

I-11 最適化手法による荷重分配横桁の設計について

室蘭工業大学 正員 杉本博之

1. まえがき 現在の道路橋示方書（以下道示と略する。）の規定によると、3本以上の桁で支持された床版は、各桁間の不等沈下により悪影響を受けるので、それを避けるために、格子剛度が1より大きい荷重分配横桁（以下横桁と略する。）の設置を定めている。

しかしながら、この格子剛度の下限値は、必ずしもその理論的根拠が明確でなく、また、この条件のみでは、安全性および経済性について問題があると思われる。

そこで本論文では、格子剛度が1より大きいという条件を含む、合成桁橋に関する道示の規定による最小重量設計の結果と、格子剛度に関する制約条件をはずし、代りに主桁間の不等沈下による床版の付加曲げモーメントに関する条件を入れ、それらによる最小重量設計の結果とを比較し、荷重分配横桁の設計について考察を加えるものである。

2. 理論の概要 本論文の理論の概要は、以下のようになる。

(1) 合成格子桁橋 : 本論文で設計の対象とするのは、図-1に示す主桁3本の活荷重合成桁橋（一等橋）である。

支間長 L は、20m、30m および40m、主桁間隔 λ は、2m、2.5m、3m、3.5m および4m とし、これらの1/5通りの組み合わせに対して計算を行なった。

(2) 桁の応力度の計算 : 応力度の計算は、主桁のみについて行ない、横桁は応力的に十分余裕があると思われるので、行なわないことにする。主桁は、それぞれを対傾構間隔で等分割し、各主桁4断面について応力を検討している。

応力度の計算法は、一般的な応力法によっているが、分配率は、格子剛度および中桁と外桁の剛比より計算される¹⁾ 値を用いている。ただし、床版および対傾構の分配効果は無視する。この分配率は、後述の相対変位の計算にも用いられる。

(3) 相対変位による付加曲げモーメント : 主桁の不等沈下による床版の付加曲げモーメントは、横桁上の床版が、主桁で弾性支持されていると仮定して、主桁の不等沈下量より求まるとする。

まず、不等沈下量は次のようにして求めた。

前述の荷重分配率より、横桁上の床版上を単位荷重が移動する場合の各主桁のたわみの影響線が、図-2. a、b のように求まる。

図において、 t_{ij} は次式で定義される。

$$t_{ij} = d_{ij} \cdot \frac{L^3}{48EI_i}$$

ここで、

t_{ij} : 主桁jに単位荷重が载荷した場合の主桁iのたわみ。

d_{ij} : 主桁jに単位荷重が载荷した場合の主桁iの分配率。

E : 鋼の弾性係数。

I_i : 主桁iの合成後の断面二次モーメント。

各主桁のたわみの影響線が求まると、それらより、相対変位の影響線が求まる（図-2. c）。 d_A 、 d_B は次式で定義される。

$$\begin{aligned} d_A &= (2 \cdot t_{BA} - t_{AA} - t_{AC}) / \lambda \\ d_B &= (2 \cdot t_{BB} - t_{AB} - t_{AB}) / \lambda \end{aligned} \quad (2)$$

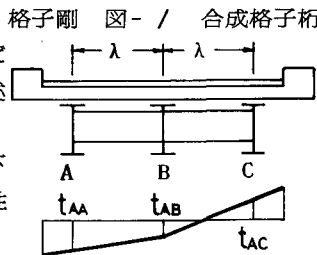
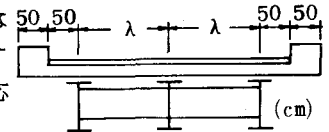
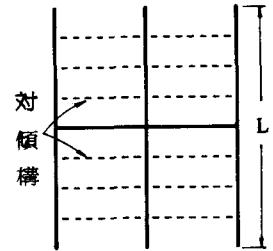


