

I-17 上路単純トラス橋の低周波空気振動発振特性の解析

北見工業大学 正員 ○三上 修一、大島 俊一、森 弘
北大工学部 正員 角田与史雄、能町 純雄

1. まえがき

本研究においては、橋梁の中で最も低周波空気振動の音響パワーを発振するといわれている鋼トラス橋を対象として、単一走行荷重による橋梁の動的応答解析を行い、パワースペクトル図を求めることによって、発振音圧を計算し、最後には、いくつかの影響パラメータを含んだ音圧レベルの予測式について検討することをその目的とする。

本研究においてとりあげた橋梁形式は上路単純トラス橋で、床版を断面方向支間の中央で二等分する帯板要素に分割し、分割節線に沿って荷重を走行させた。その際、車両自身の路面凹凸による振動応答はないものと仮定した。解析の手法は変位の特解と一般解を重ね合せ、初期条件として、 $t=0$ で変位とその速度が存在しないという条件から、未知係数を決定した。

道路橋の低周波空気振動に関する最近の工学的研究は大別して、実験的研究と理論的研究に分けられ、前者には西脇ら^{1), 2)}、小川ら^{3), 4)}、鳥野ら⁵⁾など、後者には能町ら^{6), 7), 8)}、今市ら⁹⁾などの研究があげられる。

2. 上路単純トラスの動的基本式および応答解析

図1のようなCross Diagonal Trussを主構とする上路単純トラス橋について、動的基本式を以下のように誘導する。床版は図のように、幅員中央で分割し、二枚の帯板要素の合成体と考えることにする。

(1) 帯板の動的関係式

図2のような一枚の帯板についての動的関係式はガラーキン法を用いて誘導でき、長軸方向に有限フーリエ変換した後の表示により次のように表わされる。文献⁷⁾ 参照。

$$(GhV_p^2 [K] + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} [M]) \{ \bar{S}_m [\delta] \}$$

$$= \{ \bar{S}_m [f] \} \quad \text{—— (1)}$$

$$\text{ただし、} \{ \bar{S}_m [\delta] \} = \{ C_m [U_o], S_m [V_o], S_m [W_o], S_m [\theta_o], C_m [U_b], S_m [V_b], S_m [W_b], S_m [\theta_b] \}^T,$$

$$\{ \bar{S}_m [f] \} = \{ C_m [T_o], S_m [S_o], S_m [R_y]_o, S_m [M_y]_o, C_m [T_b], S_m [S_b], S_m [R_y]_b, S_m [M_y]_b \}^T,$$

$[K]$, $[M]$ はそれぞれ帯板要素の剛性、質量に関するマトリックスで、 (8×8) の対称行列であるが、内容については、文献⁷⁾を参照されたい。 $V_o^2 = 2/(1-\nu)$, G , h , ρ , ν はそれぞれ、帯板のせん断弾性係数、板厚、密度、ポアソン比である。

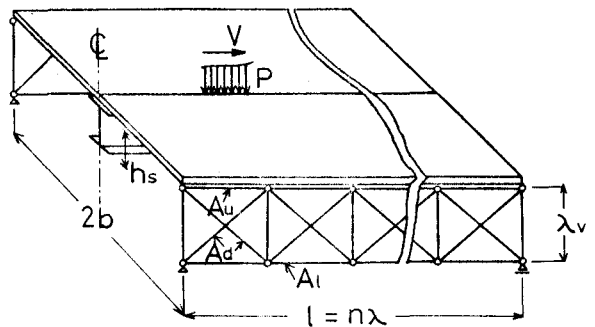


図1 上路単純トラス橋

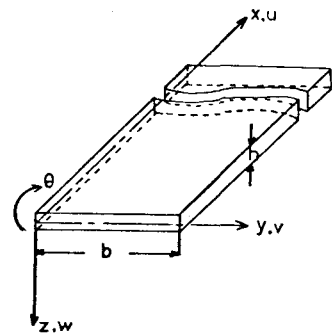


図2 帯板要素

(2) Cross Diagonal Truss の動的関係式

図3のようなクロスダイアゴナル部材を有するトラスについての関係式は、上弦および下弦における水平、垂直のつりあい式の中に、Consistent Mass 法により導いた骨組要素の動的関係式を代入し、有限フーリエ定和変換の結果、次のように求まる。

$$([E] + \rho_t A_u \lambda \frac{\partial^2}{\partial t^2}) [F] \{ \bar{S}_i [\bar{\delta}_t] \} \\ = \{ \bar{S}_i [\bar{f}_t] \} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{ただし、} \{ \bar{S}_i [\bar{\delta}_t] \} = \{ R_i [U_r], S_i [W_r], \\ R_i [U_r'], \bar{S}_i [W_r'] \}^T, \\ \{ \bar{S}_i [\bar{f}_t] \} = \{ R_i [\bar{T}_r], S_i [\bar{R}_y]_r \}, \\ 0, 0 \}^T$$

