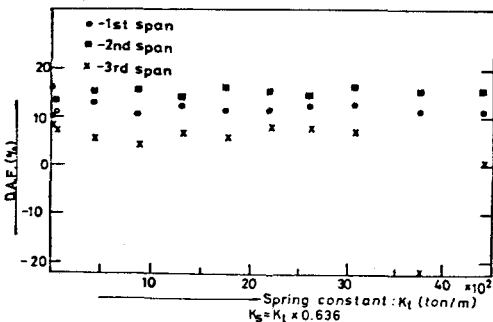


図-6

豊水橋（札幌市）諸元

形式	: 三 径 間 連 続 桁
径 間 割	: 60.0 m + 76.0 m + 60.0 m
桁の曲げ剛性:	$EI_1 = EI_2 = 6.75 \times 10^6 \text{ ton m}^2$
	$EI_3 = 8.5 \times 10^6 \text{ ton m}^2$
桁の単位長さあたりの重量:	13.5 ton/m

※添字は、径間の順番

表-2

を示したものである。第一径間、第二径間については、D.A.F. はほとんど変化せず一定である。また、第三径間では、D.A.F. は多少変動し、パネ定数の値が大きくなると、D.A.F. が減少する傾向がある。しかし、 K_t -D.A.F. の図の全体的な傾向として、パネ定数は、D.A.F. にあまり影響がないと考えられる。

図-7は、車両の重量をパラメータとした場合のD.A.F.を示したものである。一般に、車両重量が2倍になると静的たわみは2倍になるが、動的たわみは単純に2倍とはならない。つまり、橋桁の自動車荷重による動的応答は、非線形な問題である。

しかし、本研究では車両重量のD.A.F.に与える影響は小さく、非線形なものの影響も小さいと考えられる。車両重量が、9.6 ton の場合、動的たわみは静的たわみの1.2倍程度の値である。さらに、車両重量が9.6 ton の2倍、3倍となった場合でも、動的たわみは静的たわみの1.2倍程度である。つまり、非線形的要素は小さく、車両重量による橋桁の動的応答は、線形的なものに近いものと考えられる。

図-8は、自動車荷重の走行速度をパラメータとして、D.A.F.を求めたものである。走行速度 v は、他のパラメータよりもD.A.F.の増減に対する影響が大きい。走行速度 v が大きくなると、D.A.F.も増加していく傾向がある。

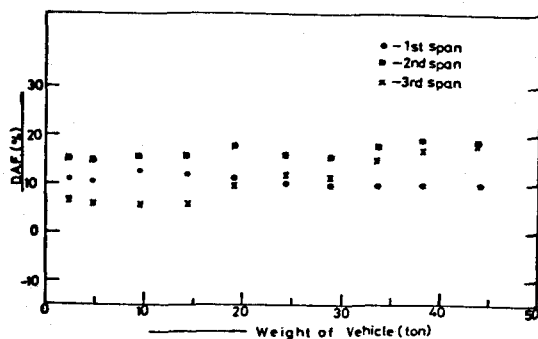


図-7

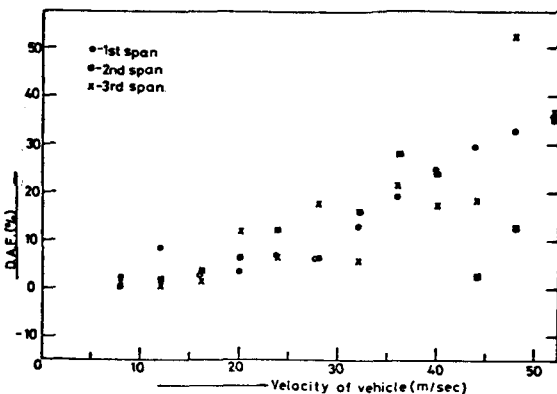


図-8

4. あとがき

以上のように、本研究では数値計算例によって橋梁と車両の各パラメータが、橋桁のD.A.F.にどのような影響を与えるかを調べた。計算において、自動車荷重の走行速度を40 m/secと大きな値を用いたが、これは最っとも危険側でD.A.F.を求めたことになる。走行速度を20 m/sec程度に設定した場合は、D.A.F.は10%程度減少する。つまり、単純桁でスパン長が20 m程度の橋梁において、現行道路橋示方書の衝撃係数は、本研究の結果よりも過少となると思われる。反対に、連続桁でスパン長100 m以上の橋梁においては、過大になると思われる。

また、各パラメータのうちで最っともD.A.F.に与える影響が大きいのは、自動車荷重の走行速度である。つまり、橋梁の動的応答を求める際には、自動車荷重の走行速度がどれほどの値であるか、ということと、その影響に留意する必要があると思われる。

本計算には、北海道大学大型計算機センターのHITAC-M180, M200を使用した。

- (参考文献) 1) 渡辺、林川、今野：走行荷重によるパネ支承上の多径間連続桁の振動特性
土木学会北海道支部論文報告集 第35号
2) 吉村、彦坂、内谷：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析
土木学会論文報告集 第258号
3) 山田、小堀：活荷重に対する道路橋の動的応答—衝撃係数—に関する考察
土木学会論文集 第148号