図-2. a 主桁Aのたわみの影響線

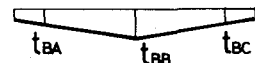


図-2. b 主桁Bのたわみの影響線



図-2. c 相対変位の影響線

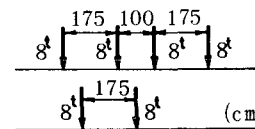


図-2. d T荷重の载荷位置

この相対変位の影響線に、図-2.dに示す2組のT荷重をそれぞれ載荷し、相対変位量を求めることにする。

主桁の不等沈下による床版の付加曲げモーメントは、端支間中央を注目することにするが、それは以下のようにして求められた。

図-3に示すように、横桁上の幅/mの床版が、各主桁で弾性支持されていると考える。各主桁が、それぞれ、 δ_A 、 δ_B 、 δ_C だけたわんだとすると、端支間中央の付加曲げモーメントは、次式で計算される。

$$\Delta m = \frac{3}{16} \cdot 10^7 \cdot \frac{d_c^3}{\lambda} \cdot \delta_r \quad (3)$$

ここで、

Δm : 主桁間の不等沈下による付加曲げモーメント (Kg・cm)

d_c : 床版厚 (cm)

δ_r : 相対変位 = $(2 \cdot \delta_B - \delta_A - \delta_C) / \lambda$ (4) 図-3 床版の付加曲げモーメント

Δm の上限値 Δm_a を、道示6. / 4に定められている設計曲げモーメントの α %とすると、 Δm_a は次式のようになる。

$$\Delta m_a = 6400 \cdot (\alpha/100) \cdot (0.12 \cdot \lambda + 7) \quad (5)$$

ここで、

Δm_a : 付加曲げモーメントの上限値 (Kg・cm)

λ : 主桁間隔 (cm)

表- / 許容相対変位量 (mm/m)

結局、 Δm が Δm_a より小さいという条件より、相対変位の制約条件式として次式を得る。

$$\delta_r \leq \delta_a \quad (6)$$

ここで、

$$\delta_a = \frac{1.024}{3000} \cdot \left(\frac{\alpha}{100} \right) \cdot \frac{\lambda}{d_c^3} \cdot (0.12 \cdot \lambda + 7) \quad (7)$$

式(7)を計算すると、許容相対変位量は表- / のようになる。

(4) 最小重量設計 : 主桁の断面寸法の記号を図-4に示した。横桁は上下対称である。鋼材は、主桁がS M 50、横桁は応力的に余裕があるので、S M 41としている。

設計変数としては、図-4に示される寸法すべてが該当するが、その内、板厚は、それそれぞれの板幅の関数として、次式で計算されるものとする。

$$\left. \begin{aligned} t_g^w &= h_g^w / 220 \geq 0.9 \\ t_l^w &= h_l^w / 152 \geq 0.9 \\ t^u &= \beta_u \cdot (b^u - t^w) / 24 \\ t^l &= \beta_l \cdot (b^l - t^w) / 32 \end{aligned} \right\} \quad (cm) \quad (8)$$

上式中の係数 β_u 、 β_l の値は、任意に設定し得るが、本論文では実際の設計例を参考にして、 $\beta_u = 1.2$ 、 $\beta_l = 1.7$ としている。なお、板厚はmmの単位に切上げて 図-4 桁断面

いる。
主桁および横桁の腹板高 h_g^w 、 h_l^w も重要な設計変数であるが、局所的な最適解を持つ可能性があり、収束性等に問題があるので、最適設計上の設計変数とはせず、パラメーターとして与えて考察することにする。

結局、設計変数は、上・下フランジの板幅だけになり、総数は7となる。

道示を参考にすると、合成桁橋の設計のための制約条件式は以下のようになる。

$$b_i^u \geq 21 \text{ cm} ; \quad i=1 \sim 9 \quad (9-1)$$

$$b_i^l \geq 16 \text{ cm} ; \quad i=1 \sim 8 \quad (9-2)$$

$$\sigma_i^s \leq 1.25 \cdot \sigma_a^s ; \quad i=1 \sim 16 \quad (9-3)$$

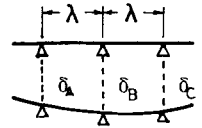
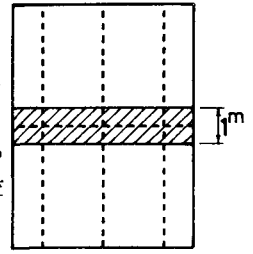
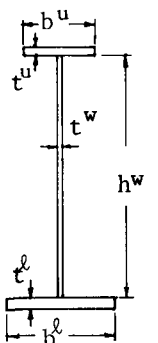