$[E]$, $[F]$ は、剛性および質量に関する (4×4) の対称行列で、次のような内容である。

$$\begin{aligned} e_{11} &= -(K_1 D_i + 2 K_3 \alpha^2), e_{12} = e_{34} = 0, \\ e_{13} &= K_3 \alpha^2 (2 - D_i), e_{14} = 2 K_3 \alpha \beta \sin \frac{i\pi}{n} \\ e_{22} &= -(K_2 + 2 K_3 \beta^2), e_{23} = -2 K_3 \alpha \beta \sin \frac{i\pi}{n} \\ e_{24} &= K_2 + K_3 \beta^2 (2 - D_i), e_{33} = -(K_4 D_i + 2 K_3 \alpha^2) \\ e_{44} &= -(K_2 + 2 K_3 \beta^2), \\ f_{11} &= (\bar{D}_i + \frac{2}{3} r_d q_d \alpha^2 + \frac{13}{35} r_v q_v), \\ f_{12} &= f_{34} = 0, f_{14} = -\frac{1}{3} r_d q_d \alpha \beta \sin \frac{i\pi}{n}, \\ f_{13} &= -\{ \frac{1}{6} r_d q_d \alpha^2 (2 - D_i) + \frac{9}{70} r_v q_v \}, \\ f_{22} &= -\{ (1 - \frac{9}{70} D_i) + \frac{1}{3} r_v q_v + \frac{2}{3} r_d q_d \beta^2 \} \\ f_{23} &= \frac{1}{3} r_d q_d \alpha \beta \sin \frac{i\pi}{n}, \\ f_{24} &= \{ \frac{1}{6} r_v q_v + \frac{1}{6} r_d q_d \beta^2 (2 - D_i) \} \\ f_{33} &= -(q_l \bar{D}_i + \frac{2}{3} r_d q_d \alpha^2 + \frac{13}{35} r_v q_v), \\ f_{44} &= q_l (1 - \frac{9}{70} D_i) + \frac{1}{3} r_v q_v + \frac{2}{3} r_d q_d \beta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_\alpha &= \lambda_d / \lambda, r_v = \lambda_v / \lambda, q_d = A_d / A_u, \\ q_v &= A_v / A_u, q_l = A_e / A_u, D_i = 2 (1 - \cos \frac{i\pi}{n}) \\ \bar{D}_i &= 1 - \frac{D_i}{6}, \alpha = \cos \theta, \beta = \sin \theta, \\ K_1 &= E A_u / \lambda, K_2 = E A_e / \lambda, K_3 = E A_d / \lambda_d \\ K_4 &= E A_v / \lambda_v, \rho_t \text{ はトラス部材の密度。} \end{aligned}$$

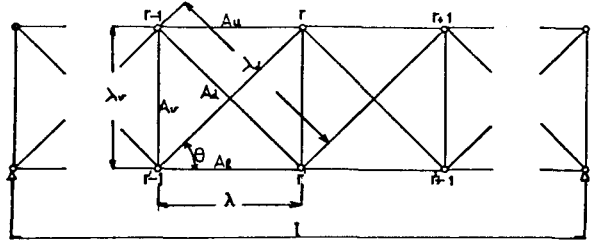


図3 Cross Diagonal Truss

有限フーリエ定和変換については文献¹⁰⁾を参照していただきたい。

(3) 全構造系の動的の基本式および応答解析

以上の関係式を用いて、図1のような構造に対して、上弦材格点における床版と格点力のつりあいを求める。その際、格点の集中力による応力集中が床版内部に影響を与えないものと仮定する。

また、有限フーリエ級数の項数は、主構トラスの格点数と同数で打切るものとし、有限フーリエ定和変換と結合する。

全構造系の動的の基本式が次の形に表示されるものとする。

$$([K^*] + \frac{\partial^2}{\partial t^2} [M^*]) \{ \bar{S}_j [\delta^*] \} = \{ \bar{S}_j [P^*] \} \quad \text{--- (3)}$$

ただし $[K^*]$, $[M^*]$ は全構造系の剛性および質量マトリックス、 $\{ \bar{S}_j [\delta^*] \}$, $\{ \bar{S}_j [P^*] \}$ は節線および節点の変位および走行荷重とする。

自由振動による解と強制振動による特解を重ね合わせることによって、変位の動的応答の完全解が得られ、さらに $t=0$ において、

$$\{ \bar{S}_j [\delta^*] \}_{t=0} = \frac{\partial}{\partial t} \{ \bar{S}_j [\delta^*] \}_{t=0} = 0 \quad \text{--- (4)}$$