図-3 床版の付加曲げモーメント

λ	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
5%	0.099	0.148	0.207	0.275	0.309
10%	0.199	0.297	0.414	0.550	0.617
20%	0.397	0.593	0.827	1.100	1.234

表- / 許容相対変位量 (mm/m)



$$\sigma_i^v \leq 1900 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad i=1 \sim 16 \quad (9-4)$$

$$\delta_i \leq L^2/20000 \quad ; \quad i=a, b \quad (9-5)$$

$$\delta r \leq \delta a \quad (9-6)$$

$$Z \geq 10 \quad (9-7)$$

式(9-1)、(9-2)は、板厚の下限値に関する制限で、上フランジについては、スタッドを使用するものとして誘導されている。横桁も便宜上同じ値を下限値とした。式(9-3)は、合成前荷重による応力度に関する制約条件式、式(9-4)は、合成後荷重による応力度に関する制約条件式である。式(9-5)は、道示1.9による主桁のたわみの制限である。式(9-6)は、式(6)に定義された相対変位に関する制約条件式であり、式(9-7)は格子剛度に関する制約条件式である。Zは次式で定義される。

$$Z = (L/2\lambda)^3 \cdot (I_\ell/I) \quad (10)$$

ここで、 I_ℓ は横桁の断面二次モーメント、 I は主桁の断面二次モーメントである。

式(9-6)および(9-7)は、一つの問題において、どちらか一方のみを考慮する。

以上の制約条件の下で、最小にする目的関数は、腹板部分を除いた全鋼材容積で、次式で定義される。

$$f = \frac{L}{8} \cdot \{ 2 \cdot \sum_{i=1}^4 (b_i^u \cdot t_i^u + b_i^l \cdot t_i^l) + \sum_{i=5}^8 (b_i^u \cdot t_i^u + b_i^l \cdot t_i^l) \} + 2 \cdot b_9^u \cdot t_9^u \cdot \lambda \quad (11)$$

上式において、右辺第1項が外桁に、第2項が中桁に、第3項が横桁にそれぞれ対応する。

以上で定義された最小化問題を、本論文ではPowellの直接探索法によるSUMT法を用いて最適解を求めた。式(9-1)～(9-7)で定義された制約条件式を、 $g_j \geq 0$ ($j=1 \sim 52$)とすると、制約条件のない問題に変換された罰金関数は、本論文では次式のように定義されている。

$$F = f + \gamma_\ell \cdot \sum_{j=1}^{52} g_j^{-2} \quad ; \quad \ell=1 \sim 5 \quad (12)$$

応答係数 γ_ℓ は、1000、100、10、1、0.1、0.01と与えた。

3. 計算結果および考察 以下の計算は、式(9-1)～(9-5)に、式(9-6)あるいは式

(9-7)を加えた制約条件下で解かれた結果である。式(9-6)

を加えた最適化問題を問題I、式(9-7)を加えた最適化問題を問題IIとする。

(1) 主桁腹板高 : 主桁腹板高は、設計全体を支配する重要な設計変数であるが、前述の通り局所的な最適解の存在等収束性に問題があるので、パラメーターとして与え検討した。局所的な最適解が存在するのは、腹板高に応じて腹板厚が非連続に変化するためと思われる。

腹板高は、実際の設計を参考にして、10cmきざみで与えた。

図-5は、支間長が30mの場合の、主桁腹板高と総体積の関係を示している。図より、 λ が2mで $h_g=170$ cm、 λ が3、4mで $h_g=190$ cmで総体積が最小になっている。横桁腹板高は、それぞれ、120cm、130cm、150cmの場合の結果であるが、横桁腹板高が変化しても全体の傾向は変わらない。

h_g が、190cmから200cm、220cmから230cmに変る間に、Vが急に増加しているのは、この間で腹板厚が9mmから10mm、10mmから11mmに変化しているからである。

図-5に相当する計算を、すべてのLと λ の組み合わせに対して行なった。その結果、最適腹板高として表-2を得た。この結果は、従来設計されている例²⁾とほとんど差がない。以下、問題I、問題II共表-2の値を主桁腹板高として用いることにする。

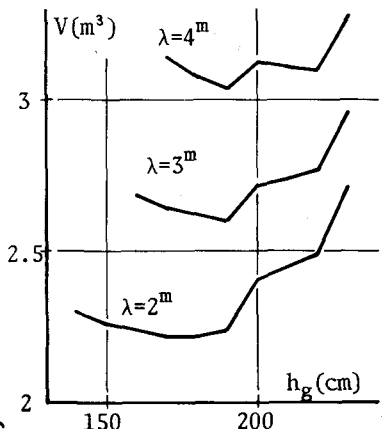


図-5 主桁腹板高と総体積

$\lambda \setminus L$	20m	30m	40m
2.0m	110	170	190
2.5m	120		
3.0m	130	190	220
3.5m	140		
4.0m	150		

表-2 最適腹板高 (cm)

L=40m, λ=2m, h _g =190cm, h _g =60cm					L=20m, λ=4m, h _g =150cm, h _g =120cm				
I		II			I		II		
member	u. flange	l. flange	u. flange	l. flange	u. flange	l. flange	u. flange	l. flange	l. flange
1	24.2x1.2	26.2x1.3	24.9x1.2	27.8x1.4	21.3x1.0	16.2x0.8	21.2x1.0	16.2x0.8	
2	30.0x1.5	42.1x1.2	31.1x1.5	43.6x2.3	21.4x1.0	30.2x1.6	21.2x1.0	31.0x1.6	
3	34.7x1.7	48.9x2.5	36.7x1.8	50.3x2.6	21.2x1.0	36.6x1.9	21.2x1.0	37.5x1.9	
4	36.7x1.8	50.9x2.7	38.6x1.9	52.3x2.7	21.4x1.0	38.5x2.0	21.3x1.0	39.4x2.0	
5	27.1x1.3	31.9x1.6	25.7x1.2	29.2x1.5	21.3x1.0	17.6x0.9	21.4x1.0	16.3x0.8	
6	36.4x1.8	47.8x2.5	32.9x1.6	44.8x2.3	21.4x1.0	33.1x1.7	21.4x1.0	31.9x1.6	
7	42.7x2.1	54.5x2.8	39.6x1.9	51.5x2.7	21.4x1.0	39.7x2.1	21.4x1.0	38.3x2.0	
8	49.4x2.4	58.1x3.0	45.1x2.2	54.2x2.8	21.4x1.0	41.7x2.2	21.4x1.0	40.3x2.1	
9	29.7x1.4	29.7x1.4	21.2x1.0	21.2x1.0	21.3x1.0	21.3x1.0	62.4x3.1	62.4x3.1	
V	4.087m ³		4.051m ³		1.390m ³		1.663m ³		
δ(α)	0.196mm/m(9.8%)		0.375mm/m(18.8%)		0.606mm/m(9.8%)		0.149mm/m(2.4%)		
Z	18.7		10.9		1.8		10.1		

表- 3 問題I と問題IIの比較

(2) 問題I と問題IIの結果の比較 : 現行の道示では、主桁間の不等沈下による床版への悪影響を避けるために、1. 9でたわみ制限、8. 8. /で剛な荷重分配横桁の設置を規定し、一般のプレートガーダー系橋梁では、これで十分としている。剛な横桁の数的な基準としては、格子剛度の最小値を10としている。そこで本論文では、まず、道示に従って最小重量設計を行なった(問題II)。

しかしながら、床版の付加曲げモーメントを説明するのに、格子剛度のみでは不十分と思われるので、次に、格子剛度の下限に関する制約条件をはずし、代りに、相対変位量に関する制約条件式(9-6)を加えて最小重量設計を行なった(問題I)。式(5)のαは10%としている。

問題I とIIの比較は、L とλ のすべての組み合わせに対して行なった。横桁腹板高はパラメーターとして与えているが、最小値を40cm、最大値を主桁腹板高より30cm 低い値とした。

まず、表- 3は、2例について詳細に比較した表である。部材1~4が外桁、5~8が中桁、9が横桁に対応する。V は総体積、δ は式(4)の相対変位量、Z は式(10)の格子剛度である。