の初期条件を用いて、自由振動解に含まれる未知関数を決定して、動的応答解は次のように得られる。

$$\begin{aligned} \{ \bar{S}_j [\delta^*] \} &= ([K^*] - \frac{j\pi}{l} V)^2 [M^*]^{-1} [P] \\ &\times (\sin \frac{j\pi}{l} V t - V [V_e] \left[\frac{\sin \frac{j\pi}{l} C e t}{C e} \right] [V_e]^{-1}) \end{aligned} \quad \text{--- (5)}$$

ただし $[\quad]$ は対角マトリックスを意味するものとし、 $[V_e]$ は固有ベクトル、 ce は固有の位相速度を意味する。

以上より、(5) 式を長軸方向に有限フーリエ (定和分) 逆変換して、変位の応答値を得ることができ、さらに、その変位を代入して、応力、節点力を求めることができる。また以上のようなフーリエ級数に関する仮定に基づいた結果がどの程度の精度を有するかを、後にのべる構造諸元で数値計算した結果、各節点における動的つりあい条件は 10^{-3} 以上の精度で満足していることが確かめられた。

4. 粒子速度パワースペクトルと音圧の評価式

床版の壁面に垂直方向の粒子速度を $\dot{w} = \partial w / \partial t$ とし、車両の通過時間 T について、フーリエ指数変換すると、

$$\dot{W}(i\omega) = \int_0^T \dot{w}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (6)$$

$\dot{w}$ のパワースペクトル密度関数 $S_x(\omega)$ は

$$S_x(\omega) = \frac{2}{T} |\dot{W}(i\omega)|^2 \quad (7)$$

したがって、音響パワーレベル IL は

$$IL(dB) = 10 \log_{10} I / I_0 \quad (8)$$

ただし、 $I = \rho_a C_a S_x(\omega)$, $I_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2$

ρ_a, C_a は空気の密度、音速。

$\rho_a = 1.205 \text{ Kg/m}^3$, $C_a = 343.7 \text{ m/sec}$ 。

5. 数値計算結果

図 1 のような構造に対して、次のような構造諸元を用いて、数値計算を行なった。

$A_u = 250 \text{ cm}^2$, $A_v = 120 \text{ cm}^2$, $A_d = A_l = 180 \text{ cm}^2$,

$\lambda = 5 \text{ m}$, $\lambda_d = 13 \text{ m}$, $\lambda_v = 12 \text{ m}$, $\rho(\text{床版}) = 2.5 / 9.8$
 $t \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^4$, $\rho_t(\text{トラス}) = 7.85 / 9.8 \text{ t} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^4$

$E(\text{床版}) = 3 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$, $E_t(\text{トラス}) = 2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$,

$2b = 8 \text{ m}$, $\nu(\text{床版}) = 0.18$, $\nu_t(\text{トラス}) = 0.3$, $n = 16$,

$C_s^2 = G / \rho$, $G = E / 2(1 + \nu)$, 縦桁なしの場合。

(1) 位相速度分散曲線、($h = 25 \text{ cm}$)、図 4

フーリエ級数のパラメータ m ($= i = j$) を横軸にとり、縦軸に床版せん断波速度との比速度 C/C_s で表わした。

図は第 1 分枝と第 2 分枝を示しているが、図の傾向は、床版が薄くなるほど、第 2 分枝の極値が顕著にあらわれる他は、ほぼ傾向が等しい。床版が薄くなると床版自身の曲げ波動の影響が大きくなるものと思われる。

(2) 床版厚変化の影響 ($V = 100 \text{ km/hr}$)、図 5

音響パワーレベルに及ぼす床版厚の変化の影響がパワースペクトル図にどのようにあらわれるかをみるため、次の 3 種の床版厚で計算した。16 cm (示方書最小厚)、25 cm、35 cm (床桁を床版に平均化した厚さ)。

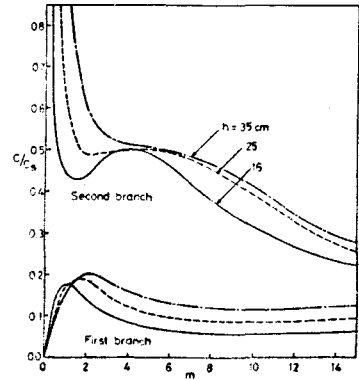


図 4 位相速度分散曲線

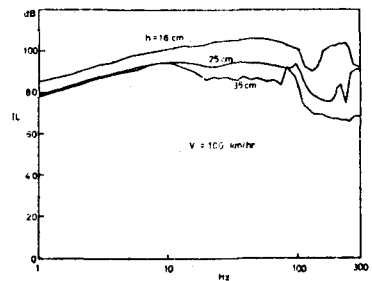


図 5 床版厚変化の影響 ($V = 100 \text{ km/hr}$)