左欄は、L = 40m、λ = 2m、h_g = 60cm の場合の結果である。外桁、中桁共、ほとんど両者に差はないが、横桁の断面は、問題I の方が大きくなっている。その結果、問題IIの方が、総体積は若干減少しているが、相対変位量の欄を比較すると、問題I の場合はもちろん10%以内になっているが、問題IIは18. 8%にも達している。

右欄は、L = 20m、λ = 4m、h_g = 120cm の場合の結果である。支間長が短いので、上フランジはすべて下限値で決定されており、また、左欄と同じく、主桁の断面は両者ほとんど差がない。しかしながら、横桁は問題IIの方がI の3倍も大きくなっている。これは、床版の付加曲げモーメントを10%以内に押えるためには、格子剛度は1. 8程度で良いものを、問題IIでは10まで上げることによる。その結果、付加曲げモーメントはわずか2. 4%であり、鋼重はI の1. 2倍にも達している。

図- 6は、横軸に横桁と主桁の腹板高の比をとり、縦軸には、上向きに同じ横桁腹板高に対応する問題IIとI の総体積の比をとり、下向きに、問題IIの結果の付加曲げモーメントの設計曲げモーメントに対する比α_{II}(%)をとったものである。

問題I を基準に考えると、V_{II} / V_I は1付近に、α_{II} は10%以下にあれば良いことになるが、図よりわかるように、大部分はそうになっているが、若干の例で大きく離れている。特に、主桁間隔が広い場合は不経済、狭い場合は危険側の傾向を示しているのが注目される。

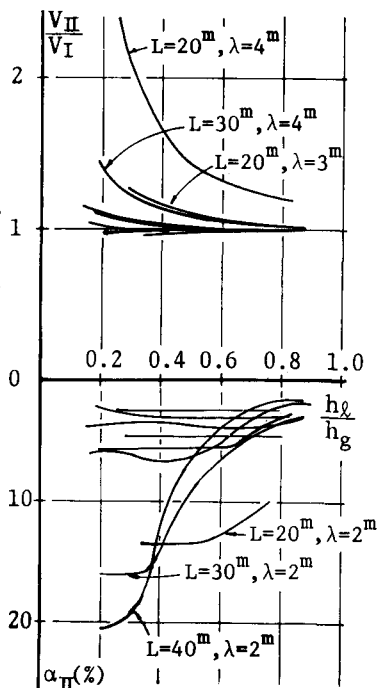


図- 6 問題I と問題IIの比較

このように、格子剛度が10より大きいという条件のみでは、不経済な設計を行なう可能性があり、また、安全性も、設計条件によって一様でないことがわかる。

(3) 横桁 : (2)の結果より、現行の道示のみに従う設計では、問題があると思われるので、以下では、問題Iの結果についてさらに詳細に検討して行くことにする。

横桁腹板高も、荷重分配率に大きな影響を与える重要な設計変数であるが、目的関数式(1)に対する感度は鈍いと予想されるので、パラメーターとして与えた。

図-7は、各支間長、主桁間隔に対して、横軸に横桁腹板高 h_g 、縦軸に総体積をとった図である。横軸と縦軸の目盛の比は、主桁腹板高と総体積の関係を示した図-5と同じであるが、底が浅く、はるかに感度が鈍いことがわかる。

曲線は、一般に極値を持っているが、左から極値へ下がる傾斜が、右へ上がる傾斜よりも急なのは以下の理由による。

横桁腹板高は、40cmから10cmずつ増加させているが、低い範囲では、腹板高の増加に伴い、横桁および主桁のフランジ断面は減少する。それが、極値(極値を与える横桁腹板高を h_g^* とする。)付近になると、横桁フランジは下限値に達し、以降は、横桁断面はもとより、主桁断面も変化しなくなる。その結果、左から下がる傾斜の方が、右へ上がる傾斜よりも急になるのである。

いずれにしても、この $V-h_g$ 曲線のように、底が浅い曲線に対して、最小重量設計を与える横桁腹板高を論ずるのは意味がないと思われるので、図-7には、 h_g^* に対する総体積よりも0.5%および3%増加する範囲を一点鎖線で示した。図より、横桁腹板高は、極端に低くないかぎり、設計に大きな影響を与えないことがわかる。ただ、 h_g^* より低い腹板高の場合は、フランジ断面の決定が重要な問題になる。

(4) 格子剛度 : 現行の道示では、格子剛度は重要なパラメーターとなっているが、ここでは、(3)の結果より最小重量設計の0.5%および3%以内に入る設計の格子剛度を検討してみる。

図-8は、横軸に主桁間隔、縦軸に格子剛度をとった図である。縦のハッチをした領域が図-7の3%以内、黒くつぶした領域が0.5%以内にそれぞれ対応する。

図より、横桁腹板高と同様に、最適に近い設計を保証する格子剛度は、かなり広い範囲に存在することが知れるが、なお主桁間隔 λ の関数であることがわかる。つまり、主桁間隔が3m付近では、格子剛度は10程度で良いが、3m以下では20以上必要とし、3m以上では5以下で十分である。これは、(2)の結果と一致する。

(5) 荷重分配横桁の設計について : 荷重分配横桁の主な役目は、荷重分配を良好に行なうことと、主桁間の不等沈下による床版への悪影響を防ぐことにあると思われる。本論文では、格子剛度が、10より大きいという条件をはずし、床版の付加曲げモーメントが設計曲げモーメントの10%以内になるという条件の下で最小重量設計を行い、結果を考察し、また、現行の道示のみに従う最小重量設計の結果と比較した。

ここでは、以上の結果より、横桁の設計について検討してみる。

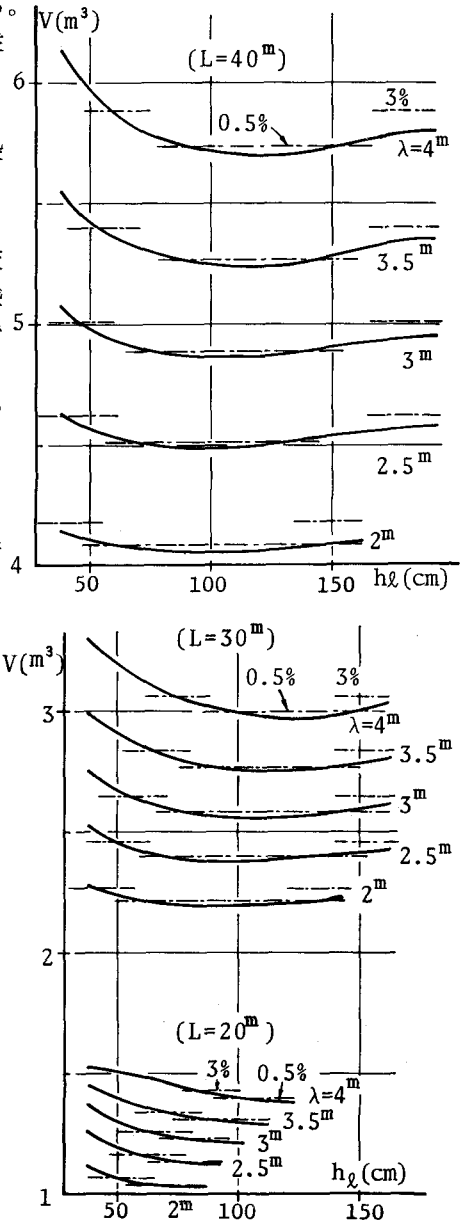


図-7 横桁腹板高と総体積

(3)の結果より、横桁腹板高が h_{ℓ}^* より大きくなると、主桁断面はほとんど変化しないことがわかった。これは、横桁腹板高が、 h_{ℓ}^* より大きくなっても、荷重分配率はほとんど変化しないことを示していると思われる。よって、荷重分配に関しては、横桁腹板高は、最低 h_{ℓ}^* あれば良いことになる。なお、この時の格子剛度は、10とは関係ない。

問題Iの結果から判断すると、横桁に要求されるのは、格子剛度あるいは腹板高ではなく、曲げ剛性であるように思われる。ただ、設計条件として、例えば曲げ剛性の下限値を何らかの形で設定すると、設計変数としては、腹板高、フランジ断面を考慮せねばならず、問題が多少複雑になる。