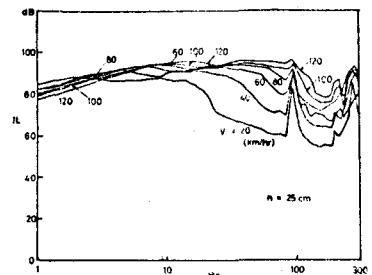


図 6 速度の変化の影響 ($h = 25 \text{ cm}$)

結果は床版が薄いほど音響レベルが大きく、同波数が15～100Hzの範囲において、その差が顕著である。

(3) 速度の変化の影響 ($h = 25\text{cm}$)、図6

音響パワーレベルに及ぼす速度の影響を調べるため、20～120 km/hの6種類について計算した。結果は20Hz以下では速度の影響はそれほどないが、20以上に影響があらわれ、特に100 Hzまでの間に大きな影響が出ている。100付近でピークがでているのは床版の固有曲げ振動の影響と思われる。

(4) 音圧レベルの予測式について、図7

音圧レベルの予測式を検討するため、図のような車両の運動エネルギーを全構造系の第1次固有振動周期 f_1 で割った値を横軸にとり、3種の床版厚についての結果を片対数グラフに示している。

図中×印は道路公団が鋼トラス橋について実験により得られた結果であり、いずれも最小自乗法により、予測式の係数を決定した。

以上より、本理論による音圧の評価式は道路公団の実験結果をほぼ裏づける結果となり、音圧発振の予測式として用いることがわかった。

この結果はさらにパラメータの改良を加えた、より実際に近いものに近づけていく必要がある。

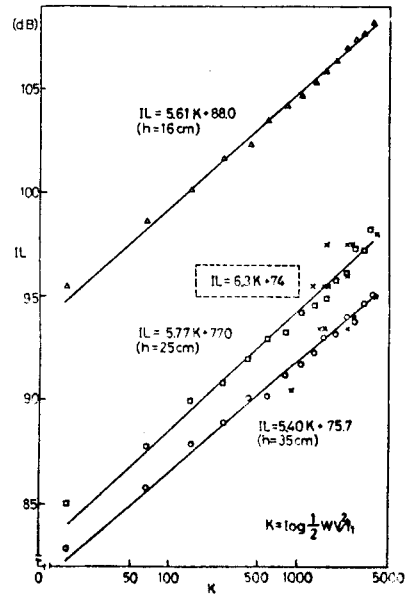


図7 音圧レベルの予測式

6. 結 論

以上のように鋼トラス橋の床組(縦桁、床版)の剛性を床版に平均化する手法により、床版を等方性版として取扱う簡単なモデルにより理論式を組み立て、数値計算した結果、次のようなことが明らかとなった。

- 1) 道路公団が実験結果の整理に用いた音圧レベルの評価式による計算結果はほぼ直線で近似できる傾向にあることから、音圧レベルの予測に使用できる可能性がある。またさらにパラメータの改良も必要である。
- 2) 換算床版厚の変化による音圧レベルの変化は15～100 Hzの範囲で顕著である。
- 3) 車両走行速度の変化による影響は20～100 Hzの範囲に大きくあらわれる。

参 考 文 献

- 1) 西脇, 森, 藤尾: 日本騒音制御工学会技術発表会講演論文集, (1979, 9), 2) 西脇, 森: 日本音響学会講演論文集, (1976, 5), 3) 小川, 小野: 日本道路公団試験所報告, その1 (1975), その2 (1977), 4) 日本道路公団試験所技術資料 (1979, 3), 5) 鳥野, 関田, 上山, 土木学会第34回年次学術講演会概要, 第1部 (1979, 10), 6) 能町, 角田, 岸: 環境情報科学, 4-4, (1977), 7) 大島, 能町, 角田: 土木学会北海道支部論文集, 第35号, (1979, 2), 8) 大島, 能町, 角田, 土木学会第34回年次学術講演会概要集, 第1部 (1979, 10), 9) 今市, 辻本, 高島, 北川, 日本機械学会関西支部第24回講演会講演論文集, (1979, 11), 10) K. G. Matsuoka, S. G. Nomachi: Proc. of the 20th Japan National Congress for Applied Mechanics, (1970)

謝 辞

本研究は文部省科学研究費 試験研究(代表能町純雄), 奨励研究(大島俊之)の補助を受けて行なった。また数値計算は北大のHITACM-180を用いて行なった。感謝致します。