一方、(3)では、横桁腹板高が h_{ℓ}^* より大きいと、フランジ断面は下限値で決定されるという結論を得ている。つまり、一様な安全性の下での最小重量設計、および設計の容易さという見地からも、荷重分配横桁の設計については、その腹板高の下限値を h_{ℓ}^* に定めるのみで良いことになる。しかも、図-9に示すように、 h_{ℓ}^* は支間長に関係なく、主桁間隔のみの関数であることがわかっている。

結局、SM50で製作される活荷重合成格子桁橋（主桁3本）の荷重分配横桁の設計は、そのフランジ幅の最小値を2/cmとした場合、図-9に示す値以上の腹板高を有し、フランジ断面は下限値で設計すれば良いことになる。

4. あとがき 本論文は、道示の格子剛度に関する規定のみでは不十分と考え、主桁間の不等沈下による床版の付加曲げモーメントを直接制約条件式に入れ、最小重量設計を行ない、その結果を整理、考察し、荷重分配横桁の設計について検討したものである。

本論文の相対変位量および付加曲げモーメントの計算法は、近似であり、その安全性に関する議論は、あくまでも相対的なもので、絶対的な基準に基づくものではない。しかし、現行の道示の、格子剛度が10より大きくなければならないという条件のみでは、経済性においても、安全性においても、一様でない設計を許す可能性は指摘され得ると思われる。

また、本論文の結果から、首都高速道路公団の鋼構造設計基準に規定している、横桁の桁高は主桁の70%程度という条件は厳し過ぎるように思われる。本論文では、横桁の最小腹板高として、図-9のように、主桁間隔の関数として与えられた。

本論文は、SM50の活荷重合成格子桁橋のみを対象としたが、さらに今後、他の鋼材よりなる各種のプレートガーダー系橋梁について考察を加えて行きたい。

本論文の計算は、北海道大学大型計算機センターのF a c o m 230-75およびH I T A C M - 180を使用した。

5. 参考文献

- 1) 例えば、渡辺昇：格子けたの理論と計算、技報堂。
- 2) 日本橋梁建設協会：J A S B C m a n u a l デザインデータブック、1977。

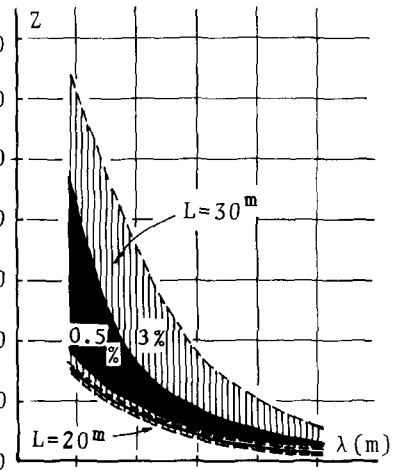
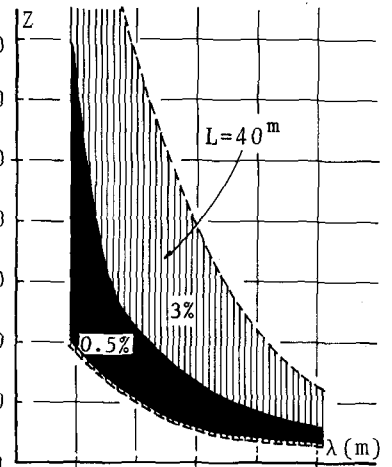


図-8 格子剛度と主桁間隔

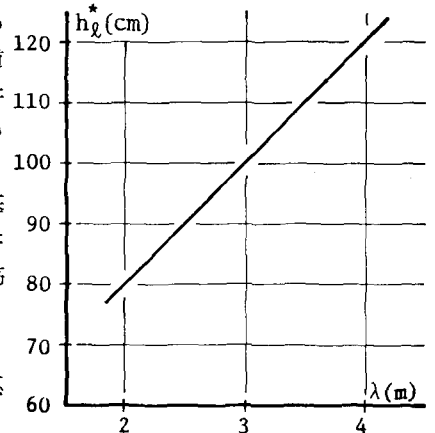


図-9 h_{ℓ}^* と主桁間